

**CURSO: APLICACIÓN DE LA DINÁMICA DE SISTEMAS A LA  
EPIDEMIOLOGÍA (13 al 24 de marzo 2023)**

---

# **Modelos de Enfermedades I**

Enrique Álvarez

Dpto de Informática y Automática, UNED

E. Álvarez, 2023



# Contenido

---

- ¿Qué es la Epidemiología?
- ¿Qué es y qué puede aportar la Dinámica de Sistemas?
- Visión sistémica de las enfermedades
  - La muerte natural vista como una enfermedad
  - Estados y transiciones en relación a las enfermedades
  - Modelo genérico de Enfermedades No Transmisibles (ENT)
  - Modelo genérico de Enfermedades Transmisibles (ET)
- Modelo elemental ENT
  - Variables, modelo matemático, ejemplos y ejercicios en Vensim.
- Modelo ENT con varios grados de enfermedad



# ¿Qué es la Epidemiología?

---

- Una **rama de la Salud Pública**, que intenta responder a la pregunta de por qué aparecen casos de enfermedad en una población específica y utilizar la respuesta para promover, proteger y restaurar la salud.
- El **estudio epidemiológico** analiza la distribución, la frecuencia y los factores determinantes de la enfermedad (Porta, 2008).
- La **vigilancia epidemiológica** se preocupa de la recolección sistemática de información sobre la enfermedad, su procesamiento y análisis, y su oportuna utilización por quienes deben tomar decisiones de intervención (Martínez Navarro y col., 2004).



# ¿Qué es la Epidemiología?

---

- La **intervención epidemiológica** se materializa en tres tipos de medidas:
  - Prevención primaria. Acciones encaminadas a disminuir los factores de riesgo y a aumentar los factores de protección.
  - Prevención secundaria. Pruebas de cribado.
  - Prevención terciaria. Tratamientos médicos.
- La vigilancia epidemiológica también se debe preocupar de monitorizar la efectividad de las intervenciones.
- La vigilancia epidemiológica se estructura en subsistemas, que deberían estar bien coordinados.
- Organismos nacionales (CCAES) (CNE), autonómicos, internacionales (CDC, ECDC, OMS).

# ¿Qué es la Dinámica de Sistemas?

---

- Método para el estudio del comportamiento de sistemas mediante la construcción de un modelo de simulación informática que ponga de manifiesto las relaciones entre la estructura del sistema y su comportamiento (Aracil y Gordillo, 1997).
- Se interesa por la clase de sistemas, naturales o artificiales, donde juegan un papel tan importante las partes (subsistemas) constituyentes como las relaciones entre ellas.
- La **visión sistémica descubre aspectos estructurales** (realimentación, retrasos) que son muy importantes para justificar el comportamiento (Morilla y Dormido, 2012).

# ¿Qué puede aportar la DS a la Epidemiología?

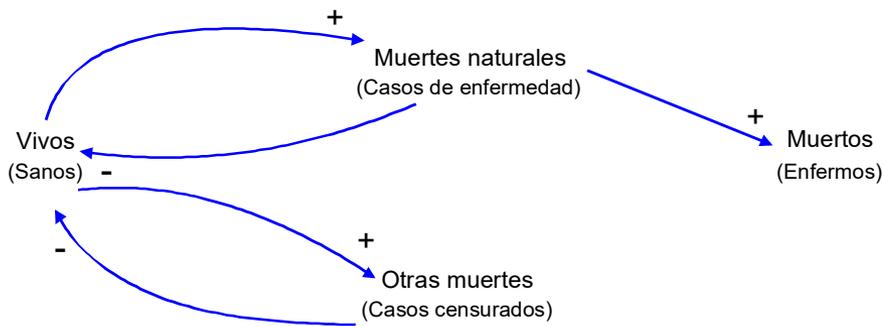
---

- Una **metodología** más apropiada para el análisis de ciertos aspectos de las enfermedades y de la salud pública en general.
  - Las relaciones personales condicionan la conducta individual y el desarrollo de las enfermedades.
  - Los grupos sociales suelen presentar comportamientos característicos.
  - La realimentación (efecto en cadena) está muy presente en los comportamientos sociales.
- **Modelos dinámicos** capaces de explicar los fenómenos observados y útiles para recrear nuevos escenarios.
- Modelos dinámicos orientados a la toma de decisiones, que se integrarían en los sistemas de vigilancia.



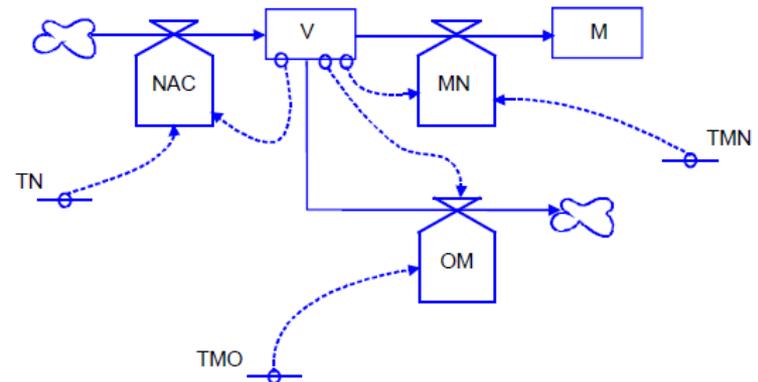
# La muerte natural vista como una ENT

- Diagramas de influencias y de Forrester



V: Vivos  
M: Muertos  
MN: Muertes naturales  
NAC: Nacimientos

OM: Otras muertes  
TN: Tasa de natalidad  
TMN: Tasa de mortalidad de muertes naturales  
TMO: Tasa de mortalidad por otras causas



Apartado 2.1 del Tema 4

# La muerte natural vista como una ENT

---

- Hipótesis del modelo:
  - Todas las personas vivas morirán en algún instante de muerte natural, mientras tanto se consideran Sanos, susceptibles a la enfermedad (la muerte natural).
  - Todas las muertes naturales se contabilizan como casos de enfermedad. Y las personas que fallecen pasan a tener la consideración de Enfermos.
  - Habrá personas que mueran por otras causas, estas muertes se contabilizan como casos censurados.
  - Todos los nacidos pasan a tener la consideración de Susceptibles.

# La muerte natural vista como una ENT

---

- 2 Estados en la población:
  - Sanos (vivos)
  - Enfermos (muertos)
- Tabla de transiciones: 2x2
- Sólo una transición es posible
  - La muerte natural: Sano  $\rightarrow$  Enfermo

$\rightarrow$	Sanos	Enfermos
Sanos		Muerte natural
Enfermos		

# La muerte natural vista como una ENT

---

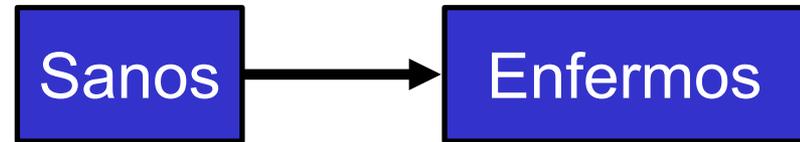
- Comportamiento esperable:
  - Si las muertes totales (naturales y por otros motivos) no superan a los nacimientos, la población de Sanos (vivos) aumentará.
  - Si las muertes superan a los nacimientos, la población de Sanos disminuirá y tenderá a desaparecer.
  - Si las muertes igualan a los nacimientos, la población de Sanos se mantendrá constante.



# La muerte natural vista como una ENT

- Resumen

- Esquema simple:



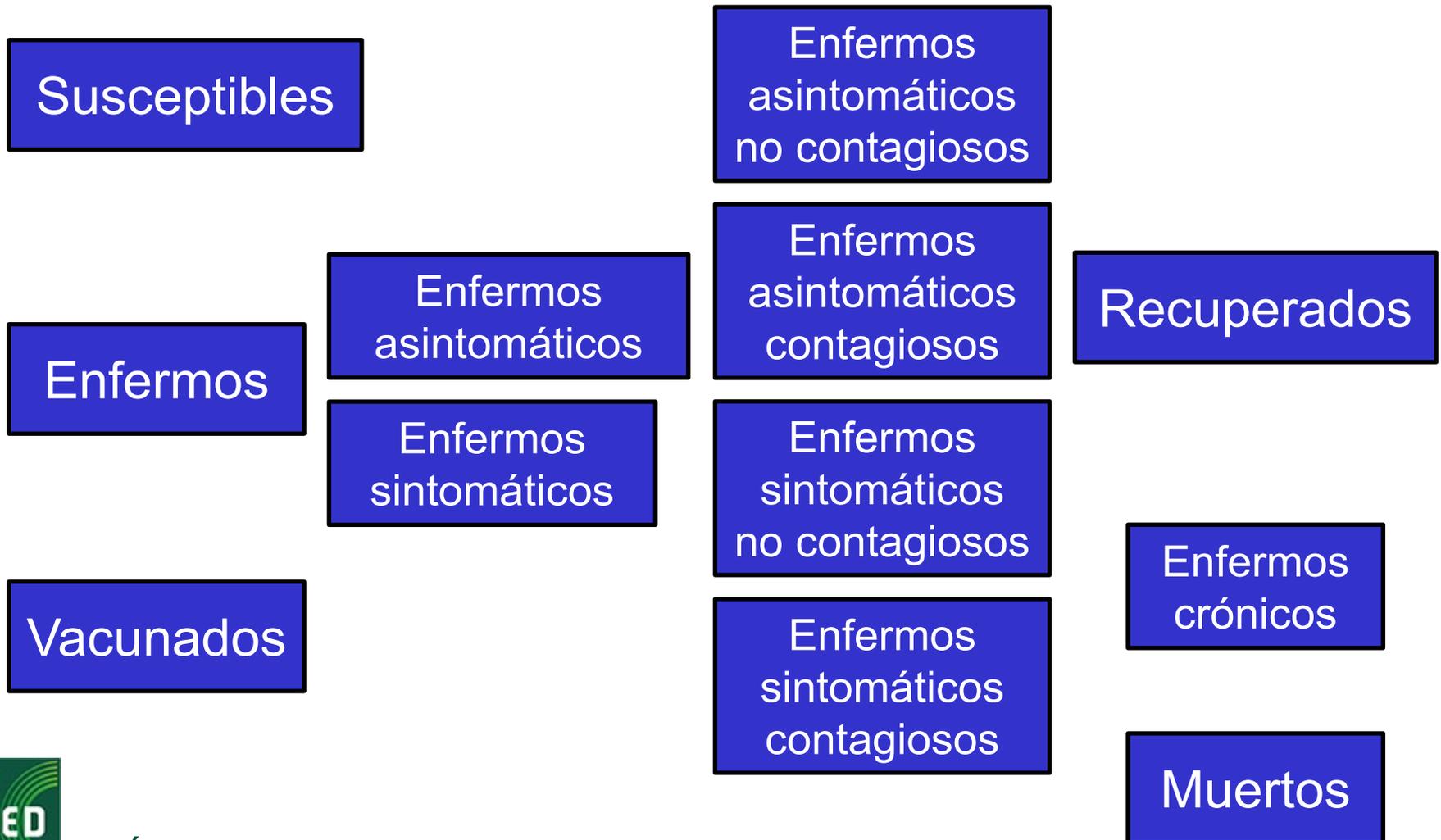
- 2 estados (1 estado fuente y 1 estado terminal) excluyentes. 2 grupos en la población.
    - 1 transición (del estado fuente al estado terminal) que sólo depende del estado fuente; “para morir sólo hace falta estar vivo”.

- Tabla de transiciones simplificada: 2x1

→	Sanos	Enfermos
Sanos		Muerte natural

# Estados en relación a las enfermedades

---

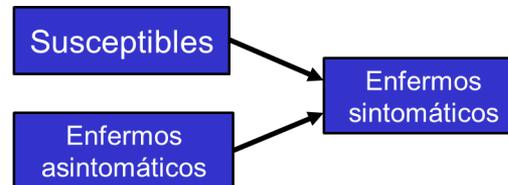


# Ejemplos de transiciones entre estados

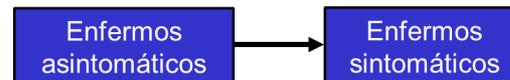
- Desarrollo de una enfermedad, de forma natural y sin síntomas.



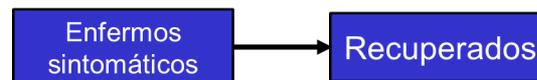
- Detección de una enfermedad por la sintomatología.



- Detección de una enfermedad por una prueba de cribado.



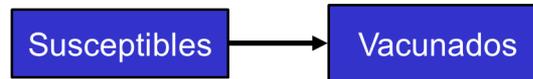
- Superación de la enfermedad con ayuda de tratamiento



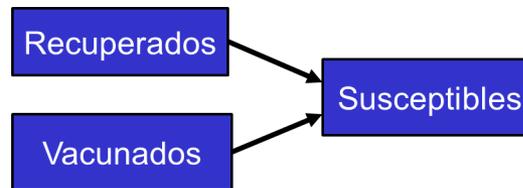
# Ejemplos de transiciones entre estados

---

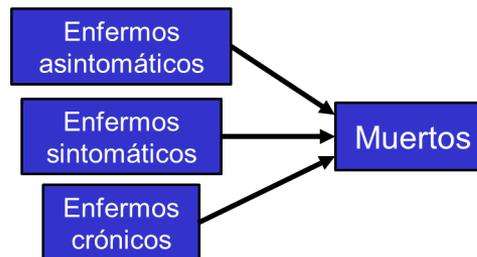
- Vacunación.



- Vuelta a la susceptibilidad.



- Muerte por la enfermedad.



# Características de las enfermedades

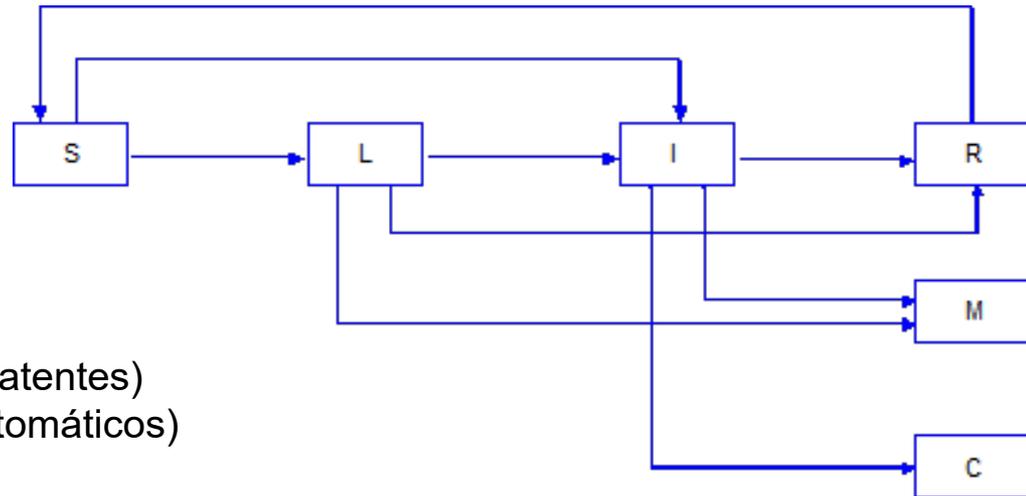
---

- **Estados** (grupos) en la población
- Los **mecanismos de transmisión** subyacen en todo tipo de enfermedades
  - En las enfermedades transmisibles (ET) porque se transmiten por contacto directo (persona a persona) o indirectamente (por medio compartido o por un vector).
  - En las enfermedades no transmisibles (ENT) porque con consecuencia de determinados comportamientos (hábitos, actitudes), que se transmiten socialmente.
- Las **transiciones** están provocadas por eventos
  - En las ET los eventos se encadenan en cuestión de horas, días, semanas y meses.
  - En las ENT, los eventos están espaciados en meses y años.

