

# DISEÑO ÓPTIMO DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS MULTIVARIABLE

Daniel Carmona Morales ([p22camod@uco.es](mailto:p22camod@uco.es))<sup>1</sup>, Jorge E. Jiménez Hornero ([jjimenez@uco.es](mailto:jjimenez@uco.es))<sup>1</sup>,  
Fernando Morilla García ([fmorilla@dia.uned.es](mailto:fmorilla@dia.uned.es))<sup>2</sup>, Francisco J. Vázquez Serrano ([fvazquez@uco.es](mailto:fvazquez@uco.es))<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Dpto. de Informática y Análisis Numérico. Universidad de Córdoba

<sup>2</sup> Dpto. de Informática y Automática. UNED

## Resumen

*En este trabajo se presenta una metodología de diseño óptimo de controladores PID para estrategias de control centralizado y descentralizado en sistemas multivariable 2x2. La obtención de los controladores se realizará vía optimización con la ayuda de un algoritmo genético (GA) integrado en una herramienta software específicamente desarrollada para tal fin. Dicha herramienta implementa un Interfaz Gráfico de Usuario (GUI) que permite indicar cuál es el modelo del sistema a controlar y el tipo de estrategia de control que se desea diseñar, configurar parámetros para el algoritmo empleado y ejecutar la optimización que sintonizará los controladores. Además, permite analizar los resultados obtenidos mediante representaciones gráficas de las respuestas de los procesos estudiados. Dichos resultados se aplicarán experimentalmente a una planta de laboratorio, concretamente a un doble rotor de la casa Feedback.*

**Palabras clave:** Control Multivariable, PID, Diseño Óptimo, Algoritmos Genéticos.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la práctica industrial es habitual encontrarse con la necesidad de controlar procesos multivariable (MIMO). Los sistemas de control más habituales para este tipo de procesos se pueden englobar en dos grandes grupos: los de control centralizado y los de control descentralizado [1].

Por otro lado, en la mayoría de las aplicaciones industriales se utilizan controladores PID debido a su robustez, las intuitivas relaciones entre sus parámetros y la respuesta del sistema y su flexibilidad [2].

También es destacable que, en los últimos tiempos, están apareciendo nuevas técnicas de diseño que intentan mejorar los métodos clásicos. En este

sentido, una de las alternativas actuales la constituye el denominado diseño óptimo, mediante el empleo de técnicas de optimización, entre las que cabe destacar las que se basan en algoritmos genéticos (GA). Existen diferentes estudios que han demostrado, tanto teórica como experimentalmente, que los GA proporcionan mayor eficiencia (tanto en la obtención del óptimo global como en el coste computacional) en la resolución de problemas de optimización que son difícilmente tratables con algoritmos de optimización estándar, como puede ser el caso de aquéllos cuya función objetivo sea multimodal.

Por todo esto, en este trabajo se investiga la utilización de algoritmos genéticos en la sintonía de controladores PID involucrados en estrategias de control multivariable para procesos 2x2.

## 2. METODOLOGÍA

Se han empleado estrategias de control descentralizado, centralizado y con red de desacoplo, todas ellas empleando controladores PIDs no interactivos con filtro en la acción derivativa. En los epígrafes 2.1 y 2.2 se describen cada una de ellas.

Por otra parte, en el epígrafe 2.3 se describe el algoritmo de optimización empleado para la sintonía de los controladores.

### 2.1 ESTRATEGIA DE CONTROL DESCENTRALIZADO

La estrategia de control descentralizado objeto de estudio se lleva a cabo mediante dos controladores PID independientes. Por tanto, se asigna un controlador a cada lazo (PID<sub>1</sub> para  $u_1 \rightarrow y_1$  y PID<sub>2</sub> para  $u_2 \rightarrow y_2$ ), tal y como se muestra en el diagrama de bloques correspondiente a la figura 1, donde también

se ha incluido el proceso MIMO 2x2. Evidentemente, a priori esta estrategia sólo es recomendable con procesos poco interactivos.

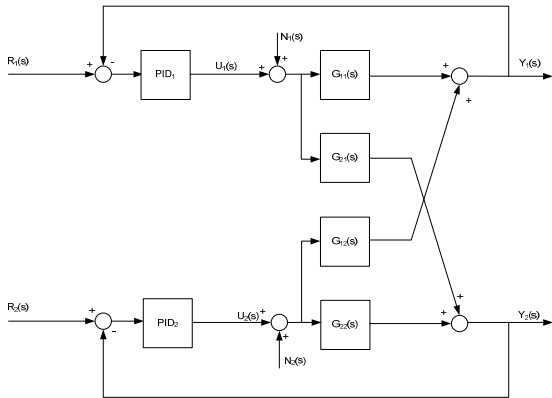


Fig. 1: Control descentralizado

## 2.2 ESTRATEGIA DE CONTROL CENTRALIZADO

Para control centralizado se han considerado dos alternativas: el uso de un bloque constituido por cuatro controladores PID y el control descentralizado anterior con dos PID, pero con la adición de una red de desacoplo.

