

# MÉTODOS DE SIMULACIÓN Y MODELADO

## INSTRUCCIONES

Por favor, entregue esta primera hoja de enunciado junto con el examen.

Dispone de 2 horas para realizar el examen.

MATERIAL PERMITIDO: Ninguno.

## Pregunta 1 (2 puntos)

Responda a las preguntas siguientes.

**1.a** (1 punto) Explique qué significado tienen en el lenguaje Modelica los atributos **start** y **fixed**.

**1.b** (1 punto) Explique en qué consiste el *paradigma del modelado físico*.

## Pregunta 2 (2 puntos)

A continuación se muestra un modelo matemático, donde la variable  $t$  representa el tiempo.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} - a_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} &= b_2 \\ b_1 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_3 &= b_2 \cdot \frac{dx_2}{dt} \\ x_2 &= b_1 \cdot x_1 - \frac{dx_1}{dt} \\ x_3 &= x_4 - x_1\end{aligned}$$

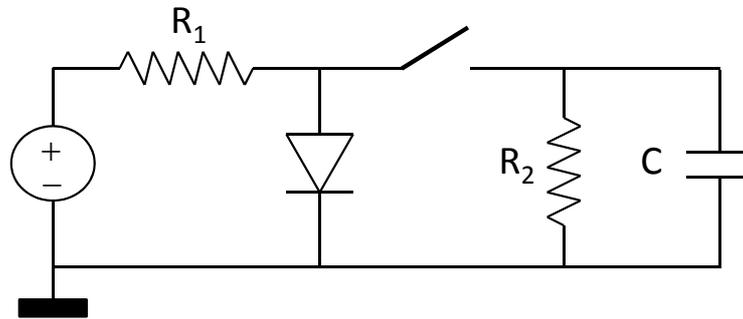
$$\begin{array}{l|l} a_1 = 7.65 \cdot 10^{-3} & a_2 = \frac{2}{3} \cdot a_1 \\ b_1 = 4.07 \cdot 10^{-2} & b_2 = b_1 \cdot t \end{array}$$

**2.a** (1 punto) Clasifique las variables del modelo en parámetros, variables de estado y variables algebraicas. A continuación, realice la asignación de la causalidad computacional. Explique detalladamente el procedimiento seguido para ello.

**2.b** (1 punto) Escriba el diagrama de flujo del algoritmo para la simulación de este modelo. Emplee el método de integración de Euler explícito. Asigne el valor inicial que desee a las variables de estado. La condición de finalización de la simulación es que el tiempo simulado alcance el valor 10 s.

### Pregunta 3 (4 puntos)

En la figura mostrada a continuación se representa un circuito eléctrico compuesto por un generador sinusoidal de voltaje, dos resistencias, un diodo, un condensador y un interruptor.



Realizamos las suposiciones siguientes:

- La amplitud y frecuencia del generador sinusoidal de voltaje son parámetros del modelo.
- Las resistencias tienen valor  $R_1$  y  $R_2$ , y el condensador tiene capacidad  $C$ , tal como se indica en la figura.  $R_1$ ,  $R_2$  y  $C$  son parámetros del modelo.
- El diodo es descrito mediante la relación constitutiva siguiente:

$$i = I_S \cdot \left( \exp \left( \frac{u}{V_t} \right) - 1 \right)$$

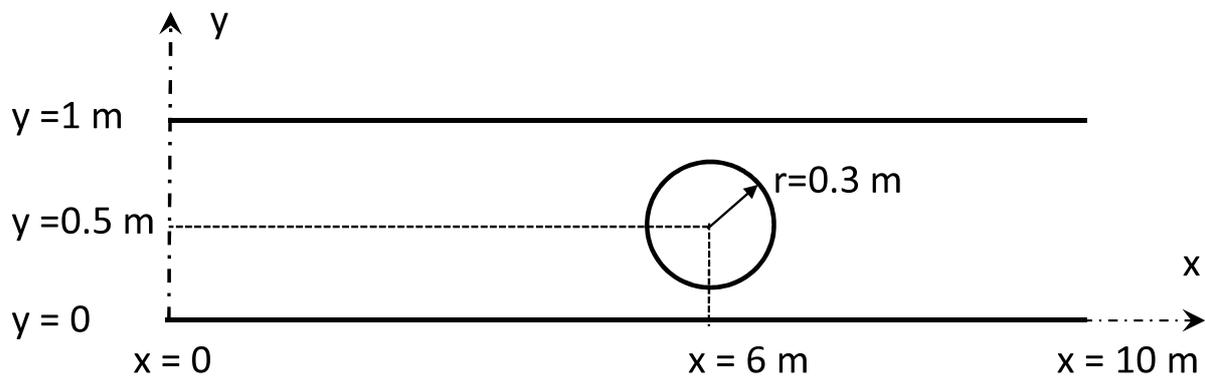
siendo la corriente de saturación ( $I_S$ ) y la tensión térmica ( $V_t$ ) parámetros del modelo.

- El interruptor eléctrico es ideal. Puede encontrarse en dos fases: abierto y cerrado. Mientras está abierto no permite el paso de corriente. Mientras está cerrado la caída de tensión entre sus bornes es cero. El interruptor cambia de fase cada  $T$  segundos, siendo  $T$  un parámetro del modelo.
- 3.a** (0.5 puntos) Escriba una tabla en la cual se indique el nombre, significado y unidades de las constantes, parámetros y variables del modelo.
- 3.b** (1 punto) Escriba las ecuaciones del modelo. Compruebe que el número de ecuaciones es igual al número de variables desconocidas a efectos de la asignación de la causalidad computacional.
- 3.c** (2.5 puntos) Describa el modelo en Modelica, como un modelo atómico. Inicialice el modelo asignando los valores que desee a los parámetros del modelo y a sus variables de estado.

#### Pregunta 4 (2 puntos)

Escriba un *script* en FlexPDE para obtener las líneas equipotenciales y los vectores del campo eléctrico del sistema descrito a continuación.

El sistema es un condensador formado por dos electrodos paralelos. El electrodo inferior está a un voltaje de 0 V. El electrodo superior está a un voltaje de 10 V. Se analiza el sistema en dos dimensiones, tal como se describe a continuación. En la figura se muestra esquemáticamente la geometría del sistema.



Los electrodos están situados en  $y = 0$  e  $y = 1$  m, y tienen una longitud de 10 m, extendiéndose desde  $x = 0$  a  $x = 10$  m. Suponemos que no existen efectos debidos a los bordes y que el campo eléctrico tanto en  $x = 0$  como en  $x = 10$  m está dirigido verticalmente.

En el interior del condensador existe un medio de permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) de valor 2, excepto en un círculo de radio ( $r$ ) 0.3 m, cuyo centro está situado en  $x = 6$  m e  $y = 0.5$  m, donde hay un medio de permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) 50.

La permitividad del medio ( $\epsilon$ ) se calcula a partir de la expresión  $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ , siendo el valor de  $\epsilon_0$  igual a  $8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m.

Este fenómeno se describe mediante la ecuación diferencial mostrada a continuación, donde  $V$  es el voltaje.

$$\nabla \cdot (-\epsilon \cdot \nabla V) = 0$$