

DESACOPLO INVERSO GENERALIZADO PARA PROCESOS TITO

Juan Garrido

Dept. de Informática y Análisis Numérico, Universidad de Córdoba, juan.garrido@uco.es

Francisco Vázquez

Dept. de Informática y Análisis Numérico, Universidad de Córdoba, fvazquez@uco.es

Fernando Morilla

Dept. de Informática y Automática, ETSI Informática, UNED, fmorilla@dia.uned.es

Resumen

Este trabajo presenta una visión más general del desacoplo inverso para procesos TITO (two inputs, two outputs) que da una mayor flexibilidad a la hora de especificar los dos procesos aparentes desacoplados. Las posibles configuraciones y sus correspondientes casos son analizados. Por otro lado se establecen cuales son las condiciones de realizabilidad necesarias para que el desacoplo inverso sea estable. La metodología se aplica a dos procesos en simulación en comparación con otros autores. Además, se ha utilizado una planta real de cuatro tanques acoplados para verificar la efectividad del método.

Palabras Clave: control por desacoplo, desacoplo inverso, control simplificado, controladores PID.

1 INTRODUCCIÓN

La mayoría de los procesos industriales son sistemas multivariables, los cuales presentan mayor dificultad para el control debido a las interacciones entre las señales medidas y las señales de control. Los sistemas de dos entradas y dos salidas (TITO) son la clase de sistema multivariable más común, bien porque hay procesos reales de esta naturaleza, o bien porque un proceso más complejo es descompuesto en bloques 2x2 [1, 12, 13, 14] con interacciones importantes entre sus entradas y salidas. Cuando las interacciones son modestas un controlador diagonal (control descentralizado) puede ser suficiente. Sin embargo, cuando dichas interacciones son significativas un control centralizado suele ser aconsejable [7].

En general, hay dos enfoques de control centralizado: una estrategia puramente centralizada con la que se pretende que la función de transferencia en lazo cerrado esté desacoplada en el ancho de banda deseado [5]; o una red de desacoplo D(s) más un

controlador C(s) descentralizado [9, 11, 15, 16]. En este último caso, la red de desacoplo consigue minimizar las interacciones y hacer el sistema dominante diagonal, y tras ello dos controladores son diseñados usando algún método descentralizado. El producto de ambos es el control centralizado [14].

En las redes de desacoplo convencionales (Figura 1) las señales de control se obtienen como la combinación de las salidas de los controladores diagonales filtradas por los elementos de la red de desacoplo correspondientes. Este esquema ha sido estudiado considerablemente tanto en teoría de control como en la práctica industrial. Sus formas más extendidas de desacoplo son el desacoplo ideal y el desacoplo simplificado [16].

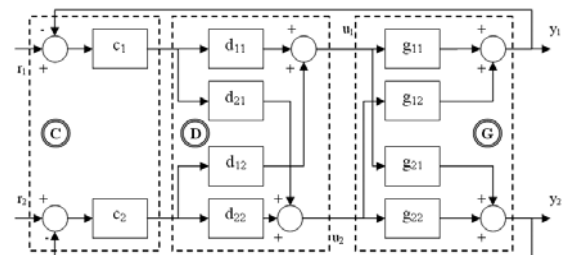


Figura 1 – Desacoplo convencional 2x2

Sin embargo, hay otra alternativa de red de desacoplo llamada desacoplo inverso, la cual obtiene las señales de control como una combinación de una salida del controlador y la otra señal de control filtrada por un elemento de la red de desacoplo (Figura 2).

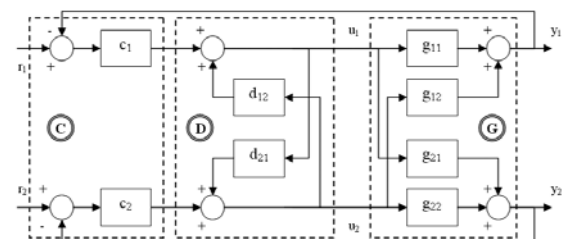


Figura 2 – Desacoplo inverso 2x2 (configuración A)

Este desacoplo es raramente mencionado en la literatura. En [15], se demuestra que el desacoplo inverso es una forma de implementar el desacoplo ideal usando los mismos simples elementos del desacoplo simplificado. Además, se comentan algunas ventajas prácticas sobre el desacoplo convencional, como por ejemplo el hecho de tener en cuenta la saturación de las variables manipuladas. En [4] se presenta un estudio comparativo entre el desacoplo ideal, simplificado e inverso. Chen, en [3], extiende el desacoplo inverso a procesos en los que alguna de sus funciones de transferencia contiene ceros de fase no mínima.

