MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

Trabajo Práctico – Convocatoria ordinaria, curso 2025/26

INSTRUCCIONES

- El trabajo práctico debe realizarse de manera individual. No debe realizarse en grupo. Se penalizará cualquier uso compartido de las soluciones propuestas y de los códigos programados.
- El trabajo debe entregarse a través del curso virtual de la asignatura.
- La fecha límite de entrega es el día 10 de enero.
- El alumno debe entregar un fichero comprimido, en formato zip o tar, que contenga:
  - Una memoria en la cual explique la solución a los ejercicios, incluyendo los listados documentados de los modelos desarrollados y gráficas que muestren los resultados de las simulaciones. Incluya una portada con sus datos y un índice. Este documento deberá estar en formato pdf.
  - El código Modelica (ficheros .mo) y FlexPDE (ficheros .pde) solución a los ejercicios. No entregue ficheros ejecutables (ficheros .exe).

  El nombre del fichero comprimido debe ser la concatenación de los dos apellidos y el nombre del alumno. Por ejemplo, GomezMartinLuisa.zip

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Para que el trabajo pueda ser corregido, es necesario que el alumno entregue dentro del plazo establecido un fichero comprimido que contenga la memoria en formato pdf y el código de los modelos correspondiente a los ejercicios que haya realizado.
- Si no entrega la memoria, el trabajo estará suspenso y será calificado con 0 puntos.
- El trabajo se compone de 4 ejercicios, cada uno de los cuales se valorará sobre 2.5 puntos.
- No es necesario realizar todos los ejercicios, pero para aprobar el trabajo es necesario que la suma de las puntuaciones obtenidas en los ejercicios sea mayor o igual que 5.
- Se valorará positivamente la adecuada documentación del código de los modelos, así como la presentación y calidad de las explicaciones proporcionadas en la memoria.
- Al plantear los modelos puede realizar las suposiciones e hipótesis de modelado que estime oportunas, siempre que no estén en contradicción con las especificaciones sobre el sistema dadas en el enunciado.

EJERCICIO 1

Lea el artículo citado a continuación, que puede descargar de la página web de la asignatura, y conteste **detalladamente** a las preguntas.

> Åström, K.J., Elmqvist, H., Mattsson, S.E. *Evolution of continuous-time modeling and simulation.* The 12^{th} European Simulation Multiconference, ESM'98, June 16–19, 1998, Manchester, UK.

1. ¿Qué analogías pueden establecerse entre el modelado basado en diagramas de bloques y el paradigma de la simulación analógica?
2. ¿Qué es el paradigma de modelado físico? ¿Qué tipo de modelos matemáticos se obtienen de aplicar el paradigma del modelado físico?
3. ¿Qué diferencias hay entre el paradigma de la simulación analógica y el paradigma del modelado físico?
4. Explique detalladamente la Figura 1 basándose en el artículo.

