

MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

INSTRUCCIONES

Por favor, entregue todas las hojas de enunciado junto con el examen.
Dispone de 2 horas para realizar el examen.
MATERIAL PERMITIDO: Ninguno.

Pregunta 1 (2 puntos)

- 1.a** (1 punto) Explique qué significa que un lenguaje de modelado esté “basado en ecuaciones”. Indique si Modelica es un lenguaje de modelado basado en ecuaciones y justifique su respuesta.
- 1.b** (1 punto) Explique qué significa que un modelo matemático dinámico es un sistema “fuertemente stiff” (el término inglés stiff se traduce en ocasiones al español como “rígido”). Ponga un ejemplo de este tipo de modelo.

Pregunta 2 (2 puntos)

A continuación se muestra un modelo matemático, donde la variable t representa el tiempo y la función \log el logaritmo natural.

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x - m$$

$$\frac{dy}{dt} = -C \cdot y + p$$

$$p - \frac{D \cdot m}{B} = 0$$

$$m = B \cdot x \cdot y$$

$$A \cdot \log(y) + C \cdot \log(x) = D \cdot x + B \cdot y + k$$

$$A = 0.1, \quad B = 0.02, \quad C = 0.3, \quad D = 0.01$$

- 2.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en parámetros, variables de estado y variables algebraicas. A continuación, realice la asignación de la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.
- 2.b** (1 punto) Escriba el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. Asigne el valor inicial que desee a las variables de estado. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo simulado alcance el valor 200 s.

Pregunta 3 (4 puntos)

El circuito eléctrico representado en la Figura 1 consta de tres condensadores con capacidades $C_0 = 2e4$ F, $C_1 = 5e5$ F y $C_2 = 0.3e5$ F; cuatro resistencias con valor $R_S = 5e-3$ Ω , $R_1 = 1e-3$ Ω , $R_2 = 1.5e-3$ Ω y $R_L = 0.18$ Ω ; un interruptor ideal (nombrado S_w en el diagrama); y una fuente de corriente I . Se ha llamado u_{out} al voltaje del nodo al que están conectados la resistencia R_S , la fuente de corriente I y el interruptor S_w . El nodo tierra ($u_0 = 0$) aparece señalado en el diagrama del circuito.

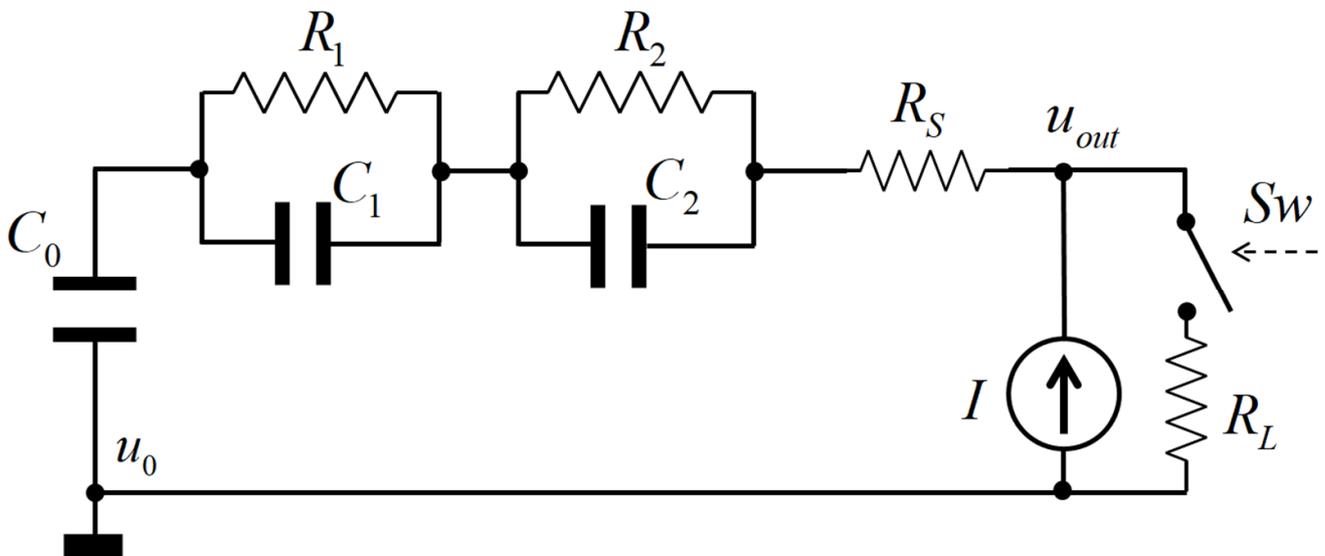


Figura 1: Diagrama del circuito eléctrico.

El circuito opera en dos modos de funcionamiento llamados “carga” y “descarga”.