En el primero de los casos (ver figura 2), dos de los PID reciben la señal de error de un lazo y, los otros dos, la del otro lazo ( $e_1=r_1-y_1$  y  $e_2=r_2-y_2$ ). Así mismo, este bloque proporciona dos señales de control al proceso ( $u_1$  y  $u_2$ ), siendo  $u_1=u_{11} + u_{12}$  y  $u_2= u_{21} + u_{22}$ . La señal  $u_{11}$  proviene del controlador PID<sub>11</sub> que se encarga de compensar el error  $e_1$ . Por su parte, la señal  $u_{12}$  proviene del controlador PID<sub>12</sub> que trata de minimizar la parte del error  $e_2$  provocada por la interacción representada por la función de transferencia  $G_{21}(s)$ . De manera análoga sucede con la señal de control  $u_2$  en relación a las salidas de los controladores PID<sub>22</sub> y PID<sub>21</sub>.

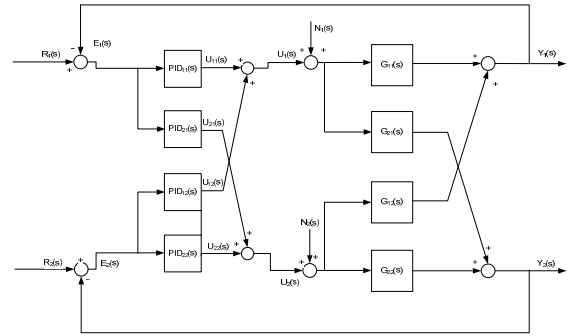


Fig. 2: Control centralizado

Por otra parte, en el control con red de desacoplo (ver figura 3), se añade un bloque de funciones de transferencia que, como su propio nombre indica, trata de eliminar la interacción del proceso. De este modo, el problema queda reducido al control descentralizado anterior. En comparación con la otra estrategia centralizada, desde el punto de vista computacional, al reducir el número de controladores se disminuye también el número de variables de decisión que tendrá que manejar posteriormente el algoritmo genético, por lo que es más eficiente que la anterior.

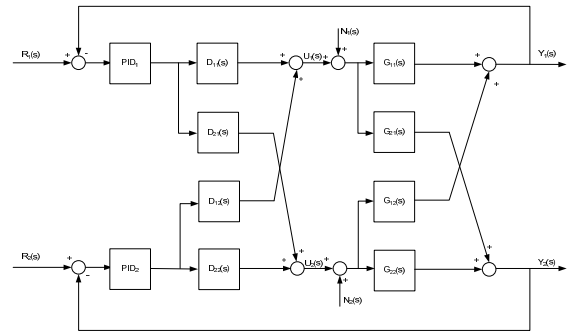


Fig. 3: Control centralizado con red de desacoplo

Existen diferentes técnicas para diseñar la red de desacoplo [1]. En este trabajo se han empleado tres de ellas, cuyas matrices de transferencia se indican:

### 1) Red de desacoplo dinámica de Nordfeldt:

$$D = \begin{pmatrix} G_{22}(s) & -G_{12}(s) \\ -G_{21}(s) & G_{11}(s) \end{pmatrix} \quad (2)$$

### 2) Red de desacoplo estática de Nordfeldt:

$$D = \begin{pmatrix} G_{22}(0) & -G_{12}(0) \\ -G_{21}(0) & G_{11}(0) \end{pmatrix} \quad (3)$$

### 3) Red de desacoplo con dos elementos dinámicos:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

## 2.3 ALGORITMOS GENÉTICOS (GA)

Los GA o algoritmos bioinspirados son estrategias de optimización global estocástica que intentan emular la evolución natural [3]. Para encontrar la solución óptima emplean operadores tales como el cruce, la mutación o la selección [4], sobre soluciones (individuos) obtenidas en etapas previas del algoritmo. El rendimiento de un GA es altamente dependiente de la calidad de los operadores utilizados. La ejecución de un GA termina cuando se verifica una determinada condición de finalización.

En los últimos años los GA están sustituyendo a los métodos clásicos de optimización dada su flexibilidad, su buena aproximación a los óptimos globales en la mayor parte de los casos, su eficiencia computacional y la práctica ausencia de condiciones de partida que la función objetivo y/o las restricciones tienen que verificar para poder ser aplicados.