**Los factores de riesgo y los factores de protección**

# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ENT

- Esquema
  - 6 estados, 9 transiciones



**S:** Susceptibles  
**L:** Enfermos asintomáticos (Latentes)  
**I:** Enfermos sintomáticos (sintomáticos)  
**R:** Curados (Recuperados)  
**C:** Crónicos  
**M:** Muertos

Apartado 3 del Tema 4

# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ENT

- Tabla de transiciones

→	S	L	I	R	C	M
S		Desarrollo natural y sin síntomas	Detección por la sintomatología			
L			Detección por la sintomatología o por una prueba de cribado	Superación sin síntomas		Muerte sin síntomas
I				Superación natural o con tratamiento	Cronificación natural o con tratamiento	Muerte
R	Vuelta a la susceptibilidad debido a que la curación no ha sido definitiva					

# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ENT

- Secuencias habituales

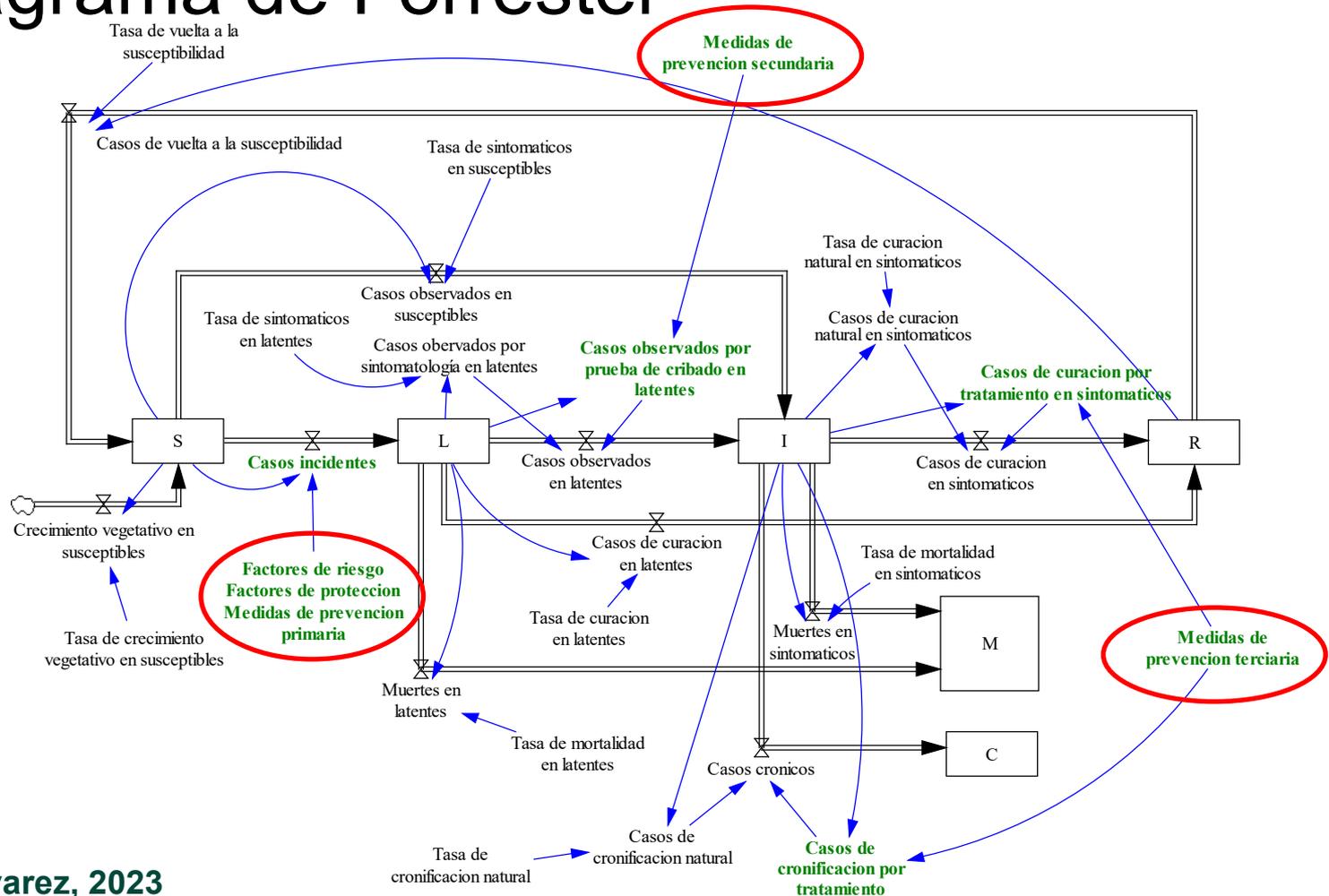
Secuencia	Proceso
$S \rightarrow L \rightarrow I \rightarrow R$	Persona que desarrolla la enfermedad, pero no presenta síntomas de forma inmediata y tras un periodo de enfermedad se recupera
$S \rightarrow L \rightarrow I \rightarrow C$	
$S \rightarrow L \rightarrow I \rightarrow M$	
$S \rightarrow L_p \rightarrow I_t \rightarrow R$	Persona que desarrolla la enfermedad sin síntomas, que da positivo en una prueba de cribado y tras un periodo de enfermedad se recupera mediante tratamiento médico

Tabla para seguir completándola, individualmente o en grupo, con otras secuencias



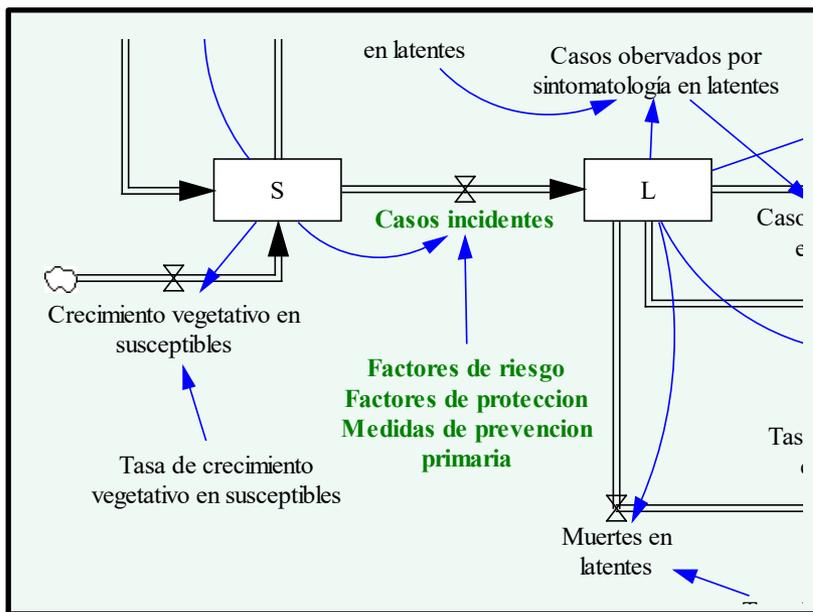
# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ENT

- Diagrama de Forrester



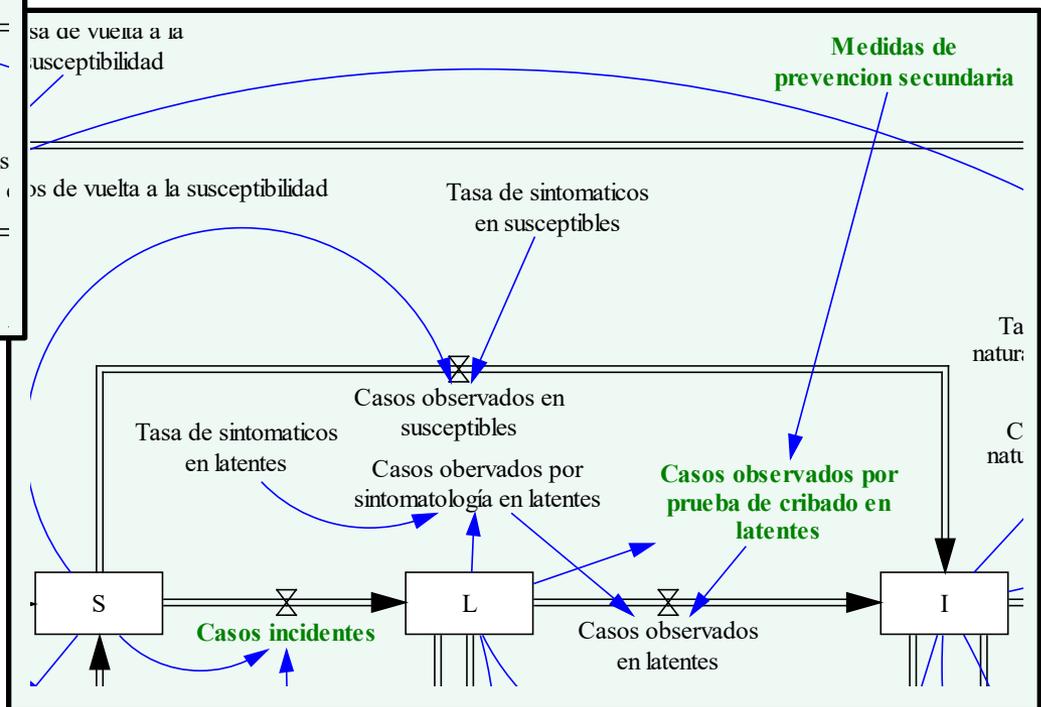
# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ENT

- Detalles del diagrama de Forrester



Casos incidentes

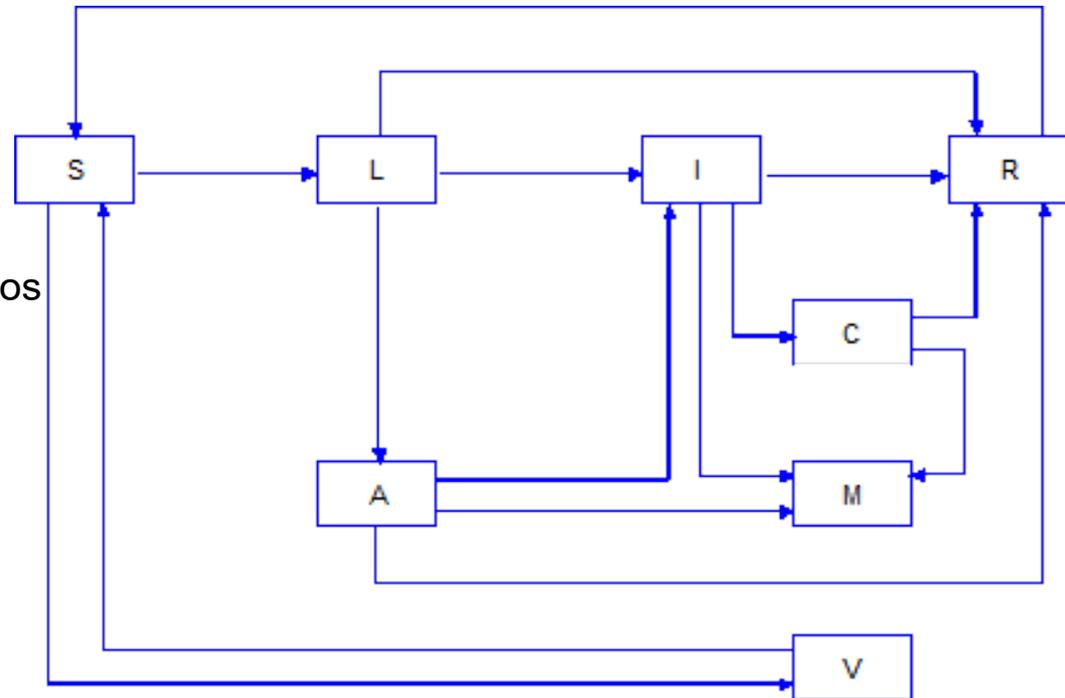
Casos observados



# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ET

- Esquema
  - 8 estados, 15 transiciones

**S:** Susceptibles  
**L:** Enfermos asintomáticos no contagiosos (Latentes)  
**A:** Enfermos asintomáticos contagiosos (Asintomáticos)  
**I:** Enfermos sintomáticos (sIntomáticos)  
**R:** Curados (Recuperados)  
**C:** Crónicos  
**M:** Muertos  
**V:** Vacunados



Apartado 3 del Tema 7

# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ET

- Tabla de transiciones

→	S	L	A	I	R	V	C	M
S		Sí				No/Sí		
L			Sí	Sí	No/Sí			
A				Sí	No/Sí			No/Sí
I					Sí		Sí	Sí
R	No/Sí							
V	No/Sí							
C					No/Sí			Sí

# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ET

- Secuencias habituales

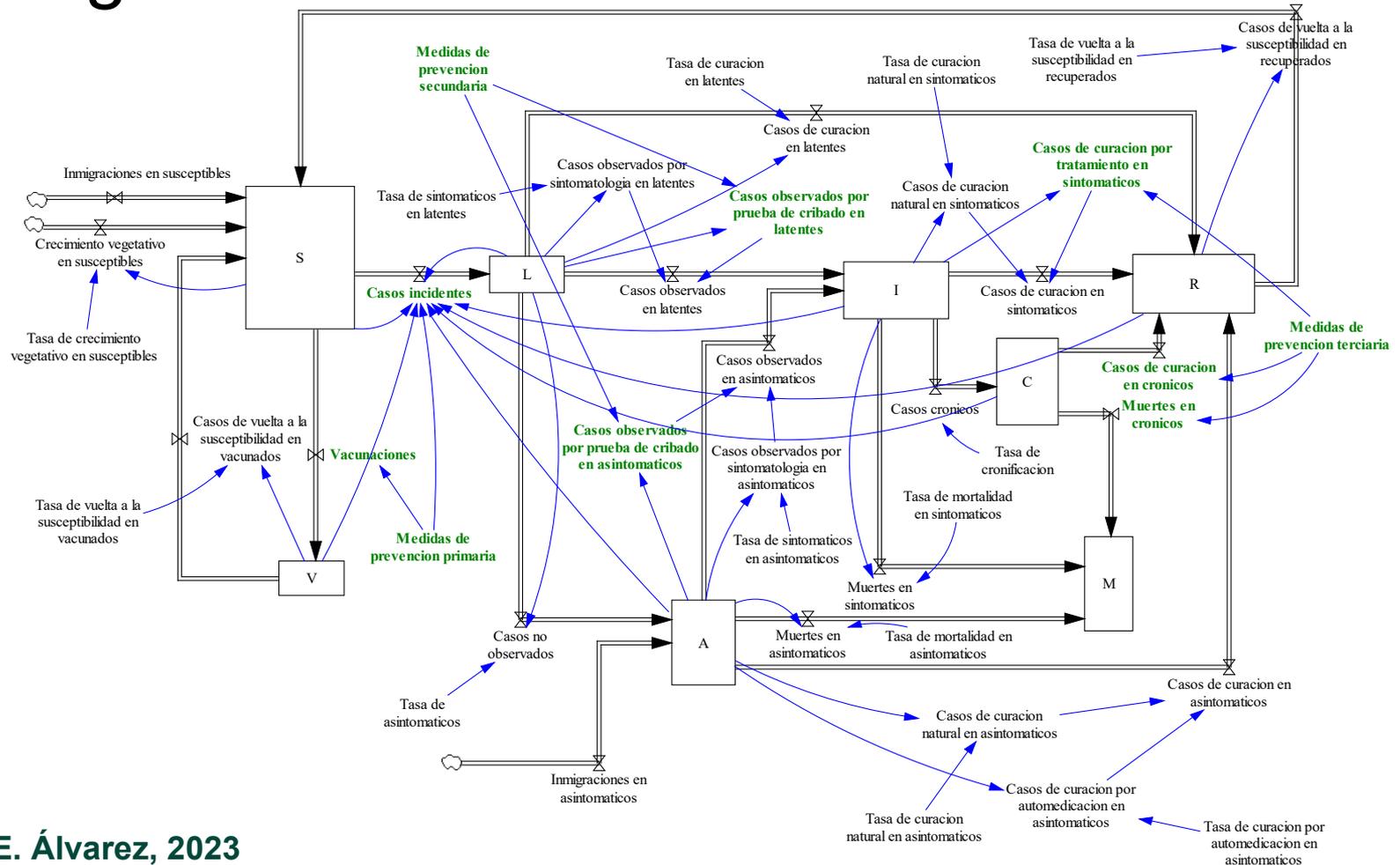
Secuencia	Proceso
$S \rightarrow L \rightarrow I \rightarrow R$	Persona que desarrolla la enfermedad, pero no presenta síntomas de forma inmediata y tras un periodo de enfermedad se recupera
$S \rightarrow L \rightarrow I \rightarrow R \rightarrow S$	Persona que desarrolla la enfermedad, pero no presenta síntomas de forma inmediata, tras un periodo de enfermedad se recupera, y como la enfermedad no genera inmunidad permanente, al cabo de un cierto tiempo vuelve a ser susceptible
$S \rightarrow L \rightarrow Aa \rightarrow R$	
$S \rightarrow V \rightarrow S$	

Tabla para seguir completándola, individualmente o en grupo, con otras secuencias



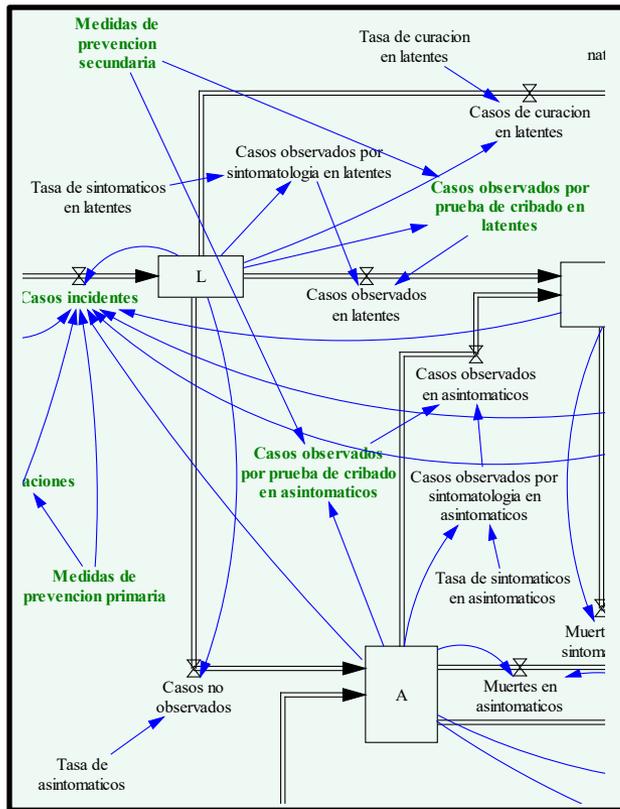
# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ET

- Diagrama de Forrester



# Modelo genérico *Historia natural de la Enfermedad* para las ET

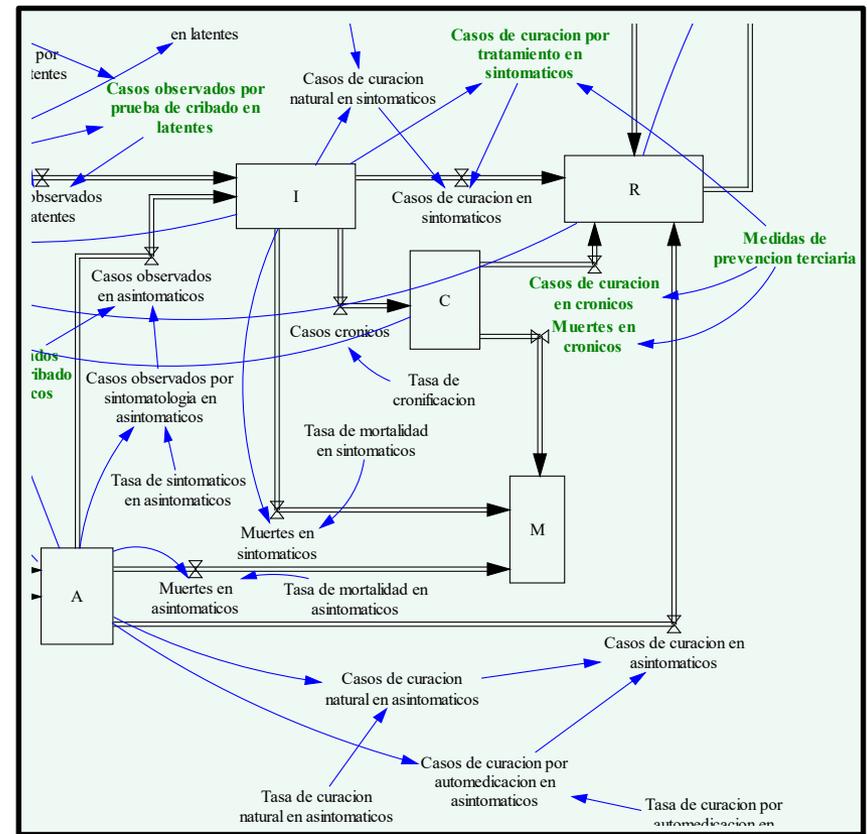
- Detalles del diagrama de Forrester



Casos observados

Casos no observados

## Casos de curación



# Características de los modelos

---

- Ambos modelos genéricos se basan en la **historia natural** de la enfermedad; las enfermedades son consecuencia de un complejo proceso de interacción.
- **Estados.** Permiten tener a la población agrupada en base a las características de la enfermedad.
- **Flujos.** Simulan el paso de las personas por los distintos estados. Establecen una clara dependencia entre dos estados; el estado origen y el estado destino.
- **Variables auxiliares.** Junto con los estados y los flujos conforman la estructura del modelo. Permiten que las realimentaciones entre los estados (implícitas en los flujos) puedan tener cualquier tipo de complejidad.
- **Parámetros.** Los parámetros son fundamentales para alterar la estructura del modelo y para lograr, con la misma o distinta estructura, comportamientos similares o muy diferentes. Permiten recrear escenarios apropiados a la enfermedad que se quiere analizar.