En la Figura 2, la red de desacoplo sólo tiene dos elementos distintos de la unidad, que es lo que se encuentra en los artículos sobre desacoplo inverso. Sin embargo, en este trabajo se presenta una visión del desacoplo inverso más general, en la que se usan cuatro elementos (Figura 3). Esto permite tener más libertad a la hora de elegir el proceso aparente desacoplado. Además se estudian todos los posibles casos cuando dos elementos se fijan iguales a la unidad. La Sección 2 muestra estas expresiones del desacoplo inverso para procesos TITO. En la Sección 3 se discuten las condiciones de realizabilidad de la red de desacoplo. La Sección 4 presenta varios ejemplos de aplicación del método, y la Sección 5 finaliza con las conclusiones.

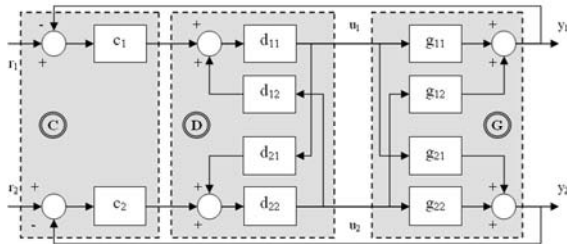


Figure 3: Desacoplo inverso generalizado para procesos 2x2 (configuración A)

2 DESACOPLO INVERSO 2x2 GENERALIZADO

2.1 CASO GENERAL

Considerando el sistema de control con realimentación unitaria de la Figura 3 y asumiendo que el proceso aparente en lazo abierto $Q(s)=G(s)\cdot D(s)$ debe ser diagonal, los elementos $d_{ij}(s)$ del desacoplo inverso están determinados por

$$d_{11} = \frac{q_1}{g_{11}} \quad d_{12} = \frac{-g_{12}}{q_1} \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{q_2} \quad d_{22} = \frac{q_2}{g_{22}} \quad (1)$$

donde el operador s ha sido omitido. La demostración de (1) aparece en el apéndice A. $q_1(s)$ y $q_2(s)$ son los

procesos aparentes desacoplados. La principal ventaja de (1) es la simplicidad de los elementos $d_{ij}(s)$ en comparación con el desacoplo convencional, cuyas expresiones para el sistema de la Figura 1 son

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} g_{22}q_1 & -g_{12}q_2 \\ -g_{21}q_1 & g_{11}q_2 \end{pmatrix}}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \quad (2)$$

Los elementos de la red de desacoplo dados en (1) no contienen suma de funciones de transferencia, mientras que los elementos en (2) pueden llegar a ser muy complicados, incluso si los elementos del sistema tienen dinámicas simples. Además, los procesos aparentes $q_i(s)$ se pueden mantener muy simples, permitiendo el uso de reglas de sintonía sencillas para el ajuste de los controladores descentralizados.

Sin embargo, el desacoplo inverso presenta una importante desventaja: por problemas de estabilidad no puede ser usado en procesos con ceros multivariados de fase no mínima, es decir, ceros en el semiplano derecho del determinante de $G(s)$. Por requisitos de estabilidad interna estos ceros deberían aparecer en las funciones en lazo abierto. Para ello, en el desacoplo convencional, dichos ceros son incluidos en las funciones de transferencia $q_i(s)$ de los procesos aparentes deseados. Pero, usando desacoplo inverso, esto no es posible porque los ceros de fase no mínima incluidos en $q_i(s)$ aparecerían en algún elemento de la red como polos inestables según (1). Sólo se podría aplicar el desacoplo inverso en el caso de ceros multivariados de fase no mínima asociados a una sola salida, y por tanto comunes a las funciones de transferencia de una misma fila, ya que en dicho caso los ceros se cancelarían.

En resumen, para obtener los cuatro $d_{ij}(s)$ sólo es necesario especificar las dos funciones de transferencia $q_i(s)$. Éstas se pueden elegir con total libertad siempre y cuando los elementos de la red sean realizables. En la sección 3 se discuten las condiciones necesarias para asegurar esto.

Hay que decir que aparte del esquema de desacoplo inverso general de la Figura 3, hay otra configuración alternativa (configuración B) cuyo esquema se muestra en la Figura 4, y en donde los elementos en la trayectoria directa de la red están alternados con respecto a la configuración A. Sus elementos están determinados por las siguientes expresiones

$$d_{11} = \frac{-g_{11}}{q_1} \quad d_{12} = \frac{q_2}{g_{21}} \quad d_{21} = \frac{q_1}{g_{12}} \quad d_{22} = \frac{-g_{22}}{q_2} \quad (3)$$

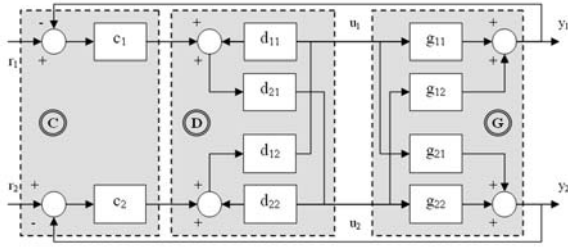


Figure 4: Desacoplo inverso generalizado para procesos 2x2 (configuración B)

2.2 CASO PARTICULAR

Un caso particular de desacoplo inverso lo encontramos cuando dos de los elementos de la red son fijados a la unidad. De esta forma sólo hay que implementar dos elementos. Generalmente, los dos elementos que se hacen iguales a la unidad son los de la trayectoria directa (Figura 2). Éste es el único caso que se encuentra en la literatura. Sin embargo, ésta es sólo una de las cuatro posibilidades. En la tabla 1 se recogen las cuatro opciones posibles para la configuración A, con las expresiones de los elementos de la red y los procesos aparentes correspondientes que se derivan de (1). La Figura 5 muestra los esquemas de desacoplo inverso de estos cuatro casos.