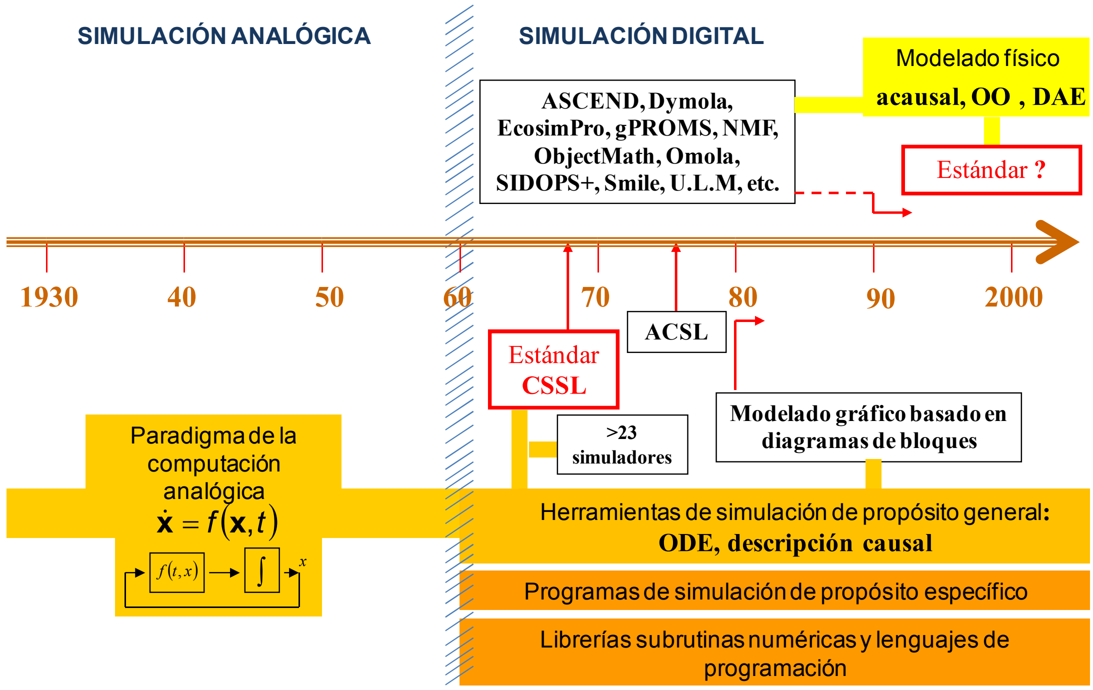

Figura 1: Evolución del modelado y simulación de tiempo continuo.

EJERCICIO 2

En la Figura 2 se muestra el diagrama de un sistema compuesto por un depósito de líquido dotado de un sensor de nivel, una válvula, dos bombas de líquido y un controlador. El depósito tiene dos salidas de líquido en su base. A una de estas salidas está conectada una tubería que desagua un caudal F_3 al entorno a través de una válvula cuya apertura se mantiene fija a un valor constante. A la otra salida está conectada una bomba que recibe una señal de consigna $F_{2,SP}$ que es una función conocida del tiempo. Una segunda bomba introduce líquido a través de la parte superior del depósito. El valor de consigna para el caudal de esta bomba es la señal ϕ, generada por el controlador. La entrada h_{SP} al controlador es una función conocida del tiempo. El área de la base del depósito es el parámetro S.

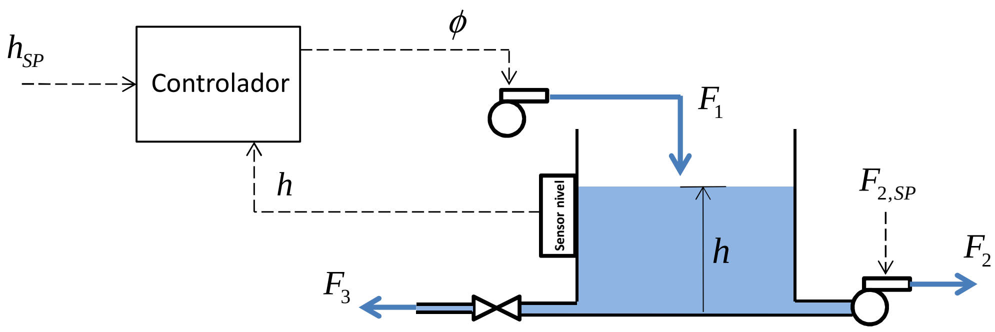

Figura 2: Diagrama del sistema.