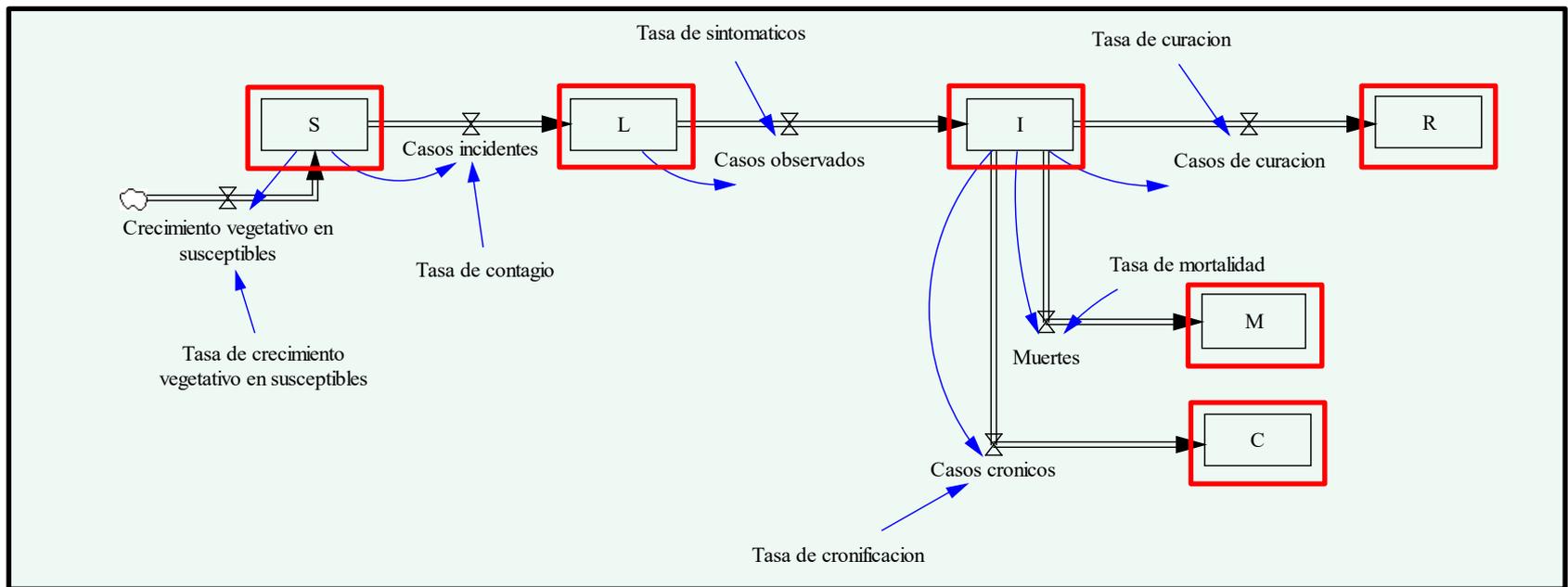
# Modelo elemental para las ENT

---

- Contempla solo la evolución natural
  - Toda persona que desarrolla la enfermedad lo hace con síntomas, aunque no de forma inmediata
  - Tras un periodo de enfermedad las personas se recuperan, se cronifican, o mueren
- Prescinde de medidas de prevención

# Modelo elemental para las ENT

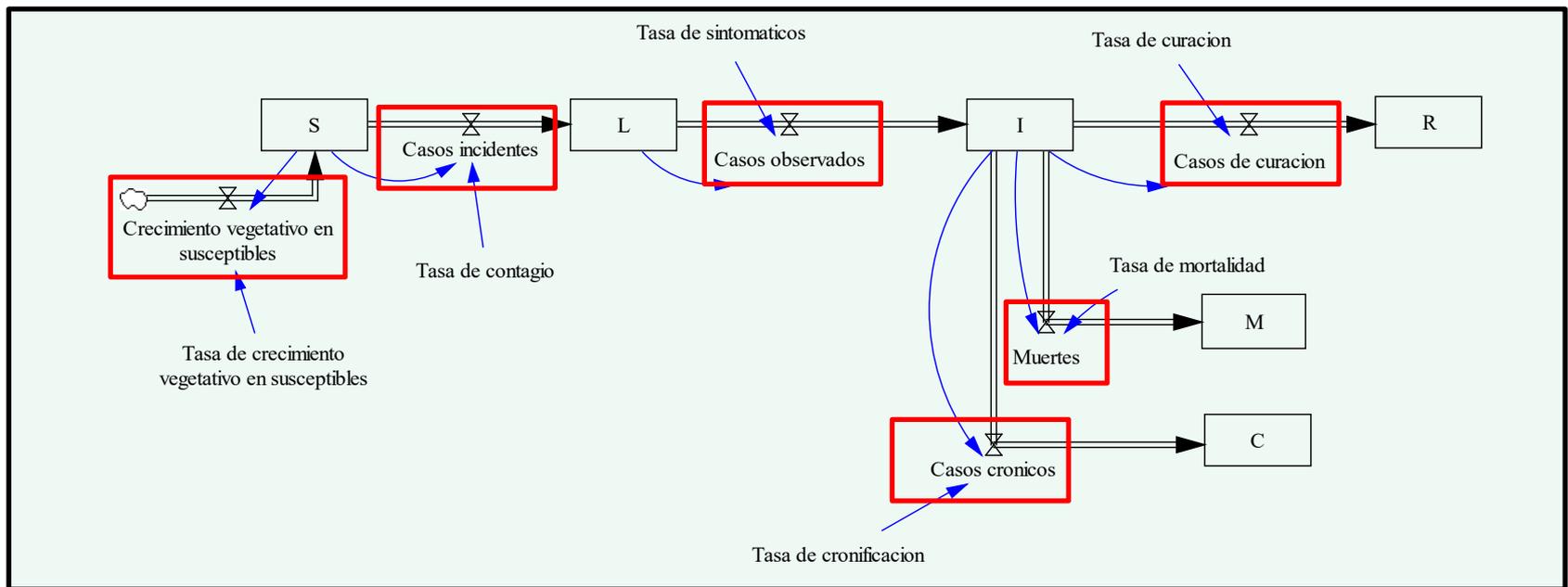
- 6 estados: Susceptibles, Latentes, sintomáticos, Recuperados, Crónicos y Muertos



Unidades: personas

# Modelo elemental para las ENT

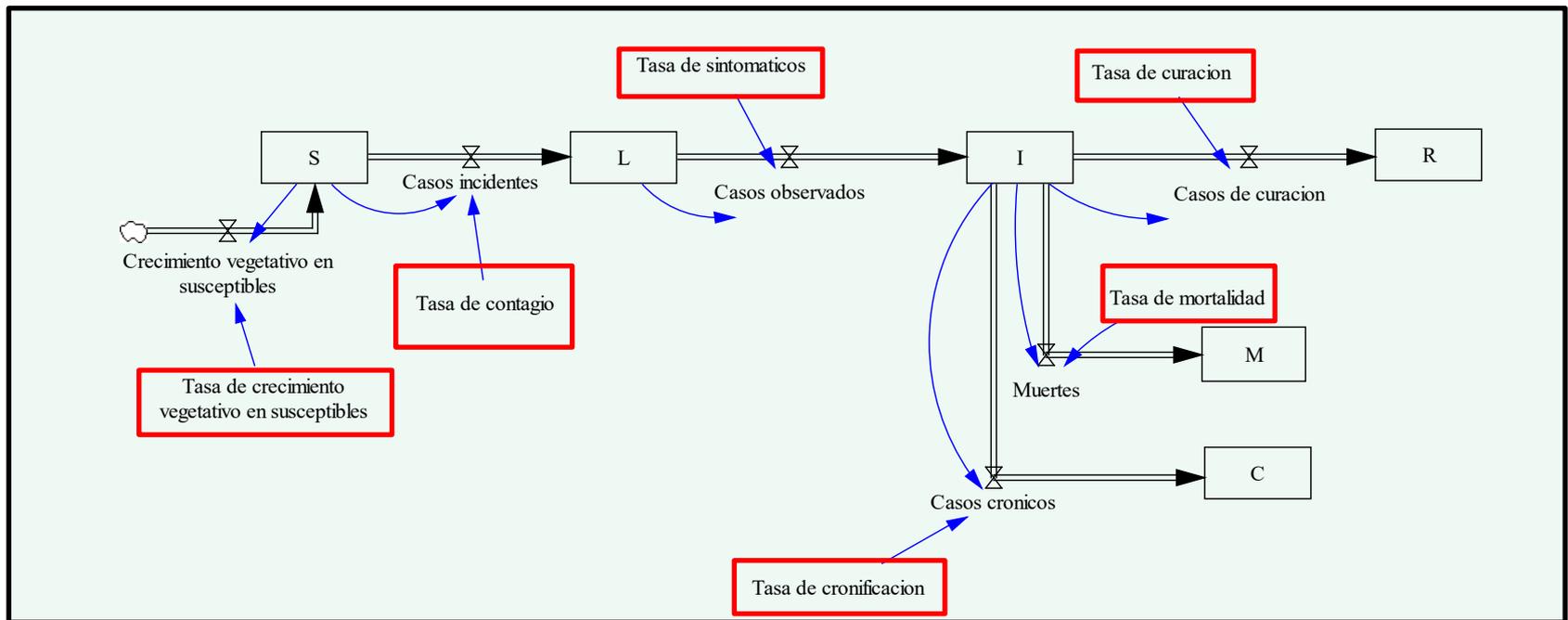
- 6 flujos: Casos incidentes, Casos observados, Casos de curación, Casos Crónicos, Muertes, Crecimiento vegetativo en susceptibles



Unidades: personas/mes

# Modelo elemental para las ENT

- 6 parámetros: Tasa de contagio, Tasa de sintomáticos, Tasa de curación, Tasa de cronificación, Tasa de mortalidad, Tasa de crecimiento vegetativo en susceptibles



# Modelo elemental para las ENT

---

- Modelo matemático
  - Ecuaciones de los estados

$$\frac{d S(t)}{dt} = \text{Crecimiento vegetativo en susceptibles}(t) - \text{Casos incidentes}(t)$$

$$\frac{d L(t)}{dt} = \text{Casos incidentes}(t) - \text{Casos observados}(t)$$

$$\frac{d I(t)}{dt} = \text{Casos observados}(t) - \text{Casos de curacion}(t) - \text{Casos cronicos}(t) - \text{Muertes}(t)$$

$$\frac{d R(t)}{dt} = \text{Casos de curacion}(t)$$

$$\frac{d C(t)}{dt} = \text{Casos cronicos}(t)$$

$$\frac{d M(t)}{dt} = \text{Muertes}(t)$$

# Modelo elemental para las ENT

---

- Modelo matemático
  - Ecuaciones de los flujos

*Crecimiento vegetativo en susceptibles(t) = Tasa de crecimiento vegetativo en susceptibles  $S(t)$*

*Casos incidentes(t) = Tasa de contagio  $S(t)$*

*Casos observados(t) = Tasa de sintomaticos  $L(t)$*

*Casos de curacion(t) = Tasa de curacion  $I(t)$*

*Casos cronicos(t) = Tasa de cronificacion  $I(t)$*

*Muertes(t) = Tasa de mortalidad  $I(t)$*



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 1

---

- Proponer entre todos los asistentes, con la ayuda del profesor, el diagrama de influencias. **Observación: El trazado se puede hacer en papel, en pizarra, o con la ayuda de Vensim.**
- Y analizar todos los bucles del diagrama.

# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 1

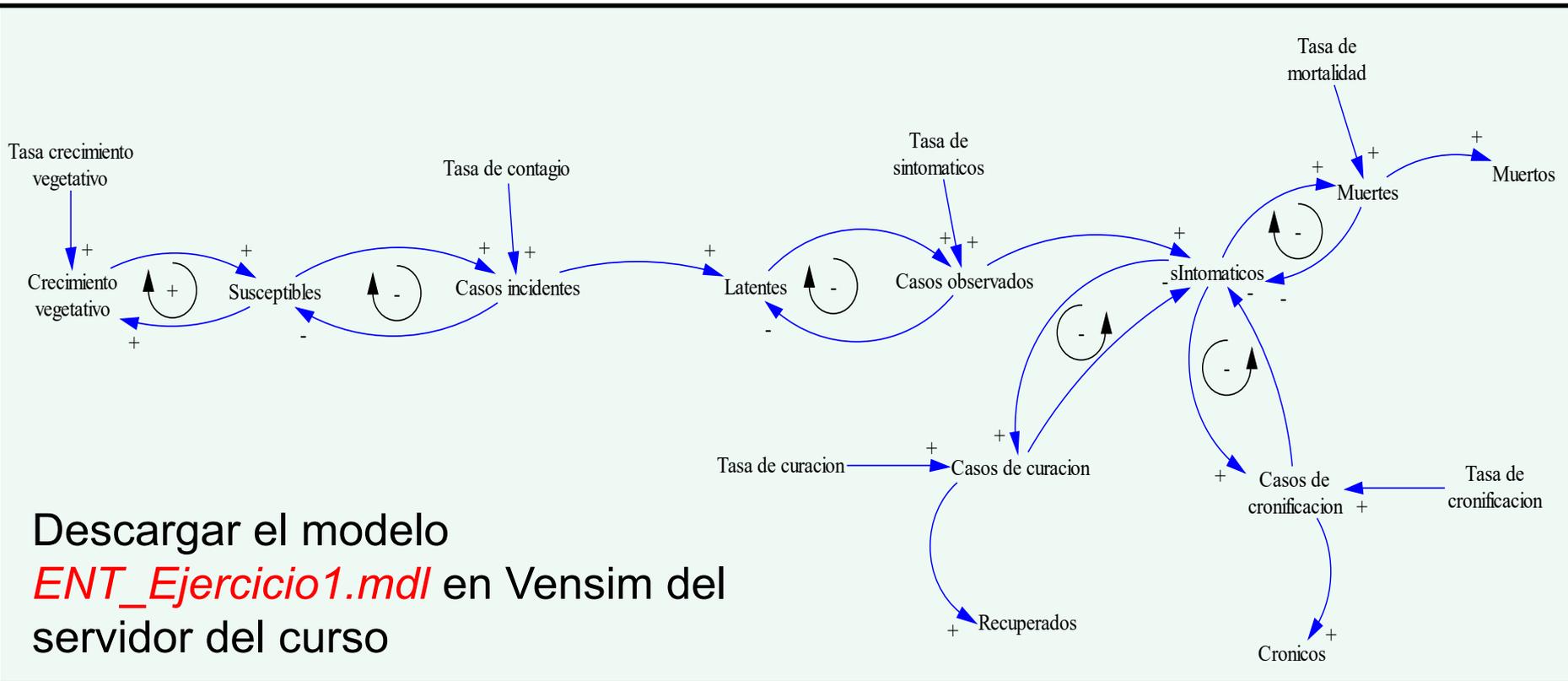
---

- Solución: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso.*



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 1

- Solución



Descargar el modelo  
[ENT\\_Ejercicio1.mdl](#) en Vensim del  
servidor del curso



# Modelo elemental para las ENT

---

- Ejemplo 1

- Parámetros del modelo (1/mes)