### 2.3.1 SINTONÍA DE CONTROLADORES CON GA

El GA empleado para la sintonía de controladores es una estrategia evolutiva conocida como ALGA (*Augmented Lagrangian Genetic Algorithm*) [5], implementada en Matlab. Este GA permite resolver un NLP (*Non-Linear Problem*) con restricciones de igualdad y de desigualdad y límites en las variables de decisión. Se han configurado los siguientes parámetros del algoritmo:

- **Población:** será de 20 individuos en cada generación, pero el número de elementos (código genético) que caracterizan cada uno de ellos dependerá del tipo de estrategia de control multivariable que se escoja:
  - o Para *control descentralizado y con red de desacoplo* se tendrán 8 elementos por individuo, que representan los parámetros de los dos PID empleados ( $K_{p1}$ ,  $T_{i1}$ ,  $T_{d1}$ ,  $\alpha_1$ ,  $K_{p2}$ ,  $T_{i2}$ ,  $T_{d2}$  y  $\alpha_2$ ).
  - o Para *control centralizado* se tendrán 16 elementos por individuo, que representan los parámetros de los cuatro PID utilizados ( $K_{p11}$ ,  $T_{i11}$ ,  $T_{d11}$ ,  $\alpha_{11}$ ,  $K_{p12}$ ,  $T_{i12}$ ,  $T_{d12}$ ,  $\alpha_{12}$ ,  $K_{p21}$ ,  $T_{i21}$ ,  $T_{d21}$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $K_{p22}$ ,  $T_{i22}$ ,  $T_{d22}$  y  $\alpha_{22}$ ).
- La población inicial será generada de forma aleatoria empleando una distribución uniforme.
- **Codificación:** se usará una codificación de números reales para el código genético de los individuos.
- **Operadores genéticos:** se han empleado los siguientes operadores:
  - a) **Selección:** el mecanismo de selección de los individuos padres para la siguiente generación es estocástico uniforme [6].
  - b) **Cruce:** el mecanismo de recombinación parte de la creación de un vector binario aleatorio de la misma longitud que el código genético de los padres. Un algoritmo recorre el vector de forma que, si encuentra un 1, se toma el gen correspondiente del primer padre; si encuentra un 0, lo toma del segundo. Se estableció que el 80% de los individuos de cada generación provengan de este mecanismo.
  - c) **Mutación:** se emplea un algoritmo que genera aleatoriamente direcciones de mutación cuya longitud de paso se escoge de forma que se verifiquen las restricciones del problema. Se estableció que el 20% de los individuos de cada generación provengan de este mecanismo.
  - d) **Individuos de élite:** se contempla la existencia de individuos de élite, es decir, los “mejores” padres de cada generación que se trasladan directamente a la siguiente. Su valor se estableció en dos.
- **Condiciones de finalización:** se utilizarán las dos siguientes, terminando la ejecución del GA

en el momento que se verifique cualquiera de ellas.

- Cuando haya transcurrido un tiempo determinado en el que las nuevas generaciones que se vayan obteniendo no mejoren la función objetivo (*Stall Time Limit*). Se ha considerado como valor para este parámetro entre 75 seg (control descentralizado) y 100 seg (control centralizado y con desacoplo).
- Cuando se haya alcanzado el número máximo de generaciones configurado (en este caso a 100).

Para mejorar la búsqueda de los parámetros de los controladores realizada por el GA se han ensayado empíricamente diferentes límites para las variables de decisión, llegándose a la conclusión de que la mejor solución para cada caso es:

- Control centralizado mediante 4 PIDs:
  - $-1 < kp_{11} < 10$  Mismos límites para  $kp_{12}$ ,  $kp_{21}$  y  $kp_{22}$ .
  - $0 < ti_{11} < 10$ . Mismos límites para  $ti_{12}$ ,  $ti_{21}$  y  $ti_{22}$ .
  - $0 < td_{11} < 10$ . Mismos límites para  $td_{12}$ ,  $td_{21}$  y  $td_{22}$ .
- Control descentralizado y control con desacoplo:
  - $-1 < kp_{11} < 10$ . Mismos límites para  $kp_{22}$ .
  - $0 < ti_{11} < 10$ . Mismos límites para  $ti_{22}$ .
  - $0 < td_{11} < 10$ . Mismos límites para  $td_{22}$ .

Por otro lado, dada la naturaleza estocástica del GA, se han llevado a cabo, de media, unas 15 ejecuciones del mismo en cada caso, adoptando la mejor solución obtenida.