Suponemos que la densidad del líquido es constante. También, que el caudal a través de la válvula (F_3) es proporcional al nivel de líquido:

$$F_3 = \begin{cases} \alpha \cdot h & \text{si } h > 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \tag{1.1}$$

donde α es un parámetro del modelo. El caudal de la bomba que introduce líquido por la parte superior del depósito es igual a su valor de consigna, que es la señal ϕ generada por el controlador:

$$F_1 = \phi \tag{1.2}$$

Mientras haya líquido en el depósito, el caudal F_2 de salida de la bomba es igual a su valor de consigna $F_{2,SP}$. Sin embargo, si el depósito está vacío, el caudal de salida de la bomba será nulo.

$$F_2 = \begin{cases} F_{2,SP} & \text{si } h > 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \tag{1.3}$$

La variable de entrada al controlador h_{SP}, que representa el valor de consigna para el nivel de líquido, y la variable $F_{2,SP}$, que representa el valor de consigna de la bomba, son funciones conocidas del tiempo, donde A, B, C son parámetros:

$$h_{SP} = \begin{cases} 4.5 \text{ m} & \text{si } t \in [1200, 1800] \cup [5000, 6000] \text{ s} \\ 3 \text{ m} & \text{si } t \in [2400, 3200] \text{ s} \\ 0.5 \text{ m} & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{1.4}$$

$$F_{2,SP} = A \cdot (\sin(B \cdot t) \cdot \cos(C \cdot t))^2 \tag{1.5}$$

El controlador calcula el valor de la variable ϕ, que es el caudal de consigna de la bomba que introduce líquido en el depósito, siguiendo la estrategia de control PI muestreado descrita a continuación. Comenzando en el instante T_0, cada T segundos el controlador reevalúa la señal de error (e), la integral de la señal de error (I) y la variable manipulada (ϕ) de la forma descrita a continuación, donde k_P y k_I son parámetros:

$$e = h_{SP} - h \tag{1.6}$$

$$I = \text{máx}\left(0, \text{pre}(I) + T \cdot e\right) \tag{1.7}$$

$$\phi = \text{máx}\left(0, k_P \cdot e + \frac{I}{k_I}\right) \tag{1.8}$$

A continuación se indica el valor de los parámetros del modelo.

$S = 7$ m^2	$T = 6$ s	$T_0 = 3$ s
$k_P = 0.2$ m^2·s^{-1}	$k_I = 150$ s^2·m^{-2}	$\alpha = 0.15$ m^2·s^{-1}
$A = 0.3$ m^3·s^{-1}	$B = 0.001$ s^{-1}	$C = 0.002$ s^{-1}

En el instante inicial de la simulación ($t = 0$), el nivel de líquido en el depósito es $h(0) = 2.5$ m.

Realice las tareas siguientes:

1. Escriba las ecuaciones del modelo.

2. Asigne la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.

3. Dibuje el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo alcance el valor 7200 s.

4. Programe el algoritmo anterior en lenguaje R y ejecute la simulación. Explique detalladamente cómo ha escogido el tamaño del paso de integración. Represente frente al tiempo en una gráfica las variables F_1, F_2 y F_3, y en una segunda gráfica las variables h y h_{SP}.

EJERCICIO 3

Describa en lenguaje Modelica el sistema del ejercicio anterior, de las dos maneras siguientes:

1. Como un modelo atómico, que viene descrito por las ecuaciones que usted ha planteado al contestar a la pregunta anterior.

2. Programe una librería en Modelica que contenga los componentes necesarios para componer el sistema descrito en el Ejercicio 2. A continuación, defina el sistema descrito en el Ejercicio 2 como un modelo compuesto, instanciando y conectando componentes de la librería que ha programado.

Asigne a los parámetros y a las condiciones iniciales los valores indicados en el ejercicio anterior.

Simule el modelo atómico y el modelo compuesto en Modelica durante 7200 s y compruebe que obtiene los mismos resultados.

Represente frente al tiempo las siguientes variables del modelo atómico en Modelica: en una gráfica las variables F_1, F_2 y F_3, y en una segunda gráfica las variables h y h_{SP}. Compare estos resultados con los que obtuvo al contestar al Ejercicio 2.4 (ejecución del algoritmo programado en lenguaje R).