Aunque hay cuatro posibles casos, la realizabilidad de los elementos del desacoplo inverso para una misma configuración es siempre la misma, independientemente del caso escogido. Por ejemplo, para la configuración A, y como puede apreciarse en la tabla 1, la pareja de elementos de la red a implementar tienen siempre las siguientes expresiones

$$\frac{-g_{12}}{g_{11}} \quad \text{y} \quad \frac{-g_{21}}{g_{22}} \quad (4)$$

Tabla 1: Casos para el desacoplo inverso 2x2 fijando dos elementos a la unidad (configuración A)

Caso	Elementos de la red	Proceso aparente
1	$d_{11} = d_{22} = 1$ $d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$
2	$d_{11} = d_{21} = 1$ $d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad d_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$
3	$d_{12} = d_{21} = 1$ $d_{11} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad d_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$Q = \begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$
4	$d_{12} = d_{22} = 1$ $d_{11} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$Q = \begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$

Para la configuración B habría otras cuatro posibles opciones, pero el desarrollo sería similar a partir de (3). La pareja de elementos del desacoplo a implementar con esta configuración vendrían dados por

$$\frac{-g_{11}}{g_{12}} \quad \text{y} \quad \frac{-g_{22}}{g_{21}} \quad (5)$$

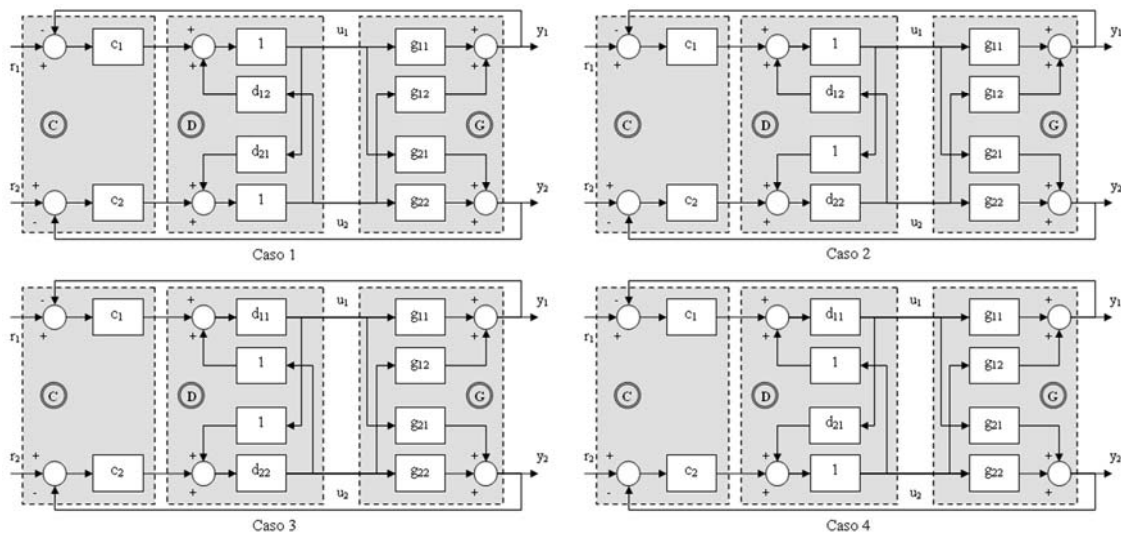


Figura 5 – Esquemas de desacoplo inverso 2x2 de los cuatro casos de la configuración A al fijar dos elementos a la unidad

3 REALIZABILIDAD

Los requerimientos de realizabilidad para la red de desacoplo inverso son que sus elementos sean propios, causales y estables. Para sistemas cuyas funciones de transferencia tengan retardo de tiempo o ceros de fase no mínima, el cálculo directo de los elementos del desacoplo puede llevar a elementos con predicción o polos inestables. Este problema es discutido en [3] para el caso particular de desacoplo inverso de la Figura 2.

