

MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

INSTRUCCIONES

Por favor, entregue esta primera hoja de enunciado junto con el examen.

Dispone de 2 horas para realizar el examen.

MATERIAL PERMITIDO: Ninguno.

Pregunta 1 (2 puntos)

- 1.a** (1 punto) Explique qué análisis y manipulaciones realizan los entornos de modelado de Modelica sobre el modelo descrito en Modelica para generar el ejecutable de su simulación.
- 1.b** (1 punto) Explique qué propósito tienen los atributos **start** y **fixed** en Modelica. Ilustre la explicación mediante ejemplos.

Pregunta 2 (2 puntos)

A continuación se muestra un modelo matemático, donde la variable t representa el tiempo y $\exp()$ representa la función exponencial.

$$\begin{aligned}m_1 \cdot \frac{dv_1}{dt} &= F_1 \\m_1 \cdot a_1 &= F_1 \\\frac{dv_2}{dt} &= a_2 \\f &= a_2 + \frac{K}{m_2} \cdot (v_2 - v_1) \\F_1 &= -K \cdot (v_1 - v_2) - D_g \cdot v_1 \\f &= f_0 \cdot \exp(-\tau \cdot t)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c|c}m_1 = 10 & m_2 = 20 & f_0 = 10 \\K = 1.3 \cdot 10^{-2} & D_g = 0.025 & \tau = 3.1\end{array}$$

- 2.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en parámetros, variables de estado y variables algebraicas. A continuación, realice la asignación de la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.

2.b (1 punto) Escriba el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. Asigne el valor inicial que desee a las variables de estado. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo simulado alcance el valor 10 s.

Pregunta 3 (4 puntos)

Consideremos el sistema mostrado en la Figura 1, que consiste en un objeto de masa constante m , que se encuentra suspendido del techo a través de un amortiguador, está unido al suelo a través de un muelle y roza contra la pared lateral. El suelo, el techo y la pared lateral se encuentran en reposo. El objeto puede moverse únicamente en la dirección vertical. Sobre él actúan la fuerza de la gravedad y una fuerza externa F , ambas en la dirección vertical.

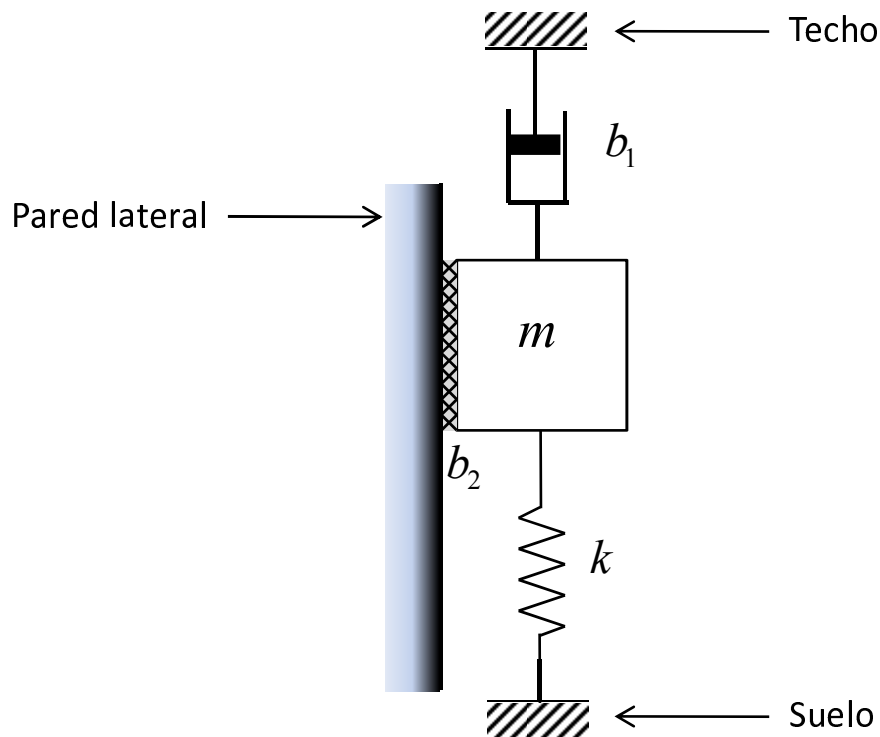


Figura 1: Diagrama del sistema mecánico.

Realizamos las suposiciones siguientes:

- La aceleración gravitatoria es igual a $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- La fuerza de fricción entre el objeto y la pared lateral es proporcional a la diferencia entre las velocidades de las superficies en contacto. El coeficiente de proporcionalidad, b_2 , es un parámetro del modelo.

- El amortiguador y el muelle se comportan linealmente. El coeficiente del amortiguador (b_1) y el coeficiente del muelle (k) son parámetros de valor conocido.
- La fuerza externa F se aplica sobre el objeto en la dirección vertical, con sentido hacia arriba, y es periódica cada 60 s. En la Figura 2 se muestra cómo evoluciona la fuerza F a lo largo de un periodo.