- Tasa de crecimiento vegetativo en susceptibles = 0

- Tasa de contagio = 0.01

- Tasa de sintomáticos = 0.02

- Tasa de curación = 0.05

- Tasa de cronificación = 0.03

- Tasa de mortalidad = 0.02

- Condiciones iniciales

- Población de susceptibles = 1000 personas

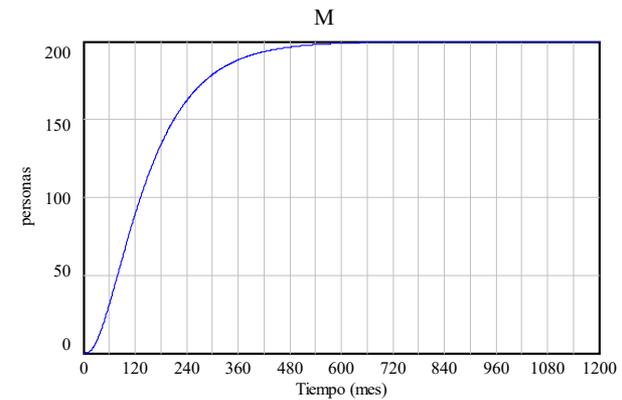
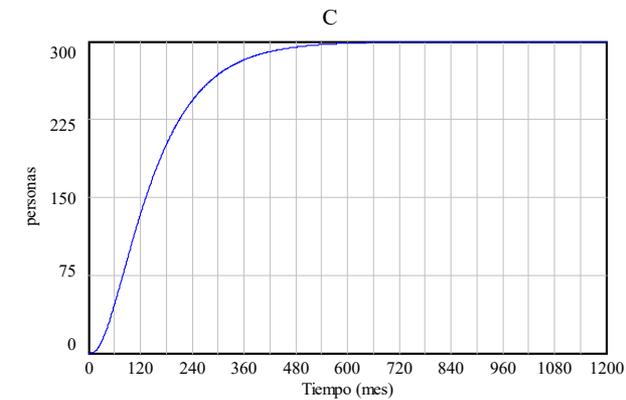
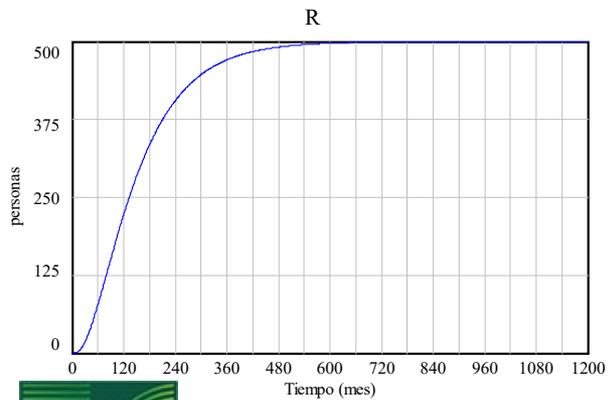
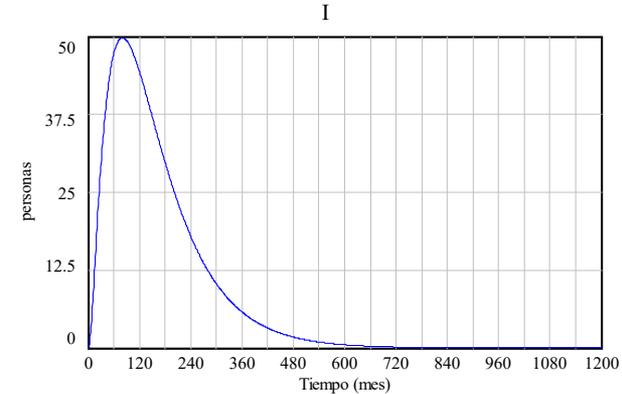
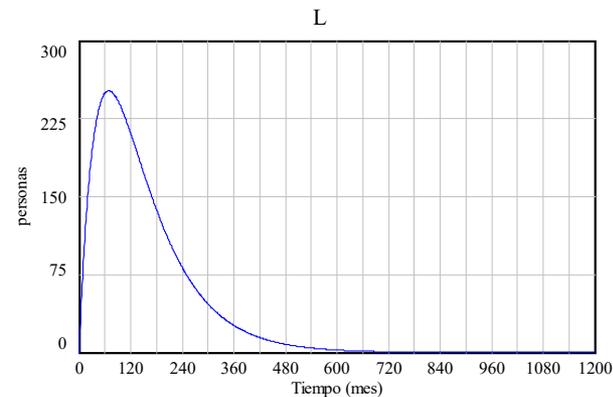
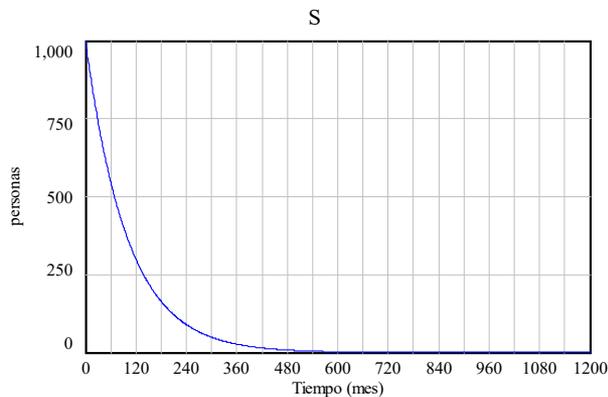
- Resto de poblaciones = 0 personas

- Parámetros de simulación

- Los adecuados para evaluar la duración y consecuencias de la epidemia

# Modelo elemental para las ENT

- Resultados gráficos de la simulación



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 2

---

- Programar el modelo en Vensim
- Reproducir resultados del ejemplo 1 y guardar como escenario 1
- Recrear otros dos escenarios, con cambio en uno y solo uno de los parámetros siguientes:
  - Tasa de contagio =  $0.02 \text{ mes}^{-1}$
  - Tasa de sintomáticos =  $0.05 \text{ mes}^{-1}$
- Comparar gráficamente los tres escenarios

# Modelo elemental para las ENT

---

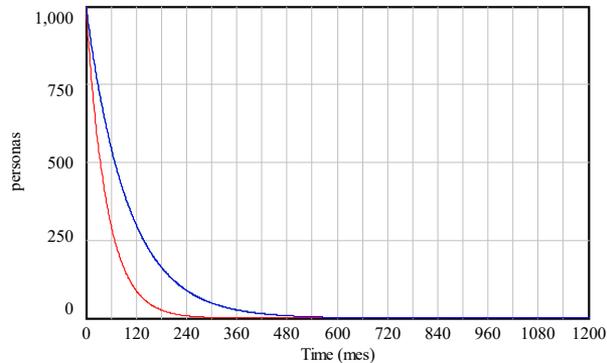
- Solución del ejercicio 2: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso*



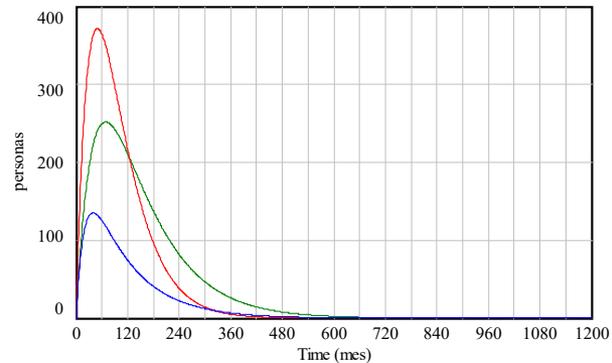
# Modelo elemental para las ENT

- Solución del ejercicio 2

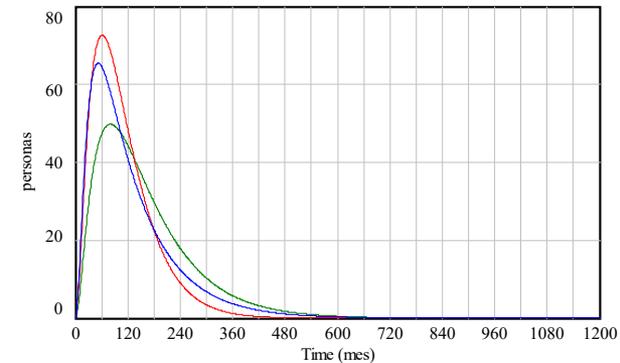
S



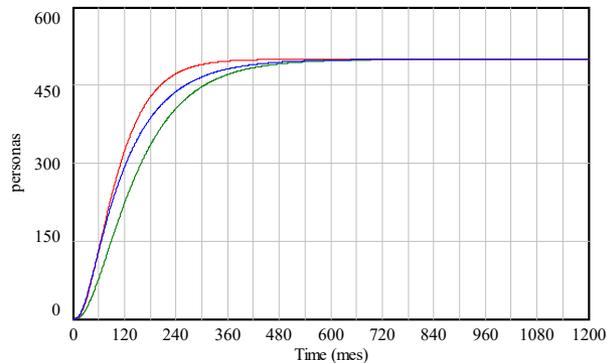
L



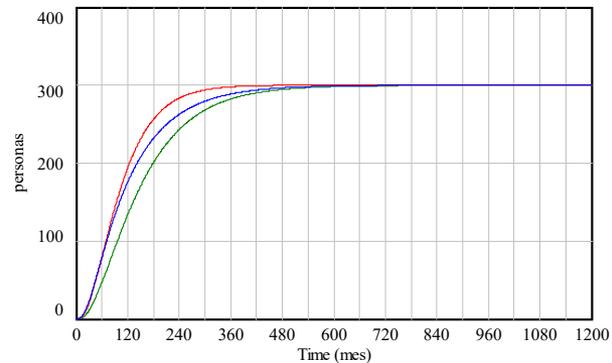
I



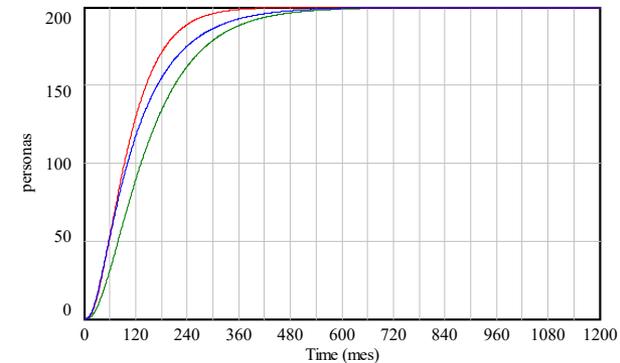
R



C



M



# Modelo elemental para las ENT

---

- Ejemplo 2: Susceptibles a valor constante

- Parámetros del modelo (1/mes)

- Tasa de crecimiento vegetativo = Tasa de contagio = 0.01

- Tasa de sintomáticos = 0.02      Tasa de curación = 0.05

- Tasa de cronificación = 0.03      Tasa de mortalidad = 0.01

- Condiciones iniciales

- Población de susceptibles = 1000 personas

- Resto de poblaciones = 0 personas

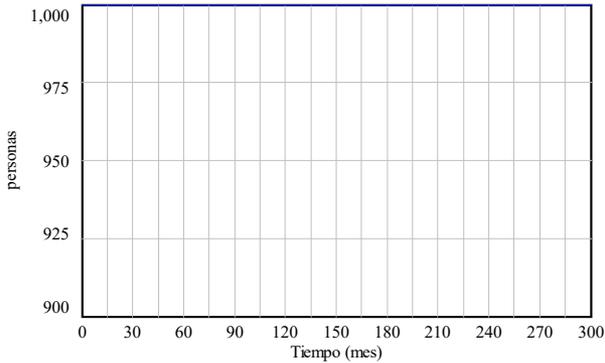
- Parámetros de simulación

- Los adecuados para evaluar la duración y consecuencias de la epidemia

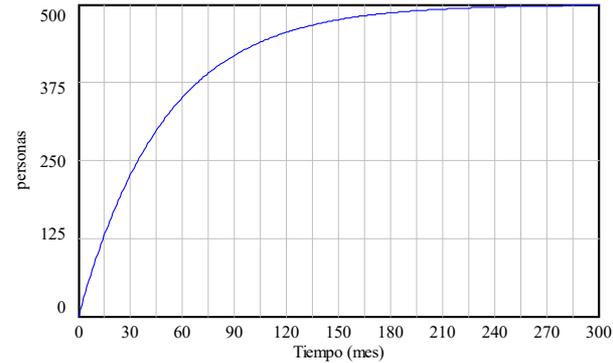
# Modelo elemental para las ENT

- Resultados gráficos de la simulación

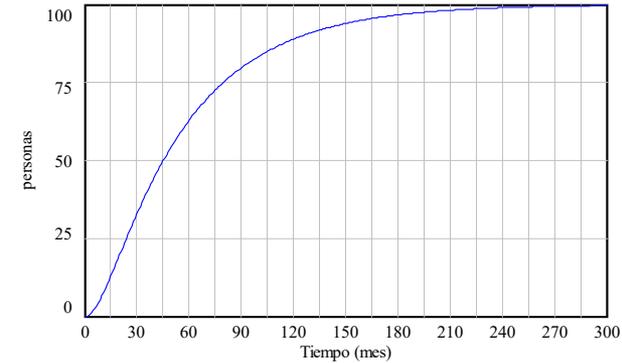
S



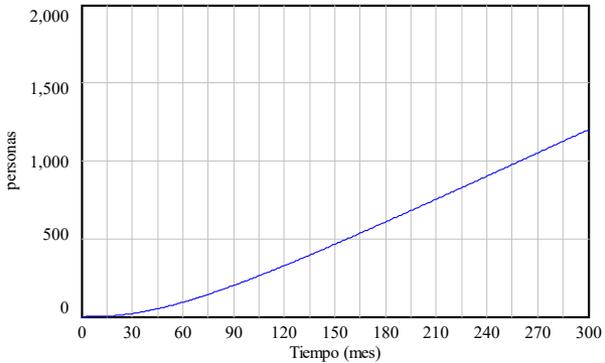
L



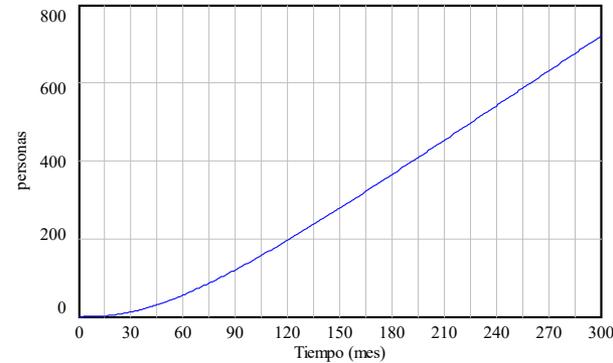
I



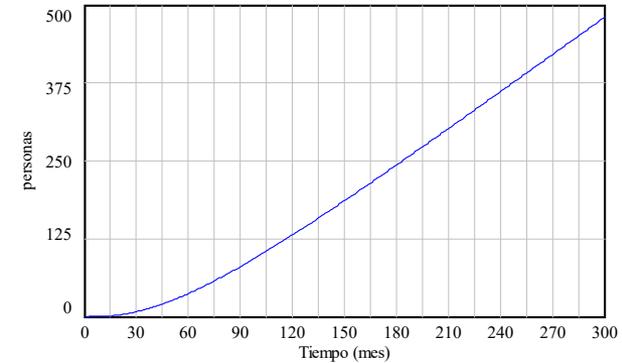
R



C



M



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 3

---

- Reproducir resultados del ejemplo 2 y guardar como escenario 4

*No se facilitará solución a este ejercicio. Los resultados a reproducir están en la página anterior.*



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

---

- Ampliar el modelo considerando que en un determinado momento aparece un nuevo tratamiento en crónicos.
- Recree un escenario 4, similar al del ejemplo 1, teniendo en cuenta este tratamiento. Con aparición en la semana 150 de la simulación y con una tasa de curación de  $0.0075 \text{ mes}^{-1}$ .
- Generar gráficas comparativas de ambos escenarios: 1 y 4.

# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

- Solución: tabla de transiciones

→	S	L	I	R	C	M
S		Desarrollo natural y sin síntomas				
L			Detección por la sintomatología o por una prueba de cribado			
I				Superación natural o con tratamiento	Cronificación natural o con tratamiento	Muerte
C				Recuperación por tratamiento		

# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

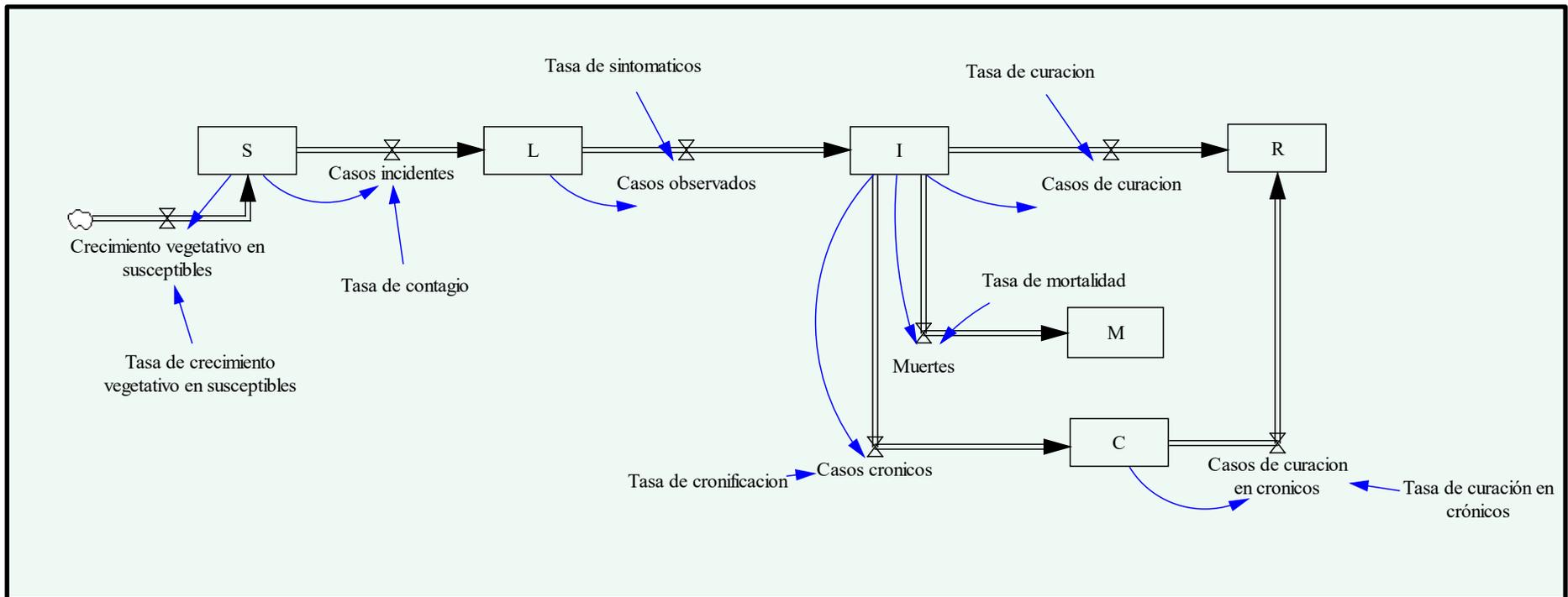
---

- Solución: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso*



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

- Solución: diagrama de Forrester



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

---

- Solución: Nuevas ecuaciones

$$\frac{d R(t)}{dt} = \text{Casos de curacion}(t) + \text{Casos de curacion en cronicos}(t)$$

$$\frac{d C(t)}{dt} = \text{Casos cronicos}(t) - \text{Casos de curacion en cronicos}(t)$$