A continuación, se comentan las condiciones que una configuración específica (A o B) necesita satisfacer para ser realizable. Además, se indican las restricciones en los procesos aparentes $q_i(s)$. Hay tres aspectos a tener en cuenta y que se deben inspeccionar por fila:

1- Se deben evitar los retardos de tiempo no causales τ_{ij} en los elementos de la red de desacoplo. Si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con el menor retardo τ_{ik} , se debe seleccionar el elemento d_{ki} de $D(s)$ para estar en la trayectoria directa entre el controlador diagonal y el proceso. Además, el retardo (τ_i) de tiempo de la función de transferencia $q_i(s)$ debe estar en el rango comprendido entre el retardo mínimo y el máximo de la misma fila:

$$\min(\tau_{ij}) \leq \tau_i \leq \max(\tau_{ij}) \quad j=1,2 \quad (6)$$

2- Los elementos del desacoplo $D(s)$ deben ser propios, es decir, los grados relativos r_{ij} deben ser mayores o iguales que cero. Como en el caso anterior, el elemento d_{ki} debería estar en la trayectoria directa si $g_{ik}(s)$ tiene el menor grado relativo de la fila i . Además, el grado relativo (r_i) de la función de transferencia $q_i(s)$ debe cumplir

$$\min(r_{ij}) \leq r_i \leq \max(r_{ij}) \quad j=1,2 \quad (7)$$

3- Cuando alguna función de transferencia $g_{im}(s)$ tiene un cero de fase no mínima, el elemento d_{mi} de $D(s)$ no debería seleccionarse en la trayectoria directa para evitar que dicho cero se convierta en polo inestable en algún elemento de la red de desacoplo. Cuando el cero es común a los elementos de una misma fila hay que tener en cuenta su multiplicidad η_{ij} en cada elemento. De nuevo, si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con la menor multiplicidad η_{ik} del cero de fase no mínima, se debe seleccionar el elemento d_{ki} de $D(s)$ para estar en la trayectoria directa. Este cero debe aparecer en la función de transferencia $q_i(s)$ con una multiplicidad (η_i) que cumpla

$$\min(\eta_{ij}) \leq \eta_i \leq \max(\eta_{ij}) \quad j=1,2 \quad (8)$$

De las expresiones (6), (7) y (8) se puede deducir que cuando el valor (retardo, grado relativo o multiplicidad del cero de fase no mínima) es común a ambas funciones de transferencia de la misma fila, hay más libertad para escoger la configuración A o B, pero menos flexibilidad a la hora de elegir los parámetros del proceso aparente $q_i(s)$, cuyos valores quedan limitados al valor común por fila (retardo, grado relativo o multiplicidad del cero comunes).

Cuando dos elementos de $D(s)$ tienen que seleccionarse en la misma columna para satisfacer las condiciones previas en ambas filas, ninguna configuración es realizable. Es necesario añadir dinámica extra en un bloque adicional $N(s)$ entre el proceso y la red de desacoplo inverso, de tal manera que el proceso visto por la red cambia, forzando la realizabilidad. Entonces el desacoplo inverso se debería aplicar al nuevo proceso $G^N(s)=G(s) \cdot N(s)$.

$N(s)$ es un bloque diagonal con la dinámica extra necesaria. Si no hay problemas de realizabilidad en la fila i , el elemento $n_{ii}(s)$ es igual a la unidad. Si la no realizabilidad es debida a un retardo no causal, se inserta un retardo de tiempo adicional ($e^{-\tau s}$) en el correspondiente elemento diagonal de $N(s)$. Si es debido a un cero de fase no mínima, se usa el siguiente elemento

$$\left(\frac{-s+z}{s+z^*} \right)^{\eta_i} \quad (9)$$

donde z^* es el complejo conjugado de z . Y si la no realizabilidad es debida a problemas de grado relativo, se inserta un polo simple estable (10) con la multiplicidad adecuada.

$$\frac{1}{(\lambda s + 1)^{\xi}} \quad (10)$$

Generalmente es preferible añadir la cantidad mínima de dinámica extra. Por tanto, tras ver la dinámica adicional necesaria en ambas configuraciones, se escoge aquella que tenga el bloque $N(s)$ más simple.

4 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En esta sección, la metodología propuesta es aplicada a dos procesos en simulación citados en la literatura comparando los resultados con otros autores. Además, su efectividad es comprobada en una planta real de cuatro tanques acoplados.

4.1 PROCESO DE NIEDERLINSKI

Como primer proceso se ha elegido el propuesto por Niederlinski [8], que es el proceso 2x2 más citado en

la bibliografía sobre control descentralizado y centralizado. Se trata de un proceso con gran interacción entre sus variables, pues su matriz de ganancias relativas (RGA) está próxima a 0.5, descrito por la siguiente matriz de funciones de transferencia:

$$G_N(s) = \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)} \begin{pmatrix} \frac{0.5}{0.1s+1} & -1 \\ 1 & \frac{2.4}{0.5s+1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Según la regla 2 de realizabilidad indicada en el apartado 3 y que trata sobre los grados relativos, se debería escoger la configuración B (Figura 4) para desacoplar el proceso. Usando las expresiones en (3) y haciendo $q_1(s)=g_{12}(s)$ y $q_2(s)=g_{21}(s)$, se obtienen los siguientes elementos para el desacoplo inverso

$$\begin{aligned} d_{11}(s) &= \frac{5}{(s+10)} & d_{12}(s) &= 1 \\ d_{22}(s) &= \frac{-4.8}{(s+2)} & d_{21}(s) &= 1 \end{aligned} \quad (12)$$

A continuación, en la tabla 2 se muestran los parámetros de dos controladores PI ajustados para obtener un margen de fase de 60° en ambos procesos aparentes desacoplados $q_i(s)$.