- Mientras el circuito se encuentra en el modo “carga”, la fuente de corriente proporciona una corriente constante $I = I_{carga}$, donde $I_{carga} = 15$ A, y el interruptor S_w está abierto (no circula corriente a su través).
- Mientras el circuito se encuentra en el modo “descarga”, la fuente de corriente proporciona una corriente nula ($I = 0$) y el interruptor S_w está cerrado (sus pines están al mismo voltaje).

Las condiciones de conmutación entre los modos de funcionamiento son las siguientes:

- Cuando el circuito se encuentra en el modo “carga” y el voltaje u_{out} se hace mayor que un cierto valor constante $U_{max} = 3.9$ V, el circuito pasa al modo “descarga”.
- Cuando el circuito se encuentra en el modo “descarga” y el voltaje u_{out} se hace menor que un cierto valor constante $U_{min} = 3.0$ V, el circuito pasa al modo “carga”.

- 3.a** (1 punto) Asigne nombre a los voltajes en los nodos del circuito y a las corrientes que circulan a través de los componentes. Hágalo sobre la Figura 1 (no olvide entregar las hojas de enunciado junto con su examen). A continuación, escriba las ecuaciones del modelo del circuito eléctrico. El modelo debe describir la evolución de la corriente de cada componente y del voltaje en cada nodo del circuito.
- 3.b** (2 puntos) Escriba el modelo en Modelica, como un modelo atómico, indicando en el propio modelo la condición de inicialización descrita a continuación. En el instante inicial, el voltaje entre los bornes de los condensadores C_0 , C_1 y C_2 vale 3.5 V, 0 V y 0 V respectivamente; y el sistema se encuentra en el modo “descarga”.
- 3.c** (1 punto) Modifique la descripción en Modelica de la inicialización del modelo anterior, de modo que en el instante inicial, en lugar de que el voltaje entre los bornes del condensador C_1 valga 0 V, se imponga que la corriente que circula a través de la resistencia R_1 valga 10 A.

Pregunta 4 (2 puntos)

Consideremos una lámina rectangular de cobre, cuyos lados se han etiquetado L1, L2, L3 y L4 (véase la Figura 2). Los lados L1 y L3 tienen 1 m de longitud, y los lados L2 y L4 tienen 2 m de longitud. Podemos considerar el problema en dos dimensiones.

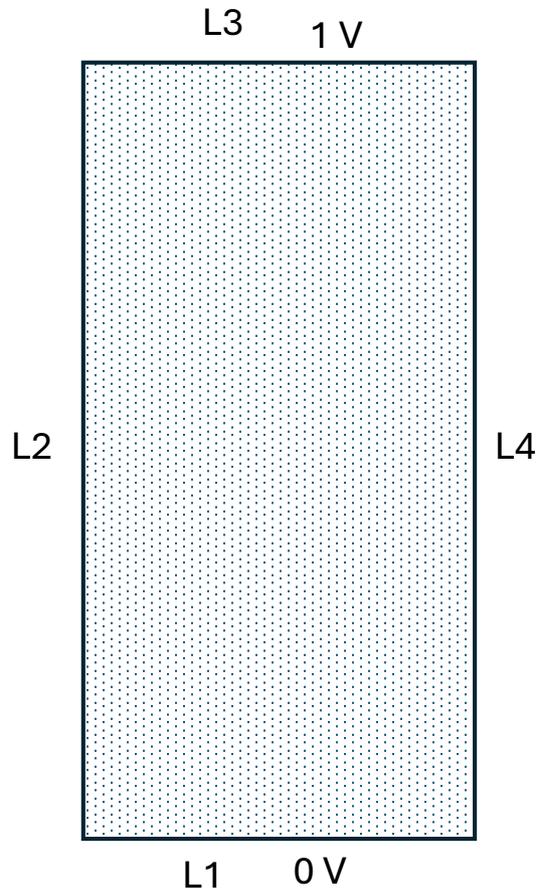


Figura 2: Lámina de cobre.

El fenómeno conductivo que tiene lugar en la lámina es descrito por la ecuación diferencial

$$-\nabla \cdot (\text{cond} \cdot \nabla U) = 0$$

donde U representa el potencial eléctrico y cond la conductividad eléctrica del material. La conductividad del cobre en unidades del SI es $\text{cond} = 5.99 \cdot 10^6$.

El lado $L1$ se mantiene a un potencial de 0 V y el lado $L3$ se mantiene a 1 V. El resto de lados están bien aislados.

El campo eléctrico (\vec{E}) se calcula a partir del potencial mediante la ecuación siguiente:

$$\vec{E} = -\nabla U$$

Escriba un *script* en FlexPDE para obtener un gráfico de las curvas de nivel del potencial eléctrico y un gráfico vectorial del campo eléctrico.