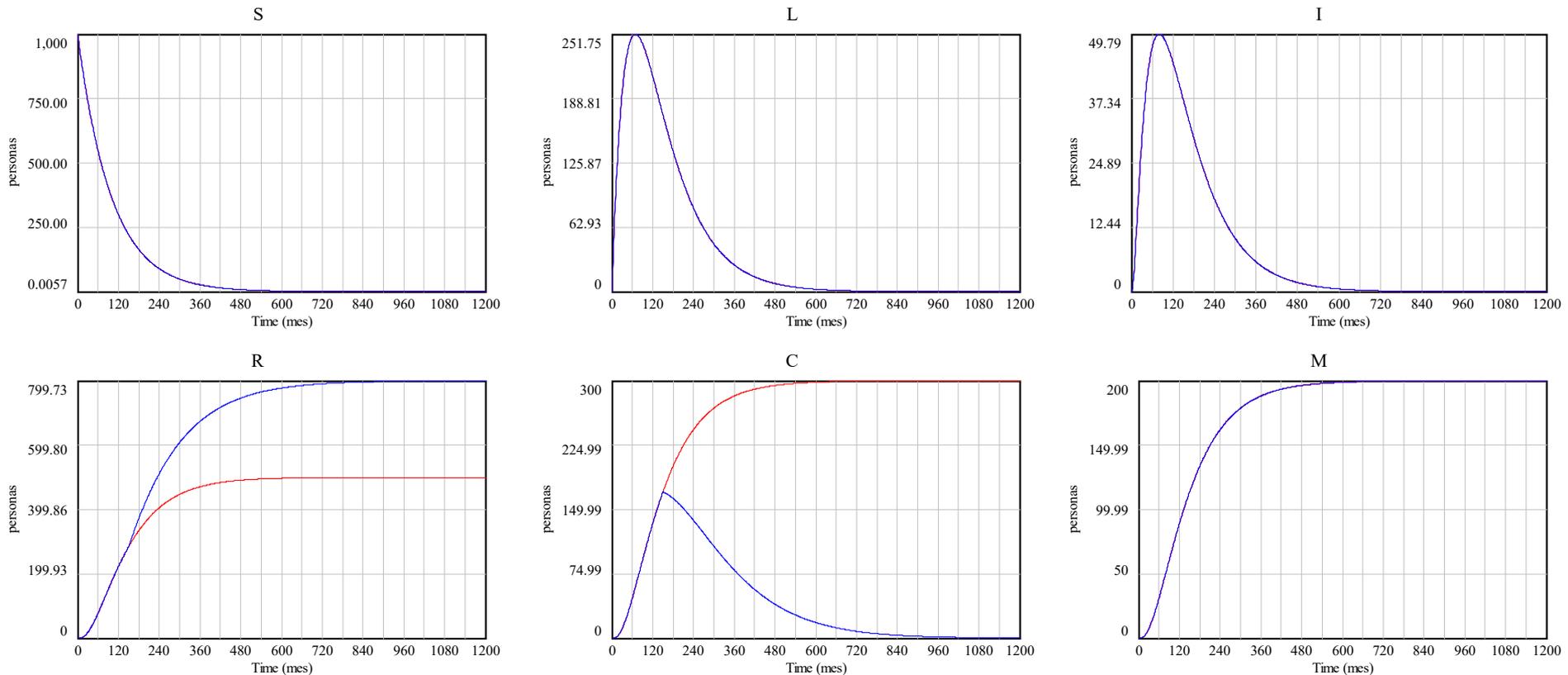
$$\text{Casos de curacion en cronicos}(t) = \text{Tasa de curacion en cronicos} \text{Cronicos}(t)$$

$$\text{Tasa de curación en cronicos} = \text{STEP}(0.0075, 150)$$



# Modelo elemental para las ENT: Ejercicio 4

- Solución: gráficos de la simulación



# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

---

- Modelo para el consumo de alcohol

*Three-year changes in drinking patterns in Spain: A prospective population-based cohort study” (Soler-Vila y col., 2014)*

- Estados:

- Non-drinker (Susceptibles)

- Moderate drinker no BD

- Moderate drinker with BD

- Heavy drinker no BD

- Heavy drinker with BD

- Ex-drinker (Recuperados)

Apartado 6.2 del Tema 6

# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

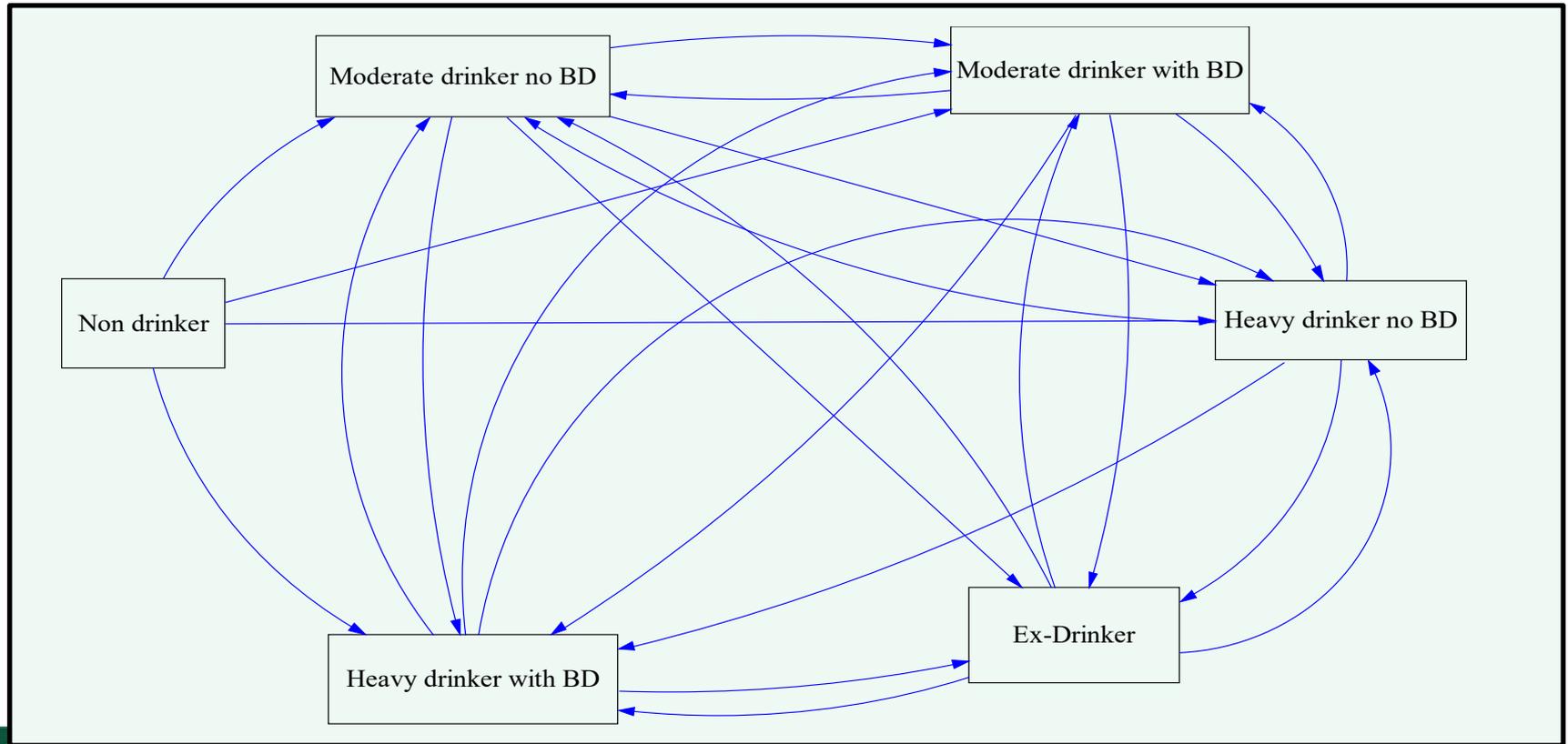
- Tabla de transiciones

→	Moderate drinker no BD	Moderate drinker with BD	Heavy drinker no BD	Heavy drinker with BD	Ex-drinker
Non- drinker	Sí	Sí	Sí	Sí	
Moderate drinker no BD		Sí	Sí	Sí	Sí
Moderate drinker with BD	Sí		Sí	Sí	Sí
Heavy drinker no BD	Sí	Sí		Sí	Sí
Heavy drinker with BD	Sí	Sí	Sí		Sí
Ex- drinker	Sí	Sí	Sí	Sí	



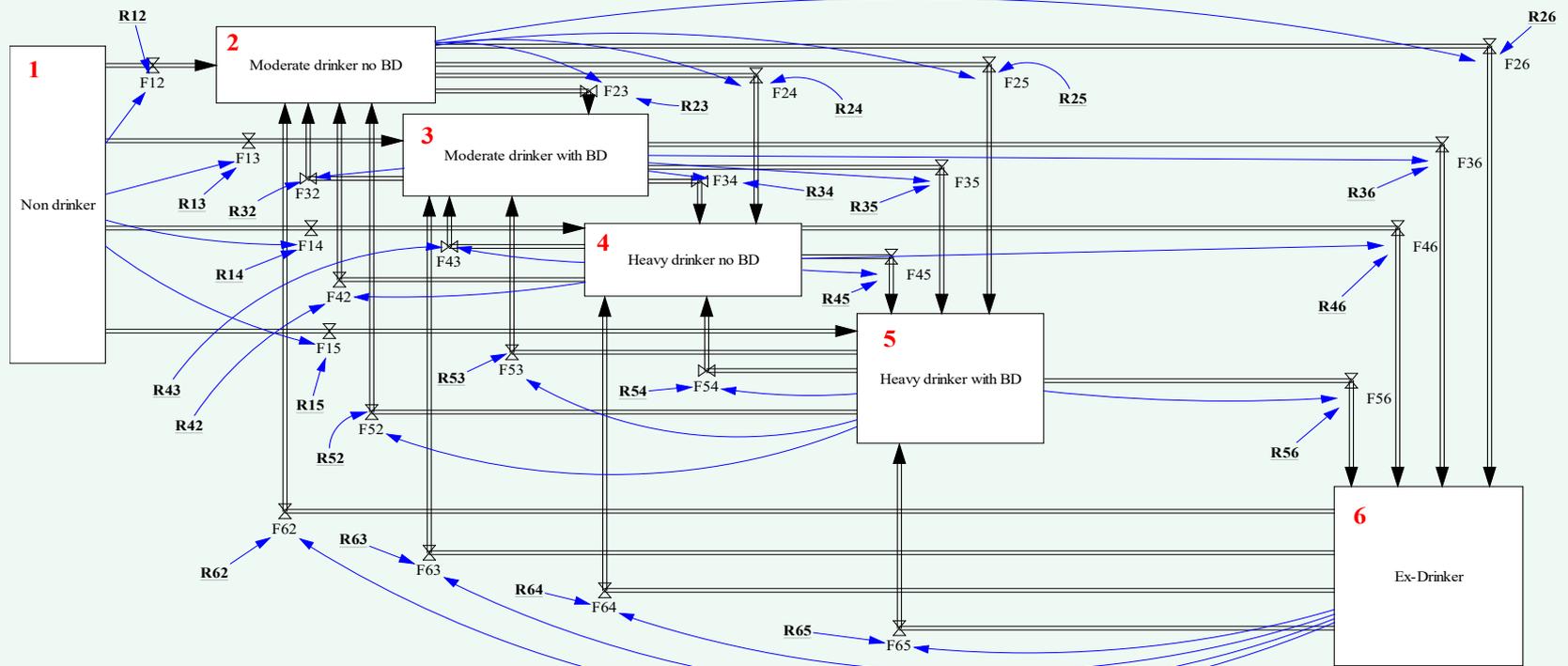
# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

- Esquema de las transiciones



# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

- Modelo en Vensim



# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

---

- Detalle del modelo matemático

$$\frac{d \text{ Heavy drinker no } BD(t)}{dt} = F14(t) + F24(t) + F34(t) + F54(t) + F64(t) \\ - F42(t) - F43(t) - F45(t) - F46(t)$$

$$F14(t) = R14 \text{ Non drinker}(t)$$

$$F24(t) = R24 \text{ Moderate drinker no } BD(t)$$

$$F34(t) = R34 \text{ Moderate drinker with } BD(t)$$

$$F54(t) = R54 \text{ Heavy drinker with } BD(t)$$

$$F64(t) = R64 \text{ Ex-drinker}(t)$$

$$F42(t) = R42 \text{ Heavy drinker with } BD(t)$$

$$F43(t) = R43 \text{ Heavy drinker with } BD(t)$$

$$F45(t) = R45 \text{ Heavy drinker with } BD(t)$$

$$F46(t) = R46 \text{ Heavy drinker with } BD(t)$$

# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

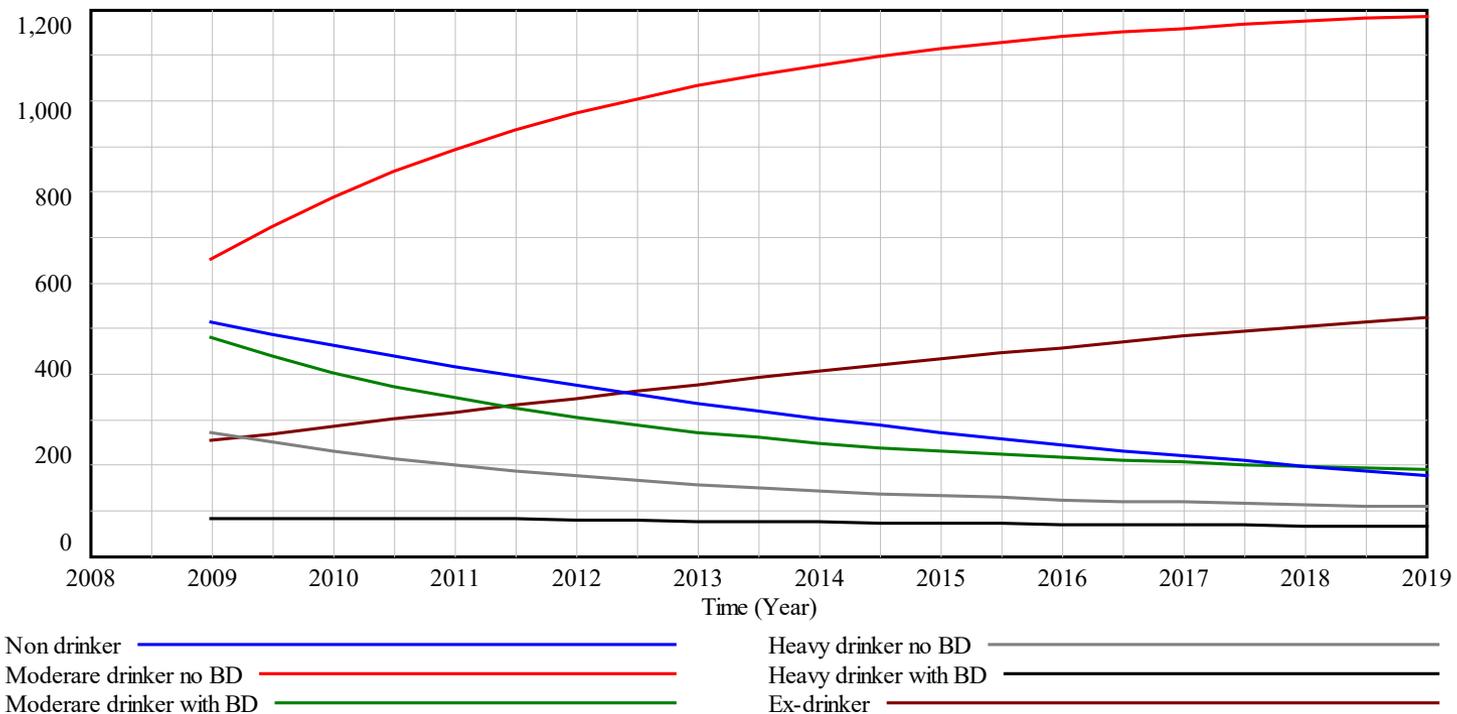
- Parámetros del modelo

Rxy (1/año)	Moderate drinker no BD (2)	Moderate drinker with BD (3)	Heavy drinker no BD (4)	Heavy drinker with BD (5)	Ex – drinker (6)
Non drinker (1)	0.0811	0.0162	0.0045	0.0013	
Moderate drinker no BD (2)		0.0235	0.0112	0.0056	0.0445
Moderate drinker with BD (3)	0.1681		0.0188	0.0250	0.0347
Heavy drinker no BD (4)	0.1905	0.0195		0.0244	0.0195
Heavy drinker with BD (5)	0.1179	0.0732	0.0691		0.0163
Ex – drinker (6)	0.0646	0.0079	0.0040	0.0053	

# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

- Simulación

Evolución de los grupos durante 10 años



# Modelo de ENT con varios grados de la enfermedad

- Comparación con datos reales

Año	Non drinker		Moderate drinker no BD		Moderate drinker with BD		Heavy drinker no BD		Heavy drinker with BD		Ex-drinker	
	Dato		Dato		Dato		Dato		Dato		Dato	
2008	514		652		480		273		82		253	
2009	514	514.0	652	652.0	480	480.0	273	273.0	82	82.0	253	253.0
2010	514	462.4	652	788.0	480	404.1	273	231.8	82	83.0	253	284.7
2011		416.0		892.0		347.4		200.5		82.0		316.3
2012	355	374.2	1087	971.4	236	304.9	141	176.5	87	79.9	348	347.2
2013	355	336.6	1087	1032.0	236	272.9	141	158.1	87	77.5	348	377.0
2014		302.8		1078.1		248.7		143.9		75.0		405.6
2015		272.4		1113.0		230.4		133.0		72.6		432.6
2016		245.0		1139.4		216.4		124.5		70.5		458.1
2017		220.4		1159.3		205.7		118.0		68.6		482.1
2018		198.3		1174.0		197.4		112.8		67.1		504.4
2019		178.3		1184.9		191.1		108.8		65.8		525.1



**CURSO: APLICACIÓN DE LA DINÁMICA DE SISTEMAS A LA  
EPIDEMIOLOGÍA (13 al 24 de marzo 2023)**

---

## **Modelos de Enfermedades II**

Fernando Morilla

Dpto de Informática y Automática, UNED



# Contenido

---

- Modelo SI de las ET (Enfermedades transmisibles)
  - Variables, modelo matemático, ejemplo y ejercicio en Vensim.
- Modelo SIR de las ET
  - Variables, modelo matemático, ejemplos y ejercicios en Vensim.
    - Epidemia de alcance parcial
    - Situación endémica
- Número reproductivo básico  $R_0$
- La vacunación en las ET
  - Hipótesis habituales
  - Modelo SIRV y ejemplo

# Modelo SI de evolución natural de las ET

---

- Contempla una epidemia con alcance total
  - Todos los susceptibles terminan desarrollando la enfermedad.
  - Para analizar la evolución de enfermedades que tengan una rápida propagación
- El estacionario se alcanza cuando desaparece la transmisión
- Prescinde de medidas de prevención

# Modelo SI de evolución natural de las ET

---

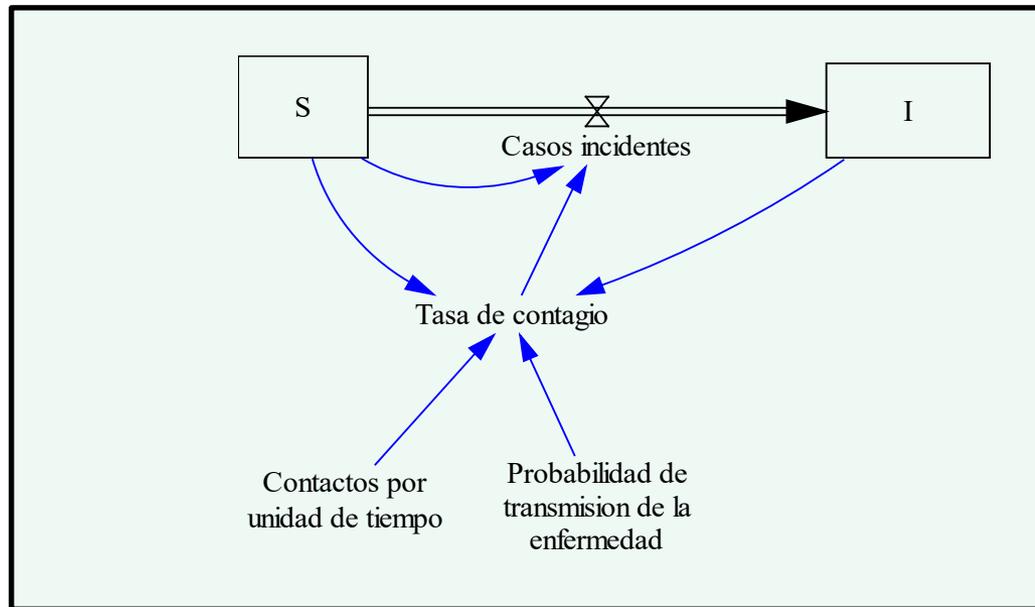
- Relación de variables
- 2 estados: Susceptibles e Infecciosos (personas)

→	S	I
S		SI

- 1 flujo: Casos incidentes (personas/día)
- 1 variable auxiliar: Tasa de contagio (1/día)
- 2 Parámetros Contactos por unidad de tiempo (1/día) y probabilidad de transmisión de la enfermedad (adimensional)

# Modelo SI de evolución natural de las ET

- Diagrama de Forrester



# Modelo SI de evolución natural de las ET

---

- Modelo matemático
  - Ecuaciones de los estados

$$\frac{d S(t)}{dt} = -\text{Casos incidentes}(t)$$

$$\frac{d I(t)}{dt} = \text{Casos incidentes}(t)$$

- Ecuación casos incidentes

$$\text{Casos incidentes}(t) = \text{Tasa de contagio}(t) S(t)$$

- Ecuación tasa de contagio

$$\text{Tasa de contagio}(t) = \text{Contactos por unidad de tiempo} \cdot \text{Probabilidad de transmisión de la enfermedad}$$

$$\frac{I(t)}{S(t) + I(t)}$$



# Modelo SI de evolución natural de las ET

---

- Ejemplo 1

- Parámetros del modelo

- Contactos diarios =  $5 \text{ día}^{-1}$

- Probabilidad de transmisión de la enfermedad = 0.05

- Condiciones iniciales

- Población de susceptibles = 999 personas

- Población de infecciosos = 1 persona

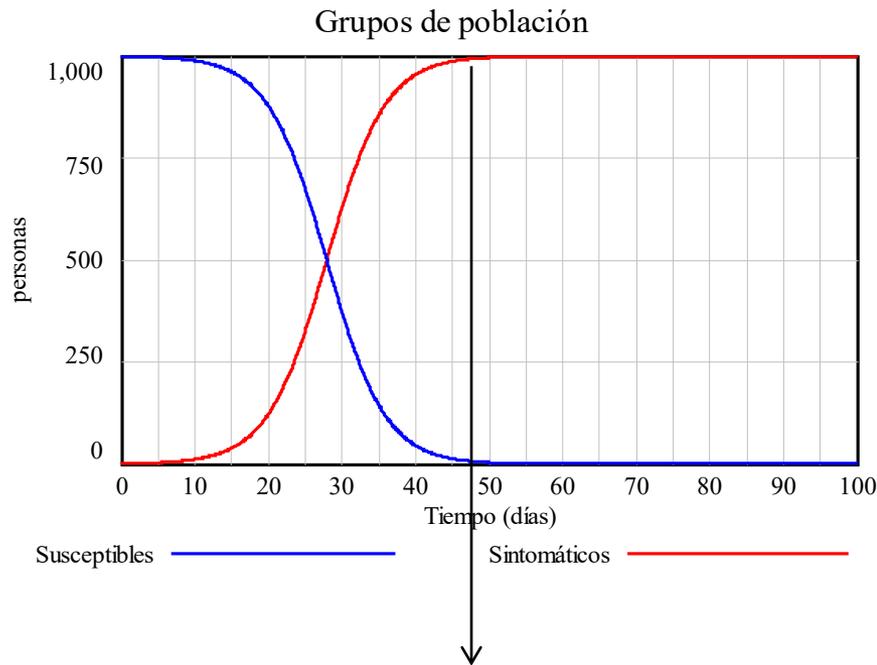
- Parámetros de simulación

- Tiempo de simulación 100 días

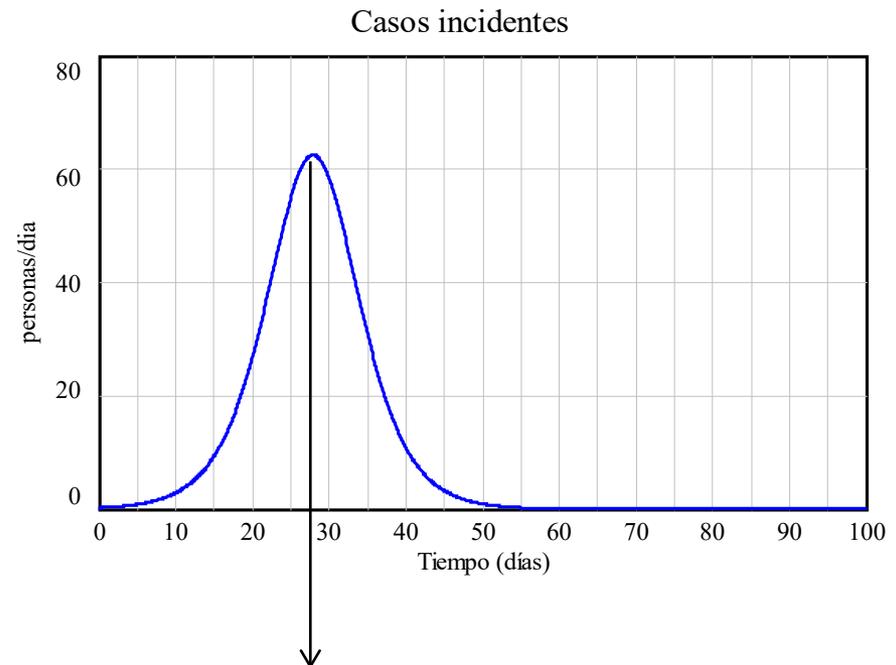
- Intervalo de simulación 0.1 día

# Modelo SI de evolución natural de las ET

- Resultados gráficos de la simulación



Toda la población  
está contagiada



El día 27 se presenta la máxima incidencia, el  
máximo de la onda epidémica

# Modelo SI de las ET: Ejercicio 1

---

- Programar el modelo en Vensim
- Reproducir resultados del ejemplo 1 y guardar como SI escenario 1
- Recrear otros dos escenarios, con cambio en uno de los parámetros:
  - Contactos diarios = 4 y 8  $\text{dia}^{-1}$
- Comparar gráficamente los tres escenarios

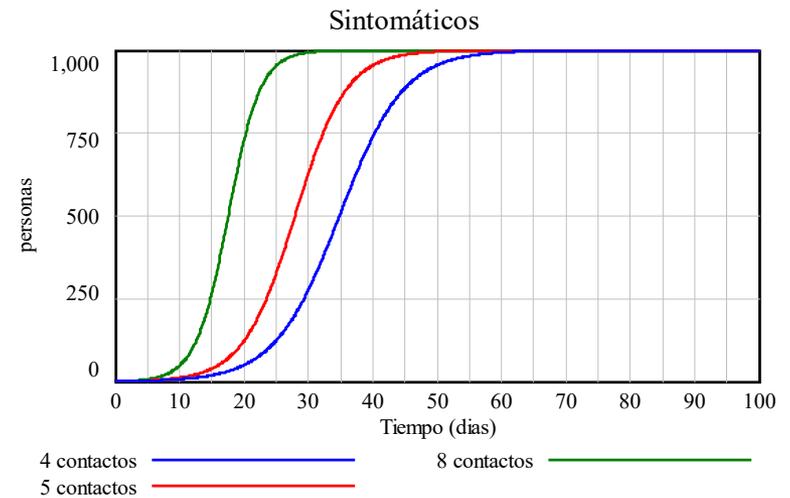
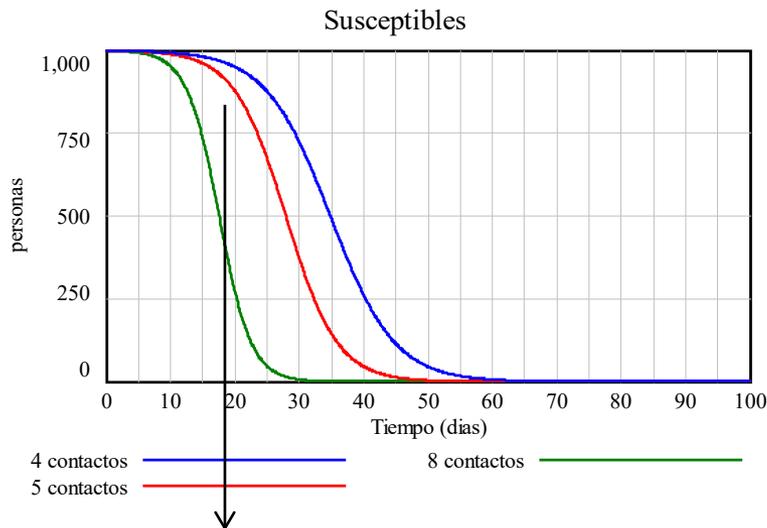
# Modelo SI de las ET: Ejercicio 1

---

- Solución: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso.*

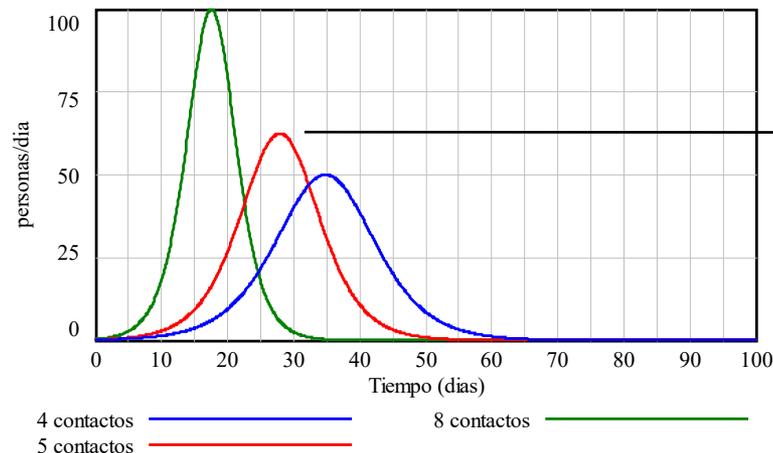
# Modelo SI de las ET: Ejercicio 1

- Solución con interpretación de resultados



**El aumento en los contactos hace que la población de susceptibles se agote más rápido**

Onda epidémica



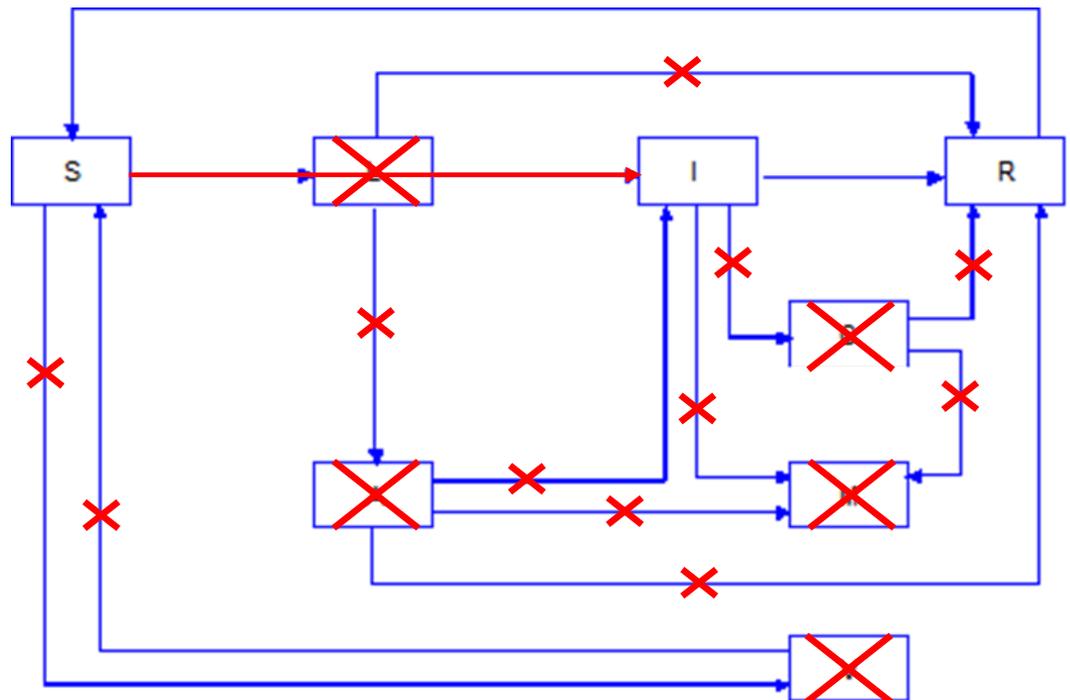
**El aumento en los contactos anticipa la onda epidémica y la hace más aguda**



# Modelo SIR de las ET

- Prescindimos de cinco estados del modelo genérico para centrarnos en la evolución natural de las ET por los estados (S, I, R).
  - 3 estados, 3 transiciones

→	S	I	R
S		Sí	
I			Sí
R	No/Sí		



# Modelo SIR de las ET

- Útil cuando no hay constancia de periodo de latencia en la enfermedad, o éste es muy pequeño en relación con el periodo infeccioso.
- El flujo *Casos observados* desaparece porque coincide en todo momento con los *Casos incidentes*.
- Sigue siendo ampliación del SIR propuesto por Kermack y McKendrick en 1927, pues en el modelo original no contemplaba la pérdida de inmunidad.
- ¿Alguna enfermedad en la que se podría emplear?

Secuencia	Proceso
$S \rightarrow I \rightarrow R \rightarrow S$	Persona que, como consecuencia de un contagio, desarrolla la enfermedad, con síntomas de forma inmediata. Tras un periodo de enfermedad se recupera, y como la enfermedad no genera inmunidad permanente, al cabo de un cierto tiempo vuelve a ser susceptible.