En cuanto a la función objetivo a optimizar, se busca minimizar tanto el error entre la consigna y la salida del proceso como el esfuerzo de control necesario. Dado que se parte de la premisa de trabajar con procesos 2x2, se establece la siguiente función objetivo ( $J$ ) constituida por dos términos ( $J_1$  y  $J_2$ ):

$$J = J_1 + J_2 \quad (5)$$

$$J_1 = \text{PesoIAE}_1(r_1) * \text{IAE}_1(r_1) + \text{PesoIAE}_1(p) * \text{IAE}_1(p) + \text{PesoTV}_1 * \text{TV}_1 \quad (6)$$

$$J_2 = \text{PesoIAE}_2(r_2) * \text{IAE}_2(r_2) + \text{PesoIAE}_2(p) * \text{IAE}_2(p) + \text{PesoTV}_2 * \text{TV}_2 \quad (7)$$

siendo:

- $\text{IAE}_i(r_i)$  la integral del valor absoluto del error producido en la salida  $i$  por el cambio de consigna  $r_i$ .
- $\text{IAE}_i(p)$  la integral del valor absoluto del error producido en la salida  $i$  por las perturbaciones externas y por el cambio en la otra consigna.
- $\text{TV}_i$  la variación total [7], que permite cuantificar el esfuerzo de control total midiendo la evolución de la señal de control  $u_i(t)$  en cada instante de muestreo  $k$  con respecto al instante anterior:

$$\text{TV}_i = \sum_{k=1}^{\infty} |u_i(k) - u_i(k-1)| \quad (8)$$

- $\text{PesoIAE}_i(r_i)$ ,  $\text{PesoIAE}_i(p)$  y  $\text{PesoTV}_i$  los pesos que permiten dar mayor o menor relevancia a ciertos términos de la función objetivo, dependiendo de los objetivos buscados (respuestas más o menos agresivas, mayor o menor rechazo de perturbaciones, etc...).

### 3 HERRAMIENTA DE OPTIMIZACIÓN

Con el fin de automatizar la ejecución del GA para diferentes casos de estudio y facilitar la tarea del diseñador, se ha desarrollado un Interfaz Gráfico de Usuario (figura 4) que permite realizar, entre otras, las siguientes acciones:

- 1) *Introducir el modelo del proceso a estudiar.* En todos los casos serán sistemas 2x2.
- 2) *Escoger la estrategia de control.* Se podrá elegir entre control centralizado (con o sin red de desacoplo) y control descentralizado.
- 3) *Establecer los parámetros de optimización.* Estos parámetros están relacionados con el GA, con la función objetivo y con las simulaciones que se llevan a cabo durante la optimización.
- 4) *Definir los parámetros de la simulación a realizar.* Una vez obtenidos los parámetros de los controladores PID, se realiza una simulación

para observar cómo reacciona el sistema controlado ante cambios de consignas y perturbaciones.

- 5) *Realizar una optimización individual o por lotes (en 'batch')*: Una vez se han definido todos los parámetros se puede realizar una única optimización o varias, configuradas mediante un fichero 'batch' que permita llevarlas a cabo de forma secuencial.

- 6) *Analizar resultados*. Cuando la optimización u optimizaciones han finalizado se genera un fichero de resultados. La herramienta permite abrir dicho fichero y seleccionar aquellos resultados que se deseen estudiar. Esto permite, por ejemplo, realizar comparaciones entre diferentes resultados.