Tabla 2 – Parámetros de los controladores PI para el proceso de Niederlinski

Lazo	Kp	Ti
1	-1.207	0.423
2	1.207	0.423

Las Figuras 6 y 7 muestran la respuesta de las salidas y señales de control del sistema, respectivamente, ante un escalón unitario en cada referencia. El control propuesto mediante desacoplo inverso se compara con la respuesta del control diseñado en [14] para obtener un margen de fase de 60° en los dos lazos, y cuyo desacoplo fue propuesto originalmente por Shiu en [10].

En la Figura 6 puede apreciarse que el desacoplo inverso consigue un desacoplo perfecto usando elementos muy simples. Los elementos del desacoplo convencional en Shiu [10] son de orden 2 en numerador y denominador, pero no eliminan por completo la interacción, sobre todo en el segundo lazo. Además, las señales de control de la metodología propuesta son menos agresivas.

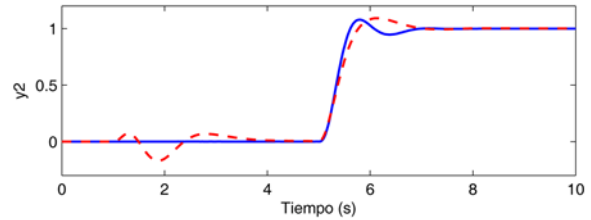
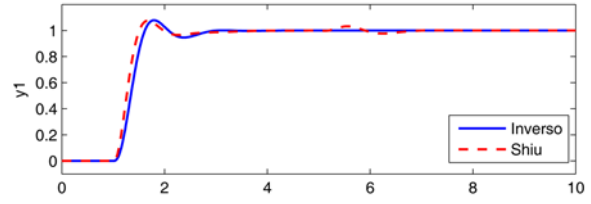


Figura 6 – Salidas en el proceso de Niederlinski

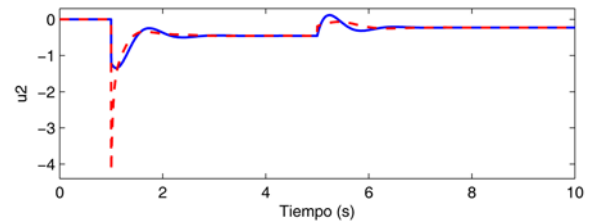
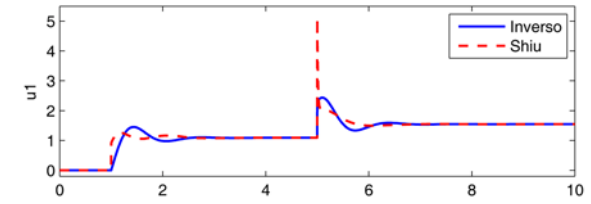


Figura 7 – Señales de control en el proceso de Niederlinski

4.2 COLUMNA DE VINANTE-LUYBEN

El siguiente proceso es la columna de destilación de Vinante-Lyuben dada por (13) y que aparece en [2]. Debido a los retardos ninguna configuración es posible, por lo que es necesario añadir un retardo extra en la segunda señal de control. El mínimo retardo necesario es $n_2(s)=e^{-0.7s}$. Entonces el nuevo proceso a desacoplar vendría dado por (14), en donde se debería escoger la configuración A para obtener elementos realizables, debido a los retardos.

$$G_V(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7 \cdot s + 1} & \frac{1.3e^{-0.3s}}{7 \cdot s + 1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5 \cdot s + 1} & \frac{4.3e^{-0.35s}}{9.2 \cdot s + 1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$G_V^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7 \cdot s + 1} & \frac{1.3e^{-s}}{7 \cdot s + 1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5 \cdot s + 1} & \frac{4.3e^{-1.05s}}{9.2 \cdot s + 1} \end{pmatrix} \quad (14)$$

En [2], usando las reglas de diseño del desacoplo normalizado, se propone el proceso aparente

desacoplado (15). Luego, se diseña una red de desacoplo normalizado usando la metodología de funciones de transferencia equivalentes (de los mismos autores). Finalmente, se diseña el control diagonal (16) de dos controladores PI, teniendo como especificaciones en ambos lazos una margen de ganancia de 3 y un margen de fase de 60° .