EJERCICIO 4

Escriba un script en FlexPDE para determinar el potencial y el campo gravitatorio existentes entre la Luna y la Tierra. Para realizar el estudio, se consideran sólo dos dimensiones, tal como se muestra en la Figura 3. En esta figura la Tierra está en la posición $(0, 0)$ y la Luna está en la posición $(0, d)$, siendo d la distancia entre la Luna y la Tierra. En el estudio se analiza únicamente el cuadrado de lado $2 \cdot d$ que se muestra en la figura.

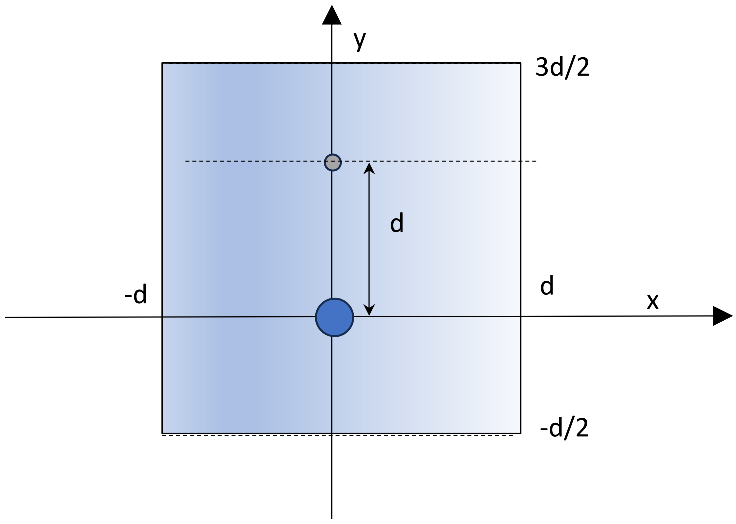

Figura 3: Sistema Tierra-Luna.

El potencial gravitatorio (U) en un punto (x, y) del sistema de coordenadas de la figura anterior, donde la Tierra está en la posición $(0, 0)$ y la Luna en la posición $(0, d)$, es el siguiente:

$$U = -G \cdot \frac{m_T}{\sqrt{x^2 + y^2}} - G \cdot \frac{m_L}{\sqrt{x^2 + (y - d)^2}} \tag{1.9}$$

Los datos del sistema Tierra-Luna en unidades del sistema internacional (SI) son los siguientes: distancia Tierra-Luna (d) es $3.84 \cdot 10^8$, la masa de la Tierra (m_T) es $5.98 \cdot 10^{24}$, la masa de la Luna (m_L) es $7.35 \cdot 10^{22}$. La constante de gravitación universal (G) en unidades del SI tiene el valor $6.67 \cdot 10^{-11}$.

Observa que el potencial sólo depende de las coordenadas cartesianas y de parámetros, no existiendo otras variables. Por tanto, el script de FlexPDE solución de este ejercicio no tiene ni sección `VARIABLES` ni sección `EQUATIONS` y tanto los parámetros como las ecuaciones del sistema se pueden definir dentro de la sección `DEFINITIONS`.

El campo gravitatorio se obtiene aplicando el gradiente. A continuación se muestran las ecuaciones para obtener las componentes x e y del campo gravitatorio (g_x y g_y), así como su módulo (g_m).

$$g_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \tag{1.10}$$

$$g_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \tag{1.11}$$

$$g_m = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \tag{1.12}$$

Escriba un *script* empleando FlexPDE para obtener un mapa de contorno de la distribución del menos potencial en escala logarítmica y un gráfico vectorial del campo gravitatorio dividido por el módulo de dicho vector en la región rectangular bajo estudio. Para mostrar estos dos gráficos, tiene que usar el siguiente código en FlexPDE, donde `U` es el potencial gravitatorio, `gv` es el vector del campo gravitatorio y `gm` es el módulo de este vector:

```
contour(-U) log
vector(gv/gm)
```