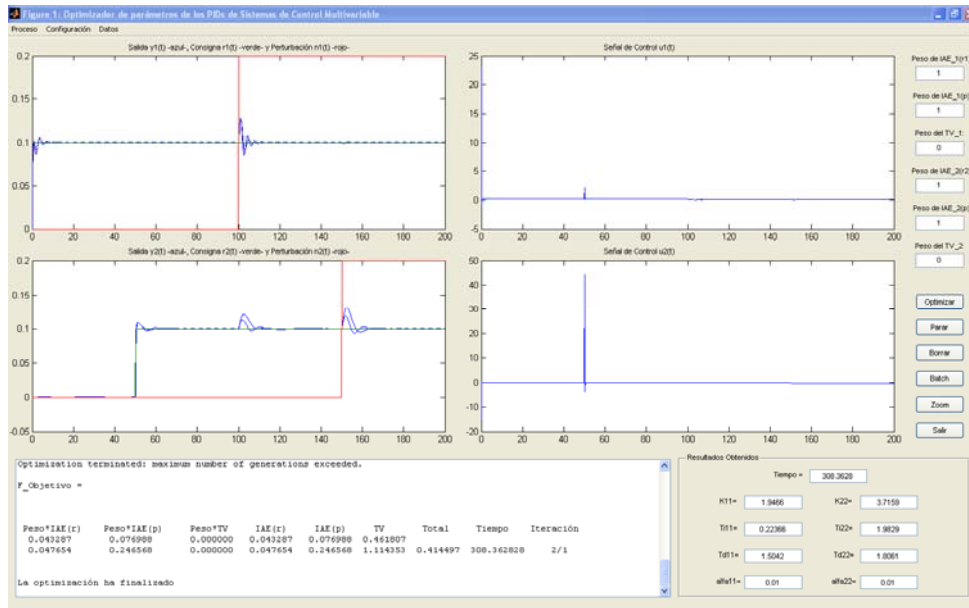


Fig. 4: Pantalla principal de la herramienta desarrollada

## 4 RESULTADOS

Para comprobar la bondad de la metodología desarrollada se han ensayado los resultados obtenidos en una planta experimental de laboratorio, concretamente el doble rotor *Twin Rotor MIMO System 33-220 de Feedback* (figura 5).



Fig. 5: Twin Rotor MIMO System 33-220 de la casa Feedback

El objetivo de control consiste en mantener en consigna las posiciones angulares de los dos ejes que posee la planta (respecto al plano horizontal y al vertical). Las salidas consideradas son los ángulos del rotor principal y del rotor de cola y las entradas, las tensiones suministradas a los motores de ambos rotores. El punto de trabajo que se seleccionó para la identificación fue de 0.5 rad para el rotor principal (ángulo de cabeceo) y de 1.7 rad para el rotor de cola (ángulo de guiñada), tomando como posición de equilibrio 0 rad en ambos casos. El modelo obtenido del proceso, previa identificación, es el mostrado en la ecuación (9).

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.273}{s^2 + 0.104s + 3.185} & \frac{-0.05354}{s^2 + 0.0491s + 2.68} \\ \frac{0.3818}{s^2 + 0.174s + 0.05875} & \frac{0.5912}{s^2 + 0.195s + 0.078} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Partiendo de este modelo se ha empleado la herramienta desarrollada para sintonizar los controladores involucrados en las estrategias de control centralizado y descentralizado.

En las tablas 1, 2 y 3 se muestran los mejores controladores obtenidos para cada una de ellas, habiéndose fijado el valor del factor de filtro en la acción derivativa en  $\alpha = 0.01$  en todos los casos (primera columna, control centralizado; segunda columna, control descentralizado; tercera columna, control centralizado con red de desacoplo 2x2). Como objetivo de diseño se ha tomado el compromiso entre seguimiento de consignas y rechazo de perturbaciones y que el esfuerzo de control no sea excesivo. En este sentido, se observa en la tabla 1 que los pesos escogidos para cada uno de los términos de la función objetivo son iguales (1), salvo en el control con red de desacoplo en el que, para conseguir menor esfuerzo de control, ha sido necesario pesar algo más los  $TV_i$ .

Por otra parte, también se muestran en la tabla 1 los  $IAE$  obtenidos para cada salida, tanto para seguimiento de consignas como para rechazo de perturbaciones.

Nº	1	2	3
$K_{p11}$	0.662926	0.88955	0.26107
$T_{i11}$	0.168686	0.132951	0.16309
$T_{d11}$	3.14844	3.0195	3.66429
$K_{p12}$	0.0339656	-	-
$T_{i12}$	1.59442	-	-
$T_{d12}$	0.941166	-	-
$K_{p21}$	0.00733487	-	-
$T_{i21}$	2.76584	-	-
$T_{d21}$	0.662747	-	-
$K_{p22}$	2.74024	2.86095	1.98899
$T_{i22}$	1.41028	1.39604	1.97003
$T_{d22}$	1.25139	1.18501	1.14973
$P_{IAE1(r1)}$	1	1	1
$P_{IAE1(p)}$	1	1	1
$P_{IAE2(r2)}$	1	1	1
$P_{IAE2(p)}$	1	1	1

$P_{TV1}$	1	1	2
$P_{TV2}$	1	1	2
$IAE_1(r_1)$	0.087108	0.057340	0.157415
$IAE_1(p)$	0.146326	0.142886	0.194826
$IAE_2(r_2)$	0.107034	0.108069	0.133397
$IAE_2(p)$	0.352617	0.318434	0.464630
$TV_1$	0.175327	0.226258	0.086865
$TV_2$	0.569187	0.582577	0.440387
<b>Total</b>	<b>1.437599</b>	<b>1.435564</b>	<b>2.004771</b>

Tabla 1: Resultados de los mejores controladores obtenidos

Analizando estos resultados se puede deducir lo siguiente, dada la similitud entre los pesos empleados:

- Los índices  $IAE_1(R_1)$  e  $IAE_2(R_2)$  de seguimiento de consignas indican que la mejor estrategia de control para el seguimiento de consignas es la de control descentralizado seguida de la de control centralizado mediante 4 PID's.
- Los índices  $IAE_1(P)$  y  $IAE_2(P)$  de rechazo de perturbaciones muestran también como mejor resultado el obtenido por la estrategia de control descentralizada.
- Por último los índices  $TV_1$  y  $TV_2$ , que miden el esfuerzo de control, señalan como la mejor opción al control con red de desacoplo 2x2 y como la peor al control descentralizado.