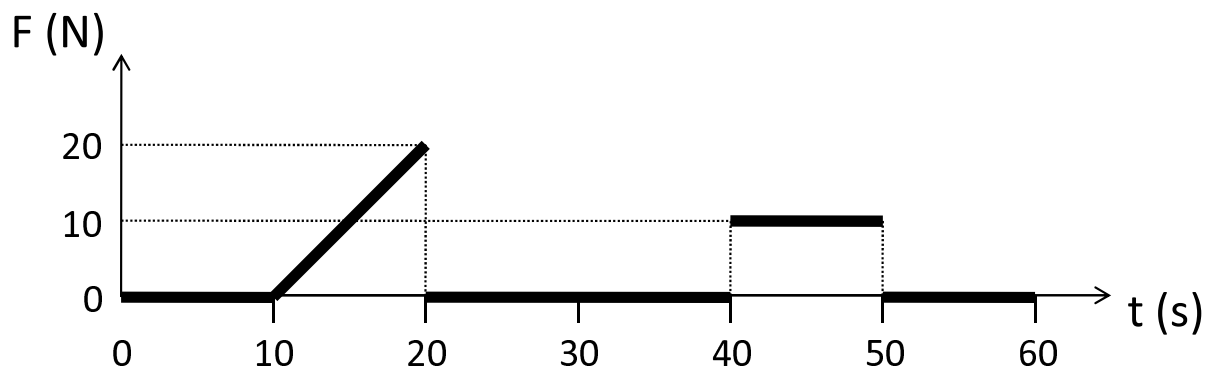


Figura 2: Fuerza externa F aplicada sobre el objeto en la dirección vertical.

Los parámetros del modelo se muestran en la tabla siguiente.

Símbolo	Significado	Valor	Unidades
m	Masa del objeto	15	kg
k	Coeficiente del muelle	250	N/m
L	Longitud natural del muelle	1.5	m
b_1	Coeficiente del amortiguador	25	N·s/m
b_2	Coeficiente de fricción	10	N·s/m
g	Aceleración gravitatoria	9.81	m/s ²

3.a (1 punto) Escriba las ecuaciones del modelo del sistema mecánico. El modelo debe describir la evolución de la longitud del muelle (x) y la velocidad del objeto (v). Adopte el criterio de signos siguiente. La velocidad (v) es positiva si la masa se desplaza hacia arriba, es decir, si aumenta la longitud del muelle (x). Asimismo, las fuerzas son positivas si tienen sentido ascendente y negativas si descendente.

Compruebe que el número de ecuaciones es igual al número de variables desconocidas a efectos de la asignación de la causalidad computacional.

3.b (2 puntos) Describa el modelo en Modelica, como un modelo atómico.

3.c Suponga que desea programar en Modelica una librería mecánica que contenga los componentes necesarios para componer el sistema mecánico de la Figura 1.

Escriba el código Modelica de las dos siguientes clases de dicha librería:

3.c.1 (0.5 puntos) El conector que describe la interacción entre los componentes.

3.c.2 (0.5 puntos) El modelo que describe el muelle.

Pregunta 4 (2 puntos)

Escriba un *script* en FlexPDE para obtener las líneas equipotenciales y los vectores del campo eléctrico del sistema descrito a continuación.

El sistema es un condensador formado por dos electrodos paralelos de longitud 10 m, que están situados en $y = 0$ e $y = 1$ m. El electrodo situado en $y = 0$ se extiende desde $x = 0$ a $x = 10$ m, y está a un voltaje de 0 V. El electrodo superior está a un voltaje de 10 V. Suponemos que no existen efectos debidos a los bordes y que el campo eléctrico tanto en $x = 0$ como en $x = 10$ m está dirigido verticalmente.

En el interior del condensador existe un medio de permitividad relativa (ϵ_r) de valor 2, excepto en una zona donde hay un medio de permitividad relativa (ϵ_r) 50. Esta zona está delimitada por un semicírculo de radio 0.3 m y cuyo centro está en las coordenadas (4,0.5) expresadas en metros. La permitividad del medio (ϵ) se calcula a partir de la expresión $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$, siendo el valor de ϵ_0 igual a $8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

La geometría de este problema se muestra en la Figura 3. Este fenómeno se describe mediante la siguiente ecuación diferencial, donde V es el voltaje:

$$\nabla \cdot (-\epsilon \cdot \nabla V) = 0$$

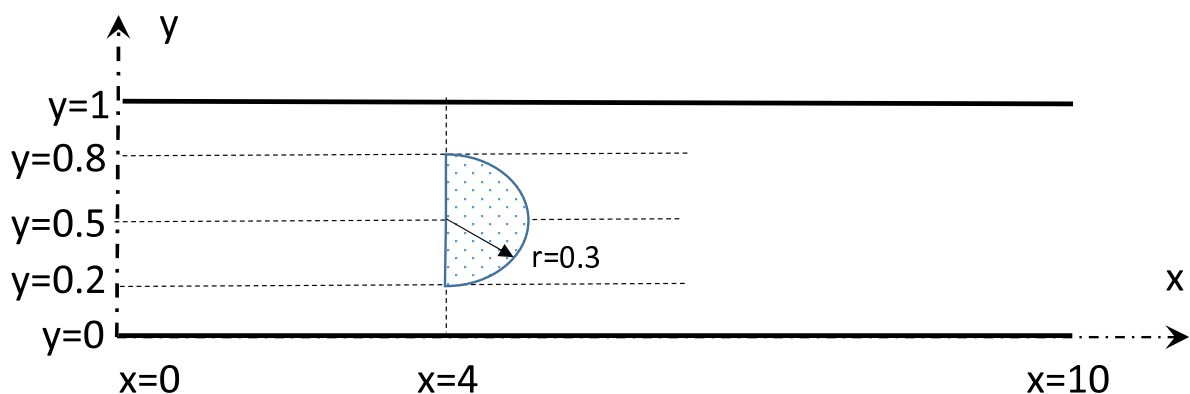


Figura 3: Condensador.