# Modelo SIR de las ET

- Diagrama de Forrester

**3 variables de nivel (estados):** S, I, R

**3 flujos:**

Casos incidentes

Casos de curación

Casos de vuelta a la susceptibilidad

**1 variable auxiliar:** Tasa de contagio

**4 parámetros:**

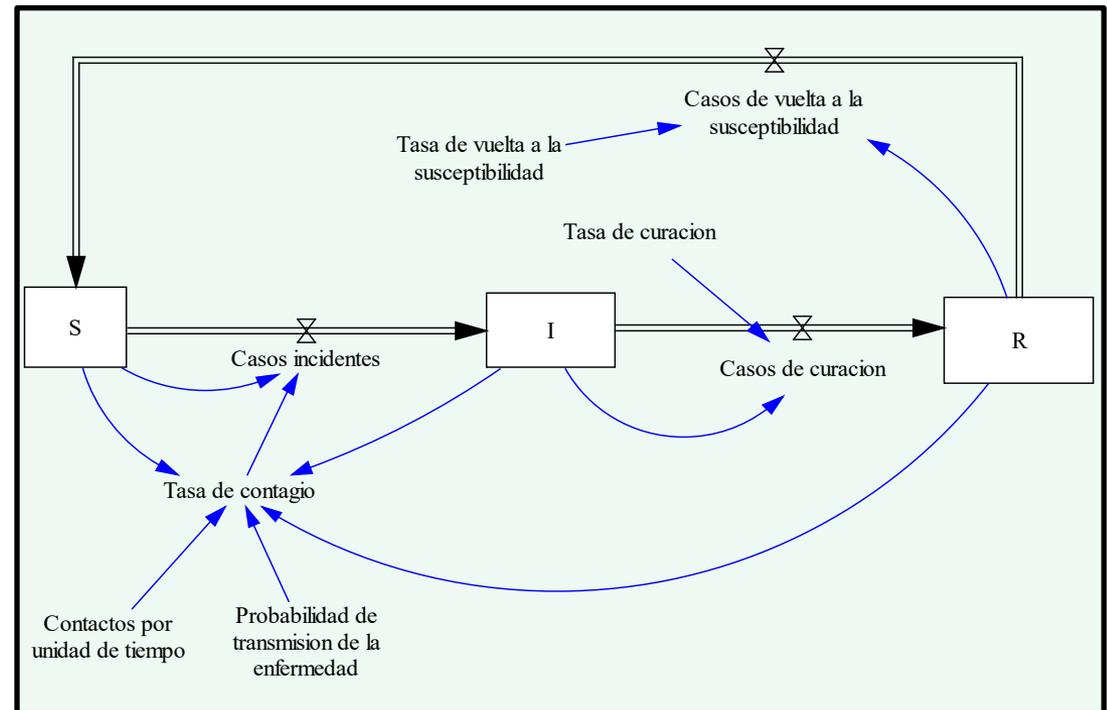
Contactos por unidad de tiempo

Probabilidad de transmisión

de la enfermedad

Tasa de curación

Tasa de vuelta a la susceptibilidad



# Modelo SIR de las ET

---

- Modelo matemático

$$\frac{d S(t)}{dt} = \text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t) - \text{Casos incidentes}(t)$$

$$\frac{d I(t)}{dt} = \text{Casos incidentes}(t) - \text{Casos de curacion}(t)$$

$$\frac{d R(t)}{dt} = \text{Casos de curacion}(t) - \text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t)$$

$$\text{Casos incidentes}(t) = \text{Tasa de contagio}(t) S(t)$$

$$\text{Casos de curacion}(t) = \text{Tasa de curacion} I(t)$$

$$\text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t) = \text{Tasa de vuelta a la susceptibilidad} R(t)$$

$$\text{Tasa de contagio}(t) = \text{Contactos por unidad de tiempo} \cdot \text{Probabilidad de transmision de la enfermedad}$$

$$\frac{I(t)}{S(t) + I(t) + R(t)}$$



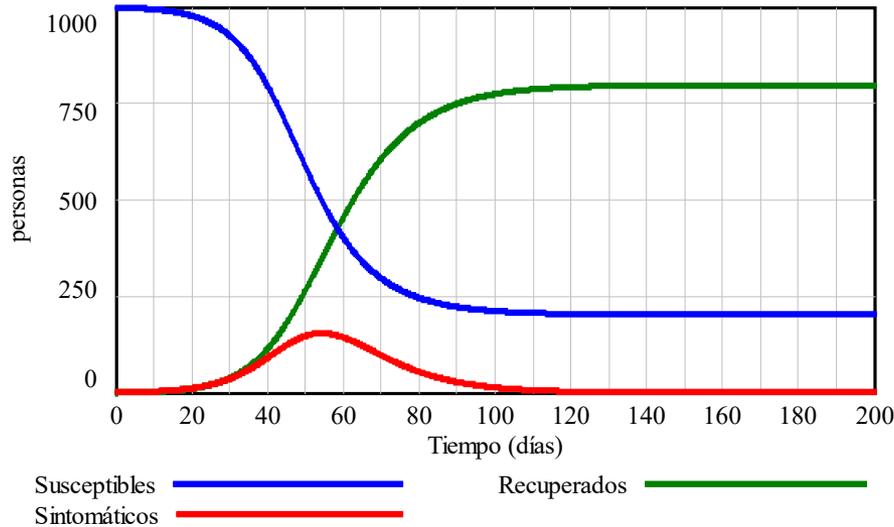
# Modelo SIR de las ET

- Escenario con inmunidad permanente (IP)
  - Parámetros del modelo
    - Contactos por unidad de tiempo = 5/día
    - Probabilidad de transmisión de la enfermedad = 0.05
    - Tasa de curación = 0.125/día (equivale a 8 días de periodo infeccioso)
    - Tasa de vuelta a la susceptibilidad = 0.0/día (equivale a inmunidad permanente)
  - Condiciones iniciales
    - Susceptibles = 999 personas
    - sIntomáticos = 1 persona
  - Parámetros de simulación
    - Tiempo de simulación 200 días
    - Intervalo de simulación 0.1 día



# Modelo SIR de las ET: Escenario IP

Grupos de población

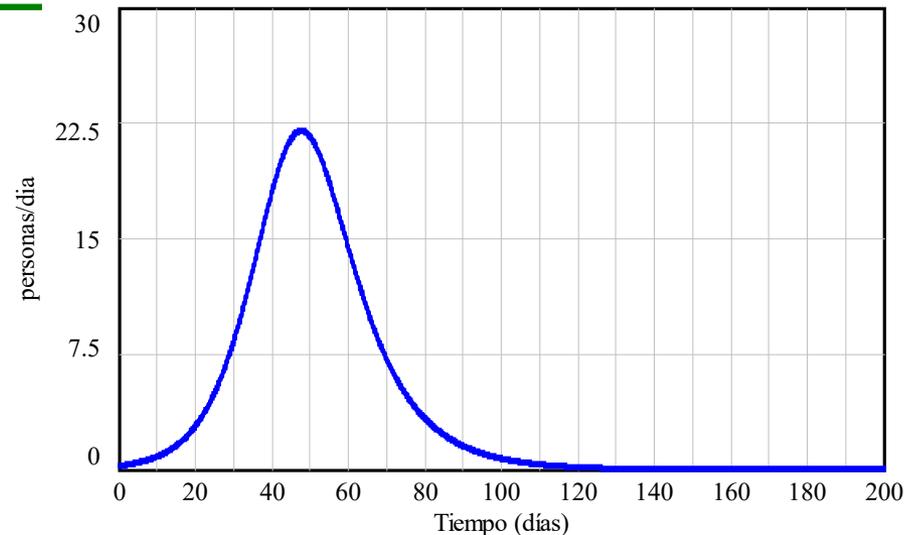


Transcurridos 130 días deja de haber casos, el máximo (aprox. 22 personas/día) se presenta poco antes del día 50.

## Apartado 5.2 del Tema 7

La enfermedad se transmite sin alcanzar al total de la población. El grupo de susceptibles se estabiliza en aproximadamente 800 personas y el grupo de recuperados en 200 personas.

Casos incidentes



# Modelo SIR de las ET: Ejercicio 2

---

- Programar el modelo SIR a partir del modelo SI
  - Desde Vensim guardar el modelo anterior con otro nombre.
  - Ampliar el modelo con las variables y ecuaciones necesarias.
- Reproducir los resultados del escenario con inmunidad permanente.
- Comprobar el efecto que sobre estos resultados tienen los parámetros:
  - Tasa de curación
  - Contactos por unidad de tiempo

# Modelo SIR de las ET: Ejercicio 2

---

- Solución: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso.*

# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 2

- Variables necesarias (en rojo)

**3 variables de nivel (estados): S, I, R**

**3 flujos:**

Casos incidentes

Casos de curación

Casos de vuelta a la susceptibilidad

**1 variable auxiliar: Tasa de contagio**

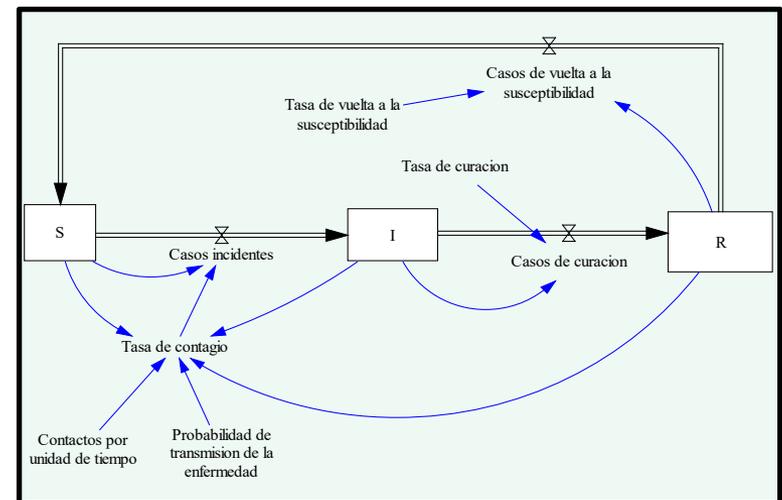
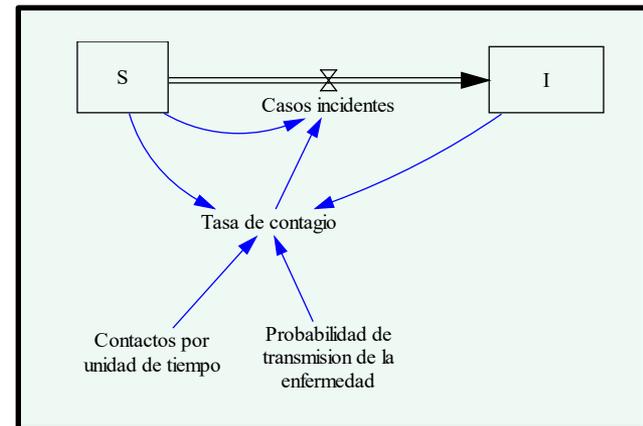
**4 parámetros:**

Contactos por unidad de tiempo

Probabilidad de transmisión de la enfermedad

Tasa de curación

Tasa de vuelta a la susceptibilidad



# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 2

- Cambios en el modelo matemático

$$\frac{d S(t)}{dt} = \text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t) - \text{Casos incidentes}(t)$$

$$\frac{d I(t)}{dt} = \text{Casos incidentes}(t) - \text{Casos de curacion}(t)$$

$$\frac{d R(t)}{dt} = \text{Casos de curacion}(t) - \text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t)$$

$$\text{Casos incidentes}(t) = \text{Tasa de contagio}(t) S(t)$$

$$\text{Casos de curacion}(t) = \text{Tasa de curacion} I(t)$$

$$\text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t) = \text{Tasa de vuelta a la susceptibilidad} R(t)$$

$$\text{Tasa de contagio}(t) = \text{Contactos por unidad de tiempo} \cdot \text{Probabilidad de transmision de la enfermedad}$$

$$\frac{I(t)}{S(t) + I(t) + R(t)}$$

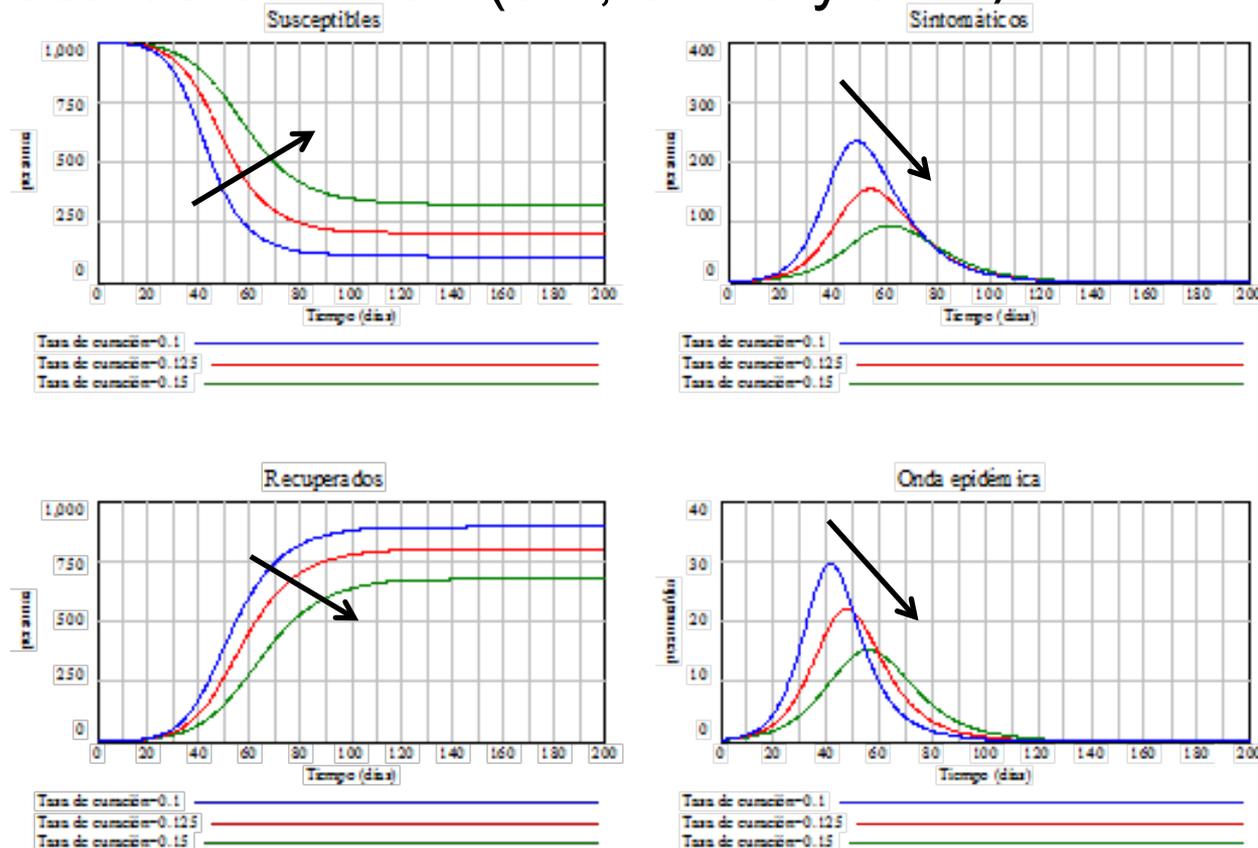
Las rellena automáticamente Vensim, pero hay que aceptarlas. Y además poner valor inicial a los Recuperados.

Hay que incorporarlas en Vensim.



# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 2

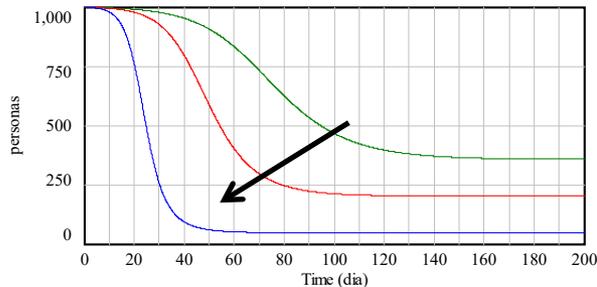
- Comparación de simulaciones con tres valores distintos de la tasa de curación (0.1, 0.125 y 0.15)



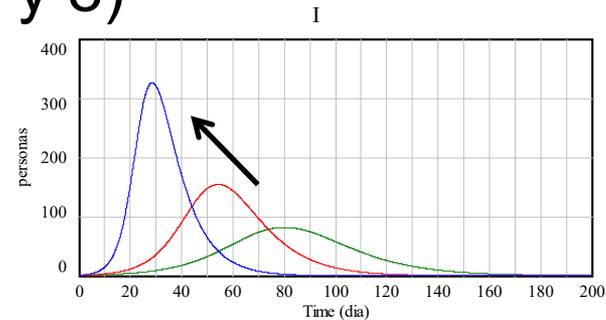
Las flechas indican el efecto en las variables al aumentar el valor del parámetro.

# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 2

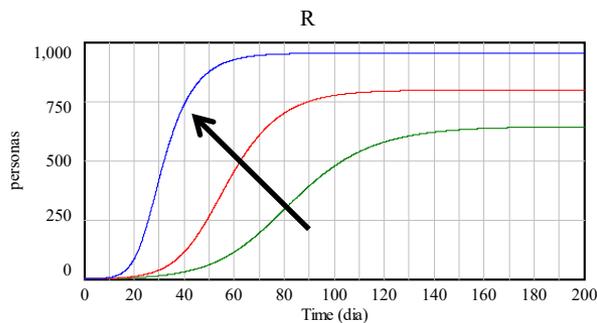
- Comparación de simulaciones con tres valores distintos del número de contactos (4, 5 y 8)



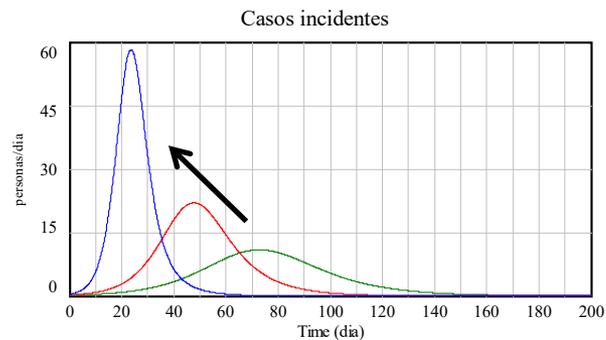
S : ET\_SIR\_Ejemplo1\_8contactos  
S : ET\_SIR\_Ejemplo1\_5contactos  
S : ET\_SIR\_Ejemplo1\_4contactos



I : ET\_SIR\_Ejemplo1\_8contactos  
I : ET\_SIR\_Ejemplo1\_5contactos  
I : ET\_SIR\_Ejemplo1\_4contactos



R : ET\_SIR\_Ejemplo1\_8contactos  
R : ET\_SIR\_Ejemplo1\_5contactos  
R : ET\_SIR\_Ejemplo1\_4contactos



Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo1\_8contactos  
Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo1\_5contactos  
Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo1\_4contactos

Las flechas indican el efecto en las variables al aumentar el valor del parámetro.

