

MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

INSTRUCCIONES

Por favor, entregue esta primera hoja de enunciado junto con el examen.

Dispone de 2 horas para realizar el examen.

MATERIAL PERMITIDO: Ninguno.

Pregunta 1 (2 puntos)

- 1.a** (1 punto) Cuando se simula un modelo híbrido descrito en Modelica, puede suceder que al ir resolviendo el problema de tiempo continuo se detecte en un cierto instante que se han habilitado simultáneamente varios eventos. ¿Qué criterio aplican los entornos de modelado de Modelica para decidir en qué orden se ejecutan estos eventos habilitados simultáneamente? Explíquelo detalladamente y ponga un ejemplo.
- 1.b** (1 punto) Explique detalladamente qué significa que Modelica impone la *regla de asignación única*, y qué relación tiene dicha regla con el tratamiento de los eventos habilitados simultáneamente.

Pregunta 2 (2 puntos)

A continuación se muestra un modelo matemático, donde la variable t representa el tiempo.

$$\begin{aligned}v_1 &= V_0 \cdot \cos(w \cdot t) \\ \frac{dx_3}{dt} - v_1 &= \beta \cdot x_2 \\ x_2 &= \alpha \cdot x_5 - v_1 \\ x_5 &= \frac{x_2 + x_4}{2} \\ x_4 \cdot \frac{dx_3}{dt} &= x_2 \cdot \frac{dx_5}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} &= v_3\end{aligned}$$

$$\alpha = 12.2, \quad \beta = 2.09, \quad w = 4.3, \quad V_0 = 3$$

- 2.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en parámetros, variables de estado y variables algebraicas. A continuación, realice la asignación de la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.

- 2.b** (1 punto) Escriba el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. Asigne el valor inicial que desee a las variables de estado. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo simulado alcance el valor 0.1 s.

Pregunta 3 (4 puntos)

Consideremos el circuito eléctrico mostrado en la Figura 1, que consta de un generador de voltaje u , dos resistencias de valor $R_1 = 100 \Omega$ y $R_2 = 250 \Omega$, dos condensadores de valor $C_1 = 2 \mu F$ y $C_2 = 12 \mu F$, y dos inducciones de valor $L_1 = 10^{-3} H$ y $L_2 = 3 \cdot 10^{-3} H$.

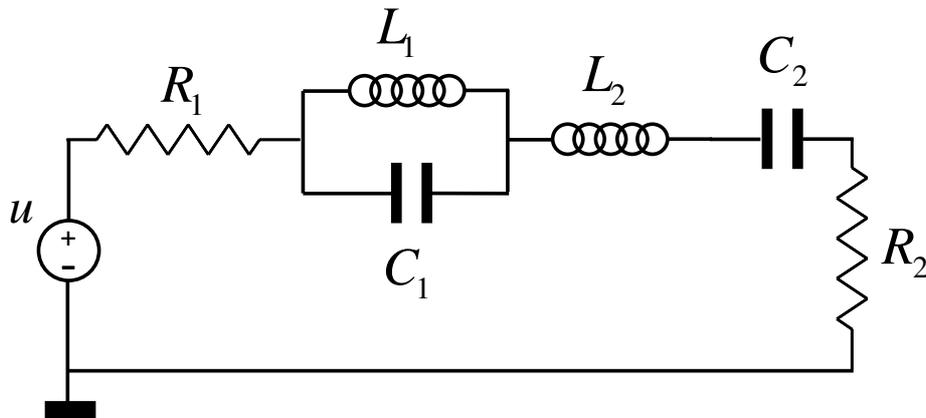


Figura 1: Diagrama del circuito eléctrico.

El voltaje producido por el generador es el siguiente:

$$u = \begin{cases} U_0 \cdot \frac{t}{t_0} & \text{si } t \leq t_0 \\ U_0 + U_1 \cdot \sin(w \cdot (t - t_0)) & \text{si } t > t_0 \end{cases}$$

donde t representa el tiempo medido en segundos, y los parámetros U_0 , U_1 , w y t_0 tienen los valores siguientes: $U_0 = 10 V$, $U_1 = 0.5 V$, $w = 7539.8 \text{ rad/s}$ y $t_0 = 0.01 \text{ s}$.