$$Q(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.0785e^{-0.9558s}}{6.691s+1} & 0 \\ 0 & \frac{4.4769e^{-1.5935s}}{8.7939s+1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$C_{PI}(s) = \begin{pmatrix} 1.7633 + \frac{0.2635}{s} & 0 \\ 0 & 0.6454 + \frac{0.0734}{s} \end{pmatrix} \quad (16)$$

En este ejemplo se va a aplicar el desacoplo inverso generalizado presentado en este trabajo, de tal manera que se va a especificar el mismo proceso aparente que en [2], es decir, se va a diseñar una red de desacoplo inverso usando las expresiones generales (1) y usando como $q_i(s)$ los procesos aparentes de (15), excepto que el retardo de $q_i(s)$ será igual a uno para conseguir realizabilidad. Además, para obtener una respuesta similar, y ya que los procesos aparentes son los mismos se va a usar el mismo control descentralizado (16). Los elementos del desacoplo inverso obtenidos son

$$\begin{aligned} d_{11} &= \frac{-14.55s - 2.079}{14.72s + 2.2} \approx -0.9448 \\ d_{12} &= \frac{-8.698s - 1.3}{14.55s + 2.079} \\ d_{21} &= \frac{(24.62s + 2.8)}{42.53s + 4.477} e^{-0.207s} \\ d_{22} &= \frac{(41.19s + 4.477)}{37.81s + 4.3} e^{-0.543s} \approx 1.041e^{-0.543s} \end{aligned} \quad (17)$$

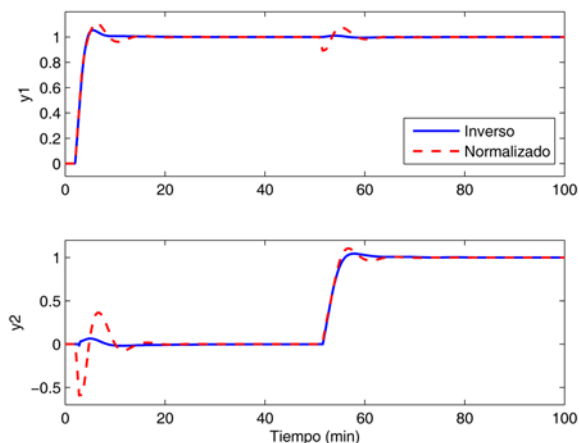


Figura 8 – Salidas en la columna VL

En las Figuras 8 y 9 se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado (salidas y señales de control respectivamente) del desacoplo inverso diseñado, en comparación con el desacoplo normalizado en [2].

Las respuestas son similares, pero el control inverso propuesto consigue un desacoplo mucho mayor (no es perfecto por las aproximaciones realizadas en (17) a d_{11} y d_{22}). En el desacoplo normalizado la interacción es mayor, sobre todo en la segunda salida. Por tanto, aunque los elementos de ambas redes de desacoplo tienen similar complejidad, la respuesta del control propuesto es mejor.

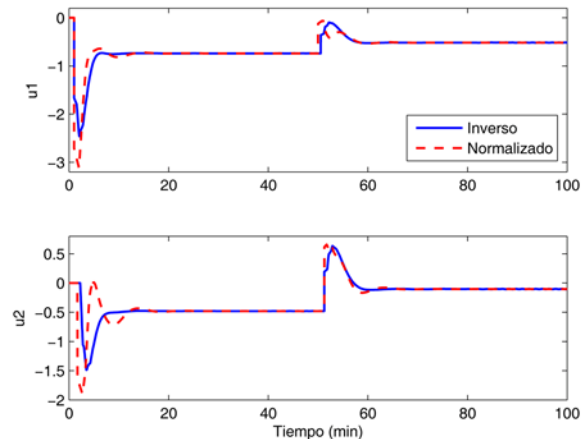


Figura 9 – Señales de control en la columna VL

4.3 PROCESO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS

Como tercer ejemplo se ha utilizado un proceso real de cuatro tanques acoplados [6]. La planta experimental (Figura 10) se encuentra en los laboratorios del departamento de Control Automático de la Universidad de Lund (Suecia), en donde se realizaron los experimentos. Las salidas son los niveles en los tanques inferiores en el rango de 0 a 20 cm (ó 0-10 V), y las entradas son referencias para los lazos secundarios que regulan el funcionamiento de las bombas, en el rango 0-10 V.