Por tanto, observando los resultados únicamente desde el punto de vista de los  $IAE$ , se puede considerar como mejor solución de entre las obtenidas la estrategia de control descentralizado seguida de la de control centralizado mediante 4 PID's.

#### 4.1 EXPERIMENTOS DE CAMBIO DE CONSIGNA

A continuación, se muestran en las figuras 6, 8y 10 las respuestas obtenidas tanto en simulación (azul) como en experimentación (rojo) ante un cambio en las consignas de 0.5 rad (28.65°) en el instante inicial en ambos rotores. En todas las figuras, la primera gráfica corresponde al ángulo del rotor principal y la segunda, al del rotor de cola.

- Control centralizado:

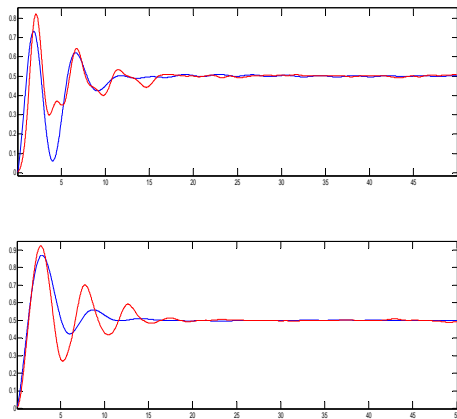


Fig. 6: Salidas con control centralizado ante cambio de consigna

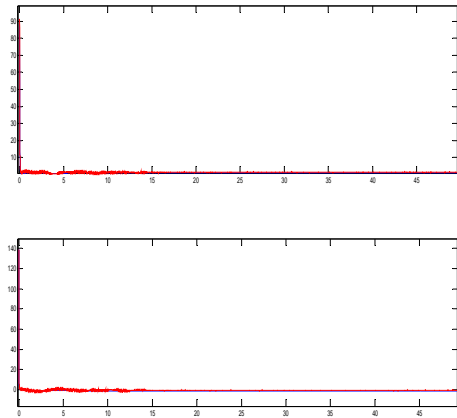


Fig. 7: Señal de control con control centralizado ante cambio de consigna

- Control descentralizado:

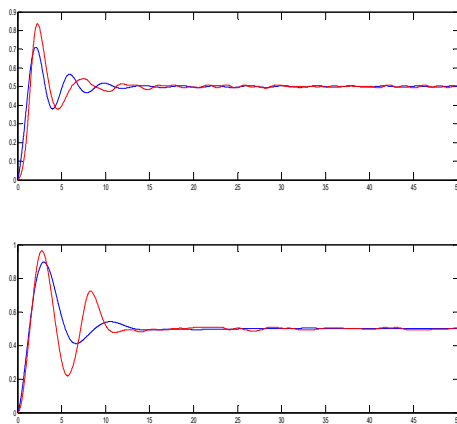


Fig. 8: Salidas con control descentralizado ante cambio de consigna

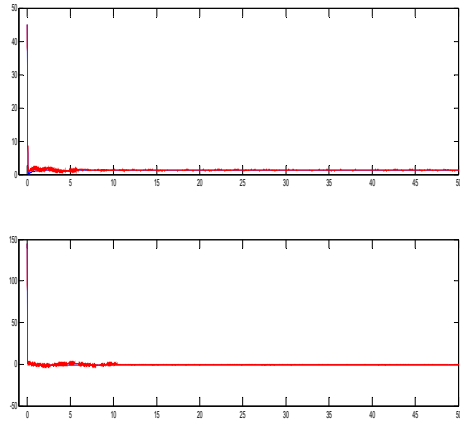


Fig. 9: Señales de control con control descentralizado ante cambio de consigna

Control con red de desacoplo 2x2:

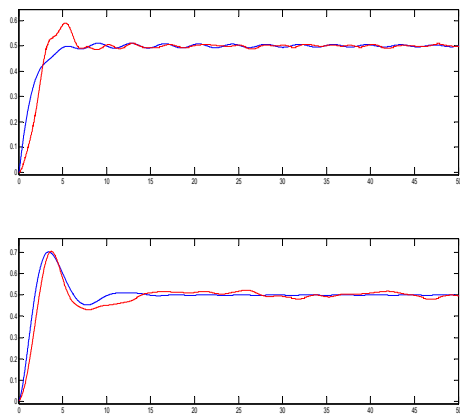


Fig. 10: Salidas con red de desacoplo 2x2 ante cambio de consigna

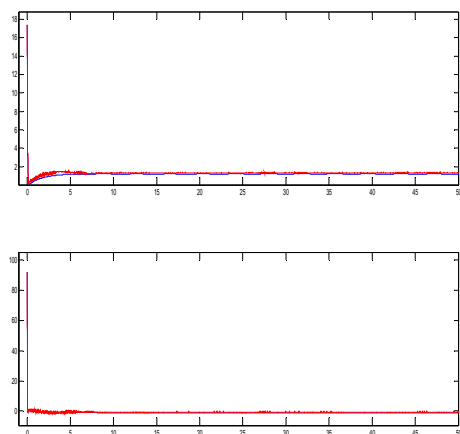


Fig. 11: Señales de control con red de desacoplo 2x2 ante cambio de consigna

Finalmente, en la figura 12 se comparan las tres estrategias: control centralizado (rojo), descentralizado (verde) y con red de desacoplo 2x2 (azul).

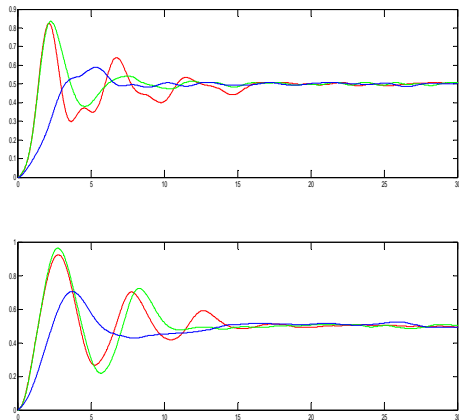


Fig. 12: Comparación de las respuestas experimentales con las tres estrategias

Como era de esperar, los  $IAE(r)$  que se obtienen con control descentralizado son los menores de todos, pero a costa de un mayor esfuerzo de control, como se puede apreciar en los  $TV$ , que genera respuestas con sobrepaso. En el otro extremo, el control con desacoplo proporciona unos  $IAE$  algo mayores que las otras estrategias, pero la respuesta es más suave (como lo ponen de manifiesto los  $TV$ ).

## 4.2 EXPERIMENTOS DE RECHAZO DE PERTURBACIONES

En las figuras 13 a 18 se muestran los resultados obtenidos empleando cada estrategia ante rechazo de perturbaciones externas. Dicha perturbación externa provocada consistió en un impacto sobre la planta, que afectaba a la posición angular de ambos rotores.

- Control centralizado:

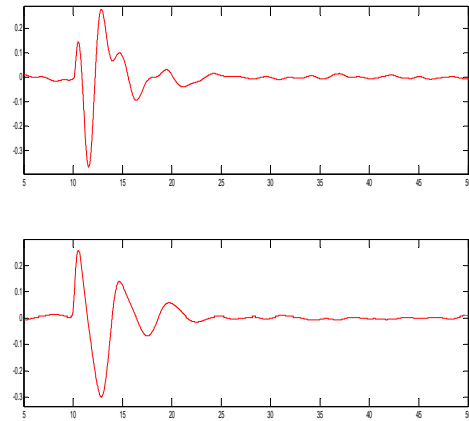


Fig. 13: Salidas con control centralizado ante perturbaciones

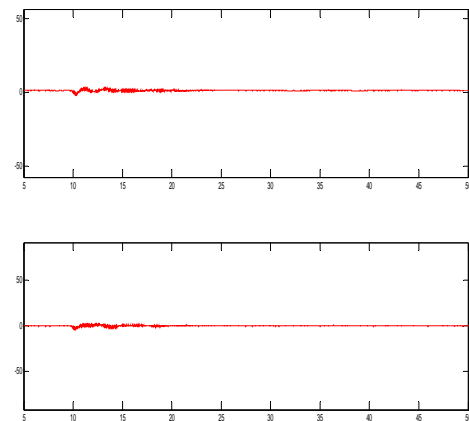


Fig. 14: Señales de control con control centralizado ante perturbaciones

- Control descentralizado

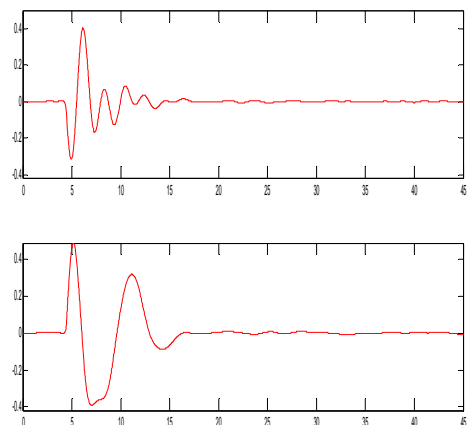


Fig. 15: Salidas con control descentralizado ante perturbaciones



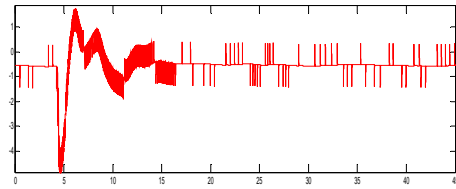
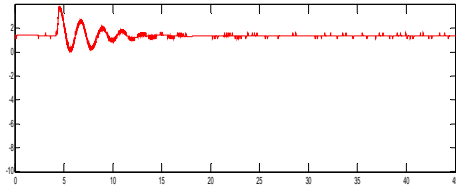


Fig. 16: Señales de control con control descentralizado ante perturbaciones

- Control con red de desacoplo 2x2:

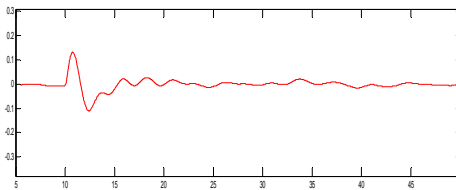
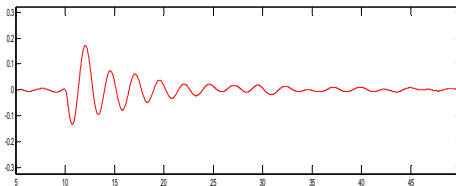


Fig. 17: Salidas con red de desacoplo 2x2 ante perturbaciones

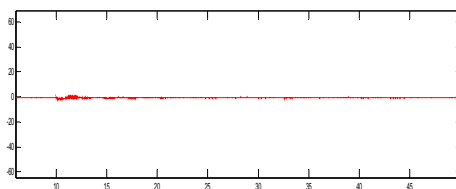
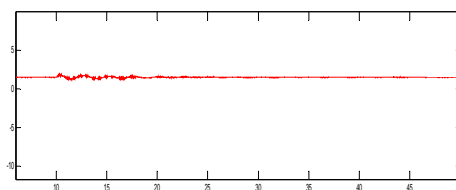


Fig. 18: Señales de control con red de desacoplo 2x2 ante perturbaciones

En este caso, las respuestas que proporcionan las tres estrategias son relativamente similares unas a otras, como demuestran los  $IAE(p)$ , aunque se observa en el control con desacoplo 2x2 que el tiempo de asentamiento es bastante mayor.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología de diseño óptimo de controladores PID mediante optimización con algoritmos genéticos para sistemas multivariable. Concretamente, se ha aplicado a diferentes estrategias de control centralizado y descentralizado y, además, se ha desarrollado una herramienta que permite realizar las optimizaciones y simulaciones necesarias de forma sencilla. Como aplicación de la metodología se han realizado diferentes diseños que se han llevado a la práctica experimental con la ayuda de una planta real, obteniendo resultados satisfactorios que han permitido demostrar que la metodología introducida se puede llevar a la práctica con éxito.

## Referencias

- [1] Morilla García, F. Apuntes del curso de doctorado: Control Multivariable. Dpto. de Informática y Automática. UNED.
- [2] Morilla García, F. Apuntes PID. Dpto. de Informática y Automática. UNED.
- [3] Runwei Ch. Genetic algorithms and engineering optimization. 1ª ed. New York [USA] : Wiley-IEEE, 2000. 495 p.
- [4] G. Vlachos, J.T., Evans y D. Williams. PI controller tuning for multivariable processes using genetic algorithms. Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications, September 1997, Conference Publication No. 446, pp 43-49, © IEE, 1997.
- [5] Conn, A.R., Gould, N.I.M., Toint, P.L. A globally convergent augmented lagrangian barrier algorithm for optimization with general inequality constraints and simple bounds. Mathematics of Computation 66(217), 261-288, (1997).
- [6] Jiménez-Hornero, J.E. Contribuciones al modelado y optimización del proceso de fermentación acética. Tesis Doctoral. Córdoba, 2007.

- [7] Skogestad, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control* 13, 291-309 (2003).