- 3.a** (1 punto) Escriba las ecuaciones del modelo del circuito eléctrico. El modelo debe describir la evolución de la corriente de cada componente y del voltaje en cada nodo del circuito. Compruebe que el número de ecuaciones es igual al número de variables desconocidas a efectos de la asignación de la causalidad computacional.
- 3.b** (2 puntos) Describa el modelo en Modelica, como un modelo atómico.
- 3.c** (1 punto) Suponga que desea programar en Modelica una librería eléctrica que contenga los componentes necesarios para componer el circuito de la Figura 1. Escriba el código Modelica de las siguientes clases de dicha librería: el conector que describe la interacción entre los componentes y el modelo que describe el condensador.

Pregunta 4 (2 puntos)

En la Figura 2 se muestra un bloque rectangular de un determinado material, que tiene un hueco rectangular en su centro. Se han etiquetado los lados del bloque de L1 a L8. El bloque rectangular tiene dos lados de longitud 0.8 y 1.6 m. El hueco interior tiene forma rectangular y sus lados miden 0.1 y 0.8 m

Consideramos el problema de la distribución de calor en dos dimensiones. El fenómeno térmico que tiene lugar en el bloque se describe por la siguiente ecuación diferencial:

$$\nabla \cdot (-\kappa \cdot \nabla temp) + r_{cp} \cdot \frac{dtemp}{dt} = 0$$

donde $r_{cp} = 1$ en unidades del SI. La conductividad térmica del material (κ) depende de la temperatura ($temp$): $\kappa = 1 + \frac{10}{temp}$.

El lado $L1$ se mantiene a una temperatura constante de 373 K. Existe un flujo de calor en el lado $L3$ a una tasa constante de 100 W/m^2 . El resto de lados están bien aislados. La temperatura inicial del bloque, en $t = 0$, es de 273 K.

Escriba un *script* en FlexPDE para obtener en $t = 5 \text{ s}$ un gráfico con las curvas de nivel de la temperatura y un gráfico vectorial del flujo de calor.

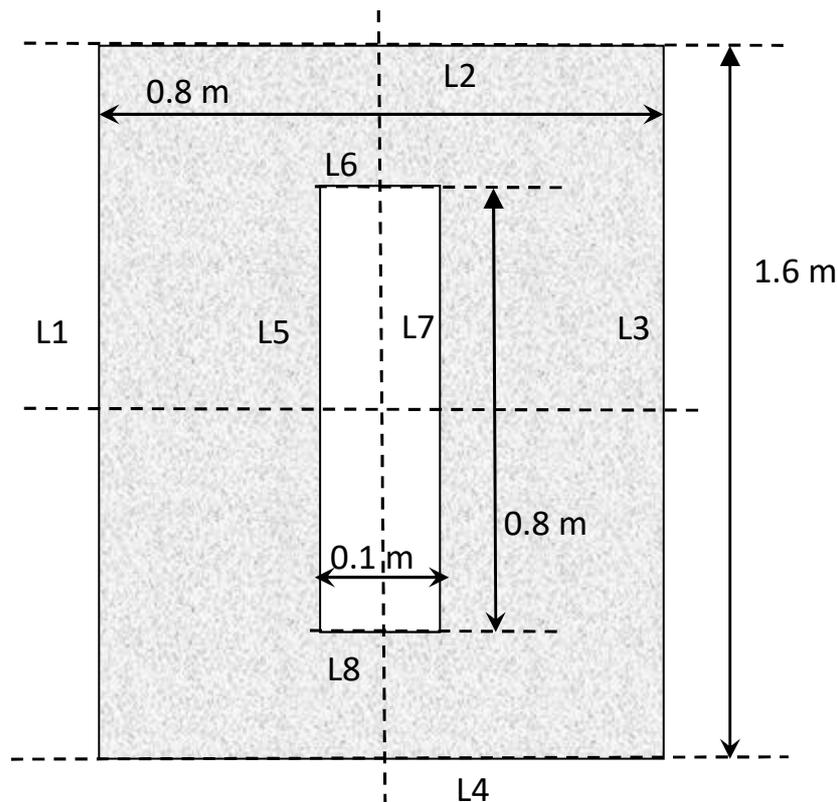


Figura 2: Sistema térmico.