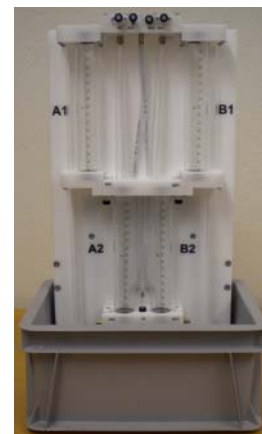


Figura 10: Planta de cuatro tanques acoplados

La planta fue configurada para que no tuviera ningún cero multivariable de fase no mínima y tras ello se llevó a cabo una identificación en torno al punto de trabajo $u=[6, 6]$ V e $y=[7, 6.5]$ V (ó $h=[14, 13]$ cm). El proceso resultante viene dado por (18) y tiene una RGA de 2.9.

$$G_T(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.4}{14.62s+1} & \frac{0.97}{(12.52s+1)(8.63s+1)} \\ \frac{1.09}{(11.96s+1)(9.26s+1)} & \frac{1.15}{13.7s+1} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Aplicando las expresiones del caso 1 de la Tabla 1, obtenemos las expresiones de los elementos del desacoplo inverso (19).

$$d_{11}(s) = 1 \quad d_{12}(s) = \frac{-0.6929(14.62s+1)}{(12.52s+1)(8.63s+1)} \quad (19)$$

$$d_{22}(s) = 1 \quad d_{21}(s) = \frac{-0.9478(13.7s+1)}{(9.26s+1)(11.96s+1)}$$

Además, según dicha tabla los controladores diagonales deben ajustarse para $g_{11}(s)$ y $g_{22}(s)$. Se han diseñado dos PI en el dominio de la frecuencia usando la herramienta TITO, con la especificación de obtener un margen de fase de 60° en ambos lazos. Durante el diseño el ancho de banda se ha limitado entre 0.0001 (10^{-4}) y 0.1 (10^{-1}) Hz, donde los problemas de interacción parecen más severos. Los parámetros de los PI aparecen en la Tabla 3.

Tabla 3 – Parámetros de los controladores PI para el proceso de tanques acoplados

Lazo	Kp	Ti
1	0.54	4.8
2	0.59	4.4

Las Figuras 11 y 12 muestran la comparación de la respuesta escalón entre el desacoplo inverso con los controladores PI de la tabla 3 y el control descentralizado que queda al usar sólo éstos dos controles PI. Usando desacoplo inverso se consigue desacoplar el sistema. En el caso descentralizado aparecen interacciones en ambos lazos, sobre todo en el primero.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha explicado un enfoque más generalizado del desacoplo inverso para procesos TITO. Este enfoque permite una mayor flexibilidad a la hora de especificar el proceso en lazo abierto equivalente. Además, se han mostrado los distintos casos posibles cuando dos elementos de la red de

desacoplo se fijan a la unidad, y se han indicado las consideraciones a tener en cuenta en lo referente a realizabilidad. La metodología ha sido ilustrada con dos ejemplos representativos obteniendo similar o mejor respuesta que otros autores. También, se ha utilizado una planta real de laboratorio para verificar su efectividad.

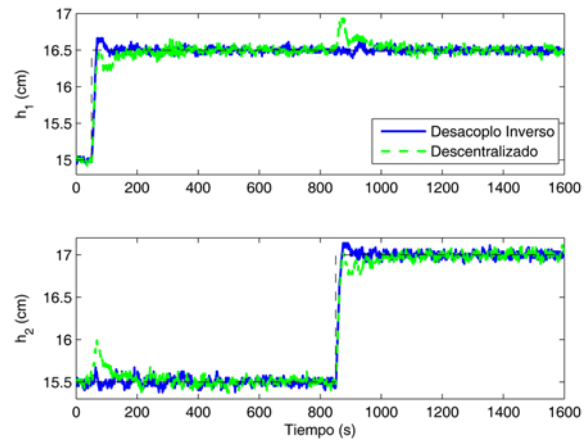


Figura 11 – Salidas (cm) en los tanques inferiores

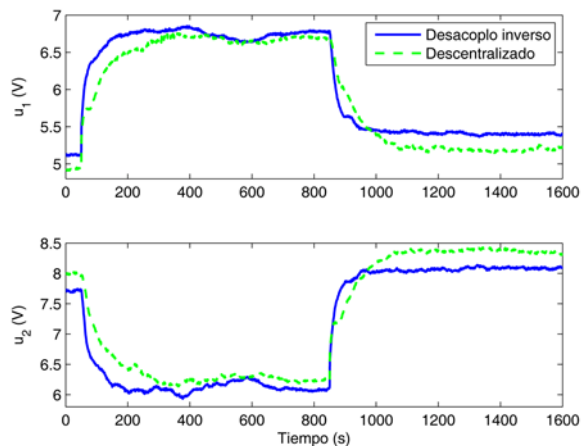


Figura 12 – Señales de control (V) en el proceso de los tanques acoplados

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la CICYT (Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología) a través del proyecto DPI 2004-05903. J. Garrido agradece al Ministerio de Educación su beca FPU (Ref. AP2006-01049), y a Tore Hägglund, su atención y ayuda en Lund, así como el uso de la planta de tanques acoplados.

Referencias

- [1] Aström, K. J.; Johansson, K. H.; Wang, Q., (2002) "Design of decoupled PI controllers for two-by-two systems". *IEE Proceedings control theory and applications* 149, pp. 74-81.

- [2] Cai, W. J.; Ni, W.; He, M. J.; Ni, C.Y., (2008) Normalized Decoupling – A new approach for MIMO Process Control System Design, *Ind. Eng. Chem. Res.* 47, pp. 7347-7356.
- [3] Chen, P.; Zhang, W., (2007) Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes. *ISA Transactions* 46, pp. 199-210.
- [4] Gagnon, E.; Pomerleau, A.; Desbiens, A., (1998) Simplified, ideal or inverted decoupling? *ISA Transactions* 37, pp. 265-276.
- [5] Garrido, J.; Morilla, F.; Vázquez, F., (2009) Centralized PID Control by Decoupling for a Boiler-Turbine Unit. *10th European Control Conference*, Budapest.
- [6] Johansson, K. H.; Horch, A.; Wijk, O., (1999) Teaching multivariable control using the quadruple-tank process, *IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix.
- [7] Morilla, F.; Vázquez, F.; Garrido, J., (2008) Centralized PID Control by Decoupling for TITO Processes, *Proceedings of 13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, pp. 1318-1325.
- [8] Niederlinski, A., (1971) A heuristic approach to the design of linear interacting control systems, *Automatica* Vol. 7, pp. 691-701.
- [9] Nordfeldt, P., (2005) PID Control of TITO Systems. Licentiate Thesis. Department of Automatic Control. Lund Institute of Technology.
- [10] Shiu, S. J.; Hwang, S., (1998) Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers, *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 37, pp. 107-119.
- [11] Tavakoli S.; Griffin, I.; Fleming, P. J., (2006) "Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes", *Control Engineering Practice* 14, pp. 1069-1080.
- [12] Vázquez, F.; Morilla, F.; Dormido, S., (1999) "An iterative method for tuning decentralized PID controllers", *Proceeding of the 14th IFAC World Congress*, pp. 491-496.
- [13] Vázquez, F., (2001) Diseño de controladores PID para sistemas MIMO con control descentralizado. PhD Thesis. UNED.
- [14] Vázquez, F.; Morilla, F., (2002) "Tuning decentralized PID controllers for MIMO systems with decoupling", *Proceeding of the 15th IFAC World Congress*, pp. 2172-2178.
- [15] Wade, H. L., (1997) "Inverted decoupling: a neglected technique", *ISA Transactions* 36, pp. 3-10.
- [16] Waller, K., (1974) Decoupling in distillation, *AIChE Journal* Vol. 20, pp. 592-594.

Apéndice A

Demostración

$$\begin{aligned} y_1 &= g_{11}u_1 + g_{12}u_2 \\ y_2 &= g_{21}u_1 + g_{22}u_2 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Según el esquema de control de la Figura 2

$$\begin{aligned} u_1 &= d_{11}c_1(r_1 - y_1) + d_{11}d_{12}u_2 = d_{11}m_1 + d_{11}d_{12}u_2 \\ u_2 &= d_{22}c_2(r_2 - y_2) + d_{22}d_{21}u_1 = d_{22}m_2 + d_{22}d_{21}u_1 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde m_i son las salidas de los controladores diagonales. A partir de (A.2)

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d_{11}m_1 + d_{11}d_{12}d_{22}m_2}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}} \\ u_2 &= \frac{d_{22}m_2 + d_{22}d_{21}d_{11}m_1}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo (A.3) en (A.1) se obtiene

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{d_{11}g_{11} + g_{12}d_{22}d_{21}d_{11}}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}}m_1 + \frac{d_{22}g_{12} + g_{11}d_{22}d_{12}d_{11}}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}}m_2 \\ y_2 &= \frac{d_{11}g_{21} + g_{22}d_{22}d_{21}d_{11}}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}}m_1 + \frac{d_{22}g_{22} + g_{21}d_{22}d_{12}d_{11}}{1 - d_{11}d_{12}d_{21}d_{22}}m_2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Para conseguir un proceso aparente diagonal en A.4, la expresión de y_1 debe ser independiente de m_2 , y la de y_2 independiente de m_1 . Por tanto, los términos diagonales se igualan a cero en (A.5)

$$\begin{aligned} d_{22}g_{12} + g_{11}d_{22}d_{12}d_{11} &= 0 \Rightarrow d_{11}d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}} \\ d_{11}g_{21} + g_{22}d_{22}d_{21}d_{11} &= 0 \Rightarrow d_{22}d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Luego, sustituyendo (A.5) en (A.4)

$$\begin{aligned} y_1 &= d_{11}g_{11}m_1 = q_1m_1 \Rightarrow d_{11} = \frac{q_1}{g_{11}}; \quad d_{22} = \frac{q_2}{g_{22}} \\ y_2 &= d_{22}g_{22}m_2 = q_2m_2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Y finalmente, sustituyendo (A.6) en (A.5)

$$d_{12} = \frac{-g_{12}}{q_1} \quad ; \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{q_2} \quad (\text{A.7})$$