# Modelo SIR de las ET

- Escenario con inmunidad transitoria (IT)

- Parámetros del modelo

- Contactos por unidad de tiempo = 5/día

- Probabilidad de transmisión de la enfermedad = 0.05

- Tasa de curación = 0.125/día (equivale a 8 días de periodo infeccioso)

- Tasa de vuelta a la susceptibilidad = 0.02/día (equivale a 50 días de inmunidad)

- Condiciones iniciales

- Susceptibles = 999 personas

- sIntomáticos = 1 persona

- Parámetros de simulación

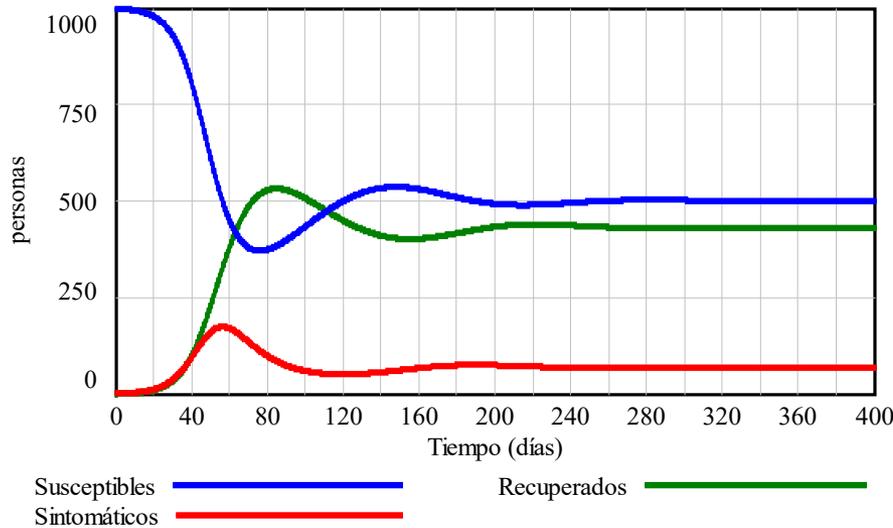
- Tiempo de simulación 400 días

- Intervalo de simulación 0.1 día

Solo un cambio de parámetros respecto al escenario de Inmunidad Permanente. Para diferenciarlos se suele hablar de modelo SIR y modelo SIRS.

# Modelo SIR de las ET : Escenario IT

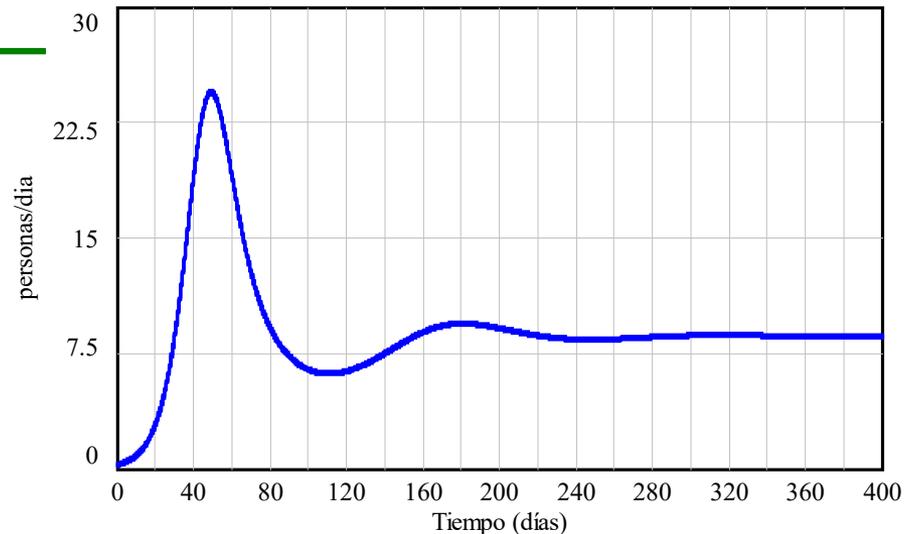
Grupos de población



Apartado 5.3 del Tema 7

La enfermedad se transmite y provoca una situación endémica. El grupo de susceptibles se estabiliza en aproximadamente 500 personas, el grupo de recuperados en 430 personas y el grupo de sintomáticos en 70 personas.

Casos incidentes

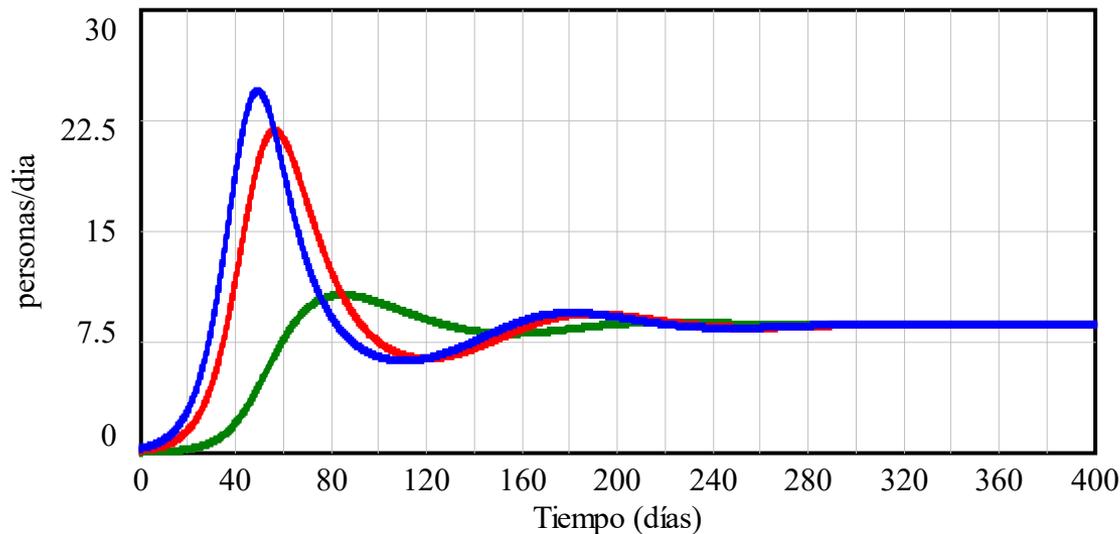


Los casos incidentes alcanzan un máximo (aprox. 25 personas/día) a los 50 días y se estabilizan a partir de los 300 días en aproximadamente 9 personas/día. Lógicamente los otros dos flujos se habrán estabilizado en el mismo valor.

# Modelo SIR de las ET : Escenario IT

- Ojeada a los tres flujos
  - Secuencia en el transitorio (corto plazo)
  - Equilibrio en el estacionario (largo plazo)

Flujos



Casos incidentes —————  
Casos de curación —————  
Casos de vuelta a la susceptibilidad —————

# Modelo SIR de las ET: Ejercicio 3

---

- Utilizar el modelo del Ejercicio 2 para reproducir los resultados del escenario con inmunidad transitoria.
- Comprobar el efecto que sobre estos resultados tienen los parámetros:
  - Tasa de vuelta a la susceptibilidad
  - Tasa de curación
  - Contactos por unidad de tiempo

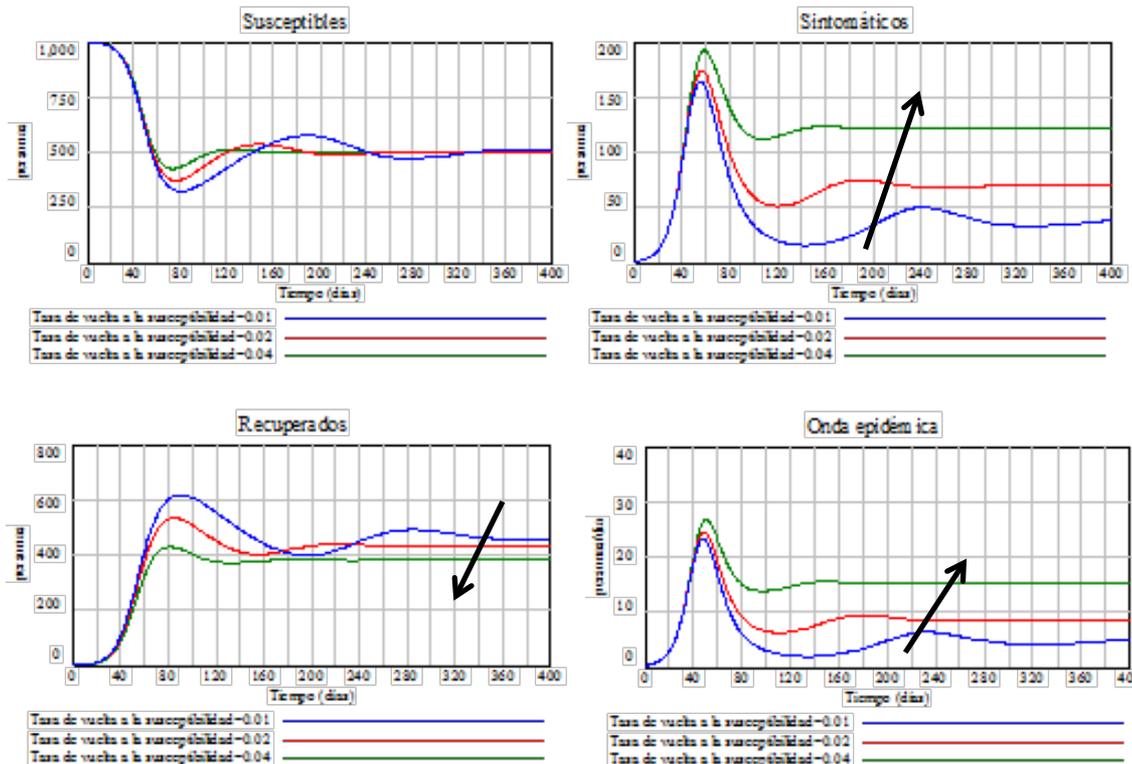
# Modelo SIR de las ET: Ejercicio 3

---

- Solución: *se facilitará después de la sesión, a través del servidor del curso.*

# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 3

- Comparación de simulaciones con tres valores distintos de la tasa vuelta a la susceptibilidad (0.01, 0.02 y 0.04).



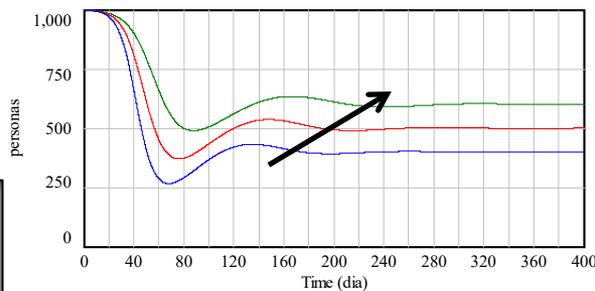
Las flechas indican el efecto en las variables al aumentar el valor del parámetro.



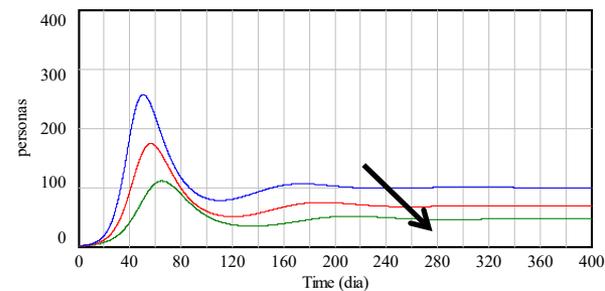
# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 3

- Comparación de simulaciones con tres valores distintos de la tasa de curación (0.1, 0.125 y 0.15).

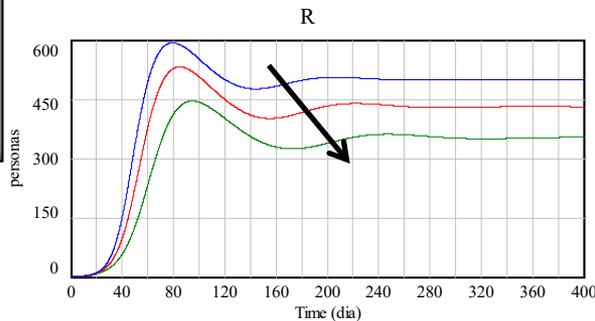
Las flechas indican el efecto en las variables al aumentar el valor del parámetro.



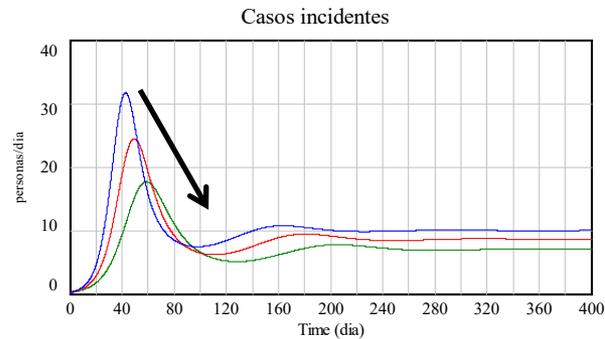
S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_100curacion  
S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_125curacion  
S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_150curacion



I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_100curacion  
I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_125curacion  
I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_150curacion



R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_100curacion  
R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_125curacion  
R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_150curacion

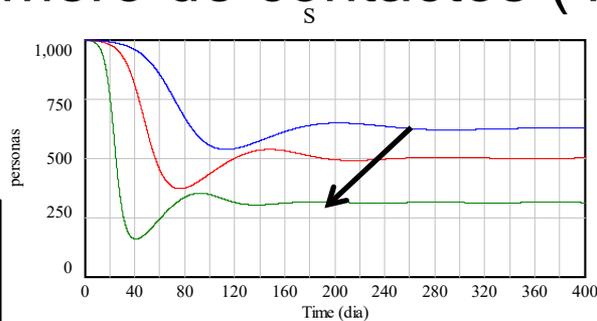


Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_100curacion  
Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_125curacion  
Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_150curacion

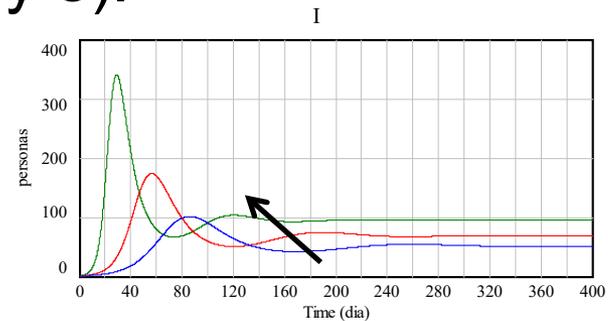
# Modelo SIR de las ET: Solución Ejercicio 3

- Comparación de simulaciones con tres valores distintos de número de contactos (4, 5 y 8).

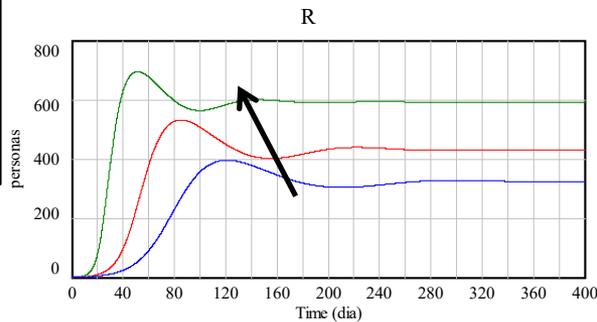
Las flechas indican el efecto en las variables al aumentar el valor del parámetro.



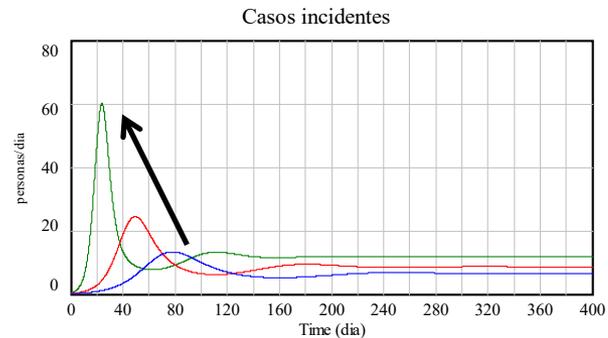
S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_4contactos (blue line)  
 S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_5contactos (red line)  
 S : ET\_SIR\_Ejemplo2\_8contactos (green line)



I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_4contactos (blue line)  
 I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_5contactos (red line)  
 I : ET\_SIR\_Ejemplo2\_8contactos (green line)



R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_4contactos (blue line)  
 R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_5contactos (red line)  
 R : ET\_SIR\_Ejemplo2\_8contactos (green line)



Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_4contactos (blue line)  
 Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_5contactos (red line)  
 Casos incidentes : ET\_SIR\_Ejemplo2\_8contactos (green line)



# Modelo SIR de las ET versus SI

---

- El **modelo SI** únicamente vale para recrear **epidemias de alcance total** sobre la población.
  - Se agota el grupo de población S, toda la población queda en el grupo I.
- El **modelo SIR** permite:
  - Recrear **epidemias de alcance parcial** sobre la población. Basta suponer que enfermedad genera inmunidad permanente.
    - Se agota el grupo de población I, la enfermedad desaparece. La población queda repartida entre los grupos S y R.
  - Recrear **situaciones endémicas** de una enfermedad (que no genera inmunidad permanente) en una población.
    - Se produce una situación de equilibrio en los tres grupos de población debido a que los tres flujos se igualan.

# Modelo SIR de las ET: el valor de $R_0$

- El número reproductivo básico  $R_0$ .
  - Informa del número medio de infecciones secundarias producidas por una persona infectada en el seno de una población donde todos los demás son susceptibles (Anderson y May, 2005)

$$R_0 = \frac{\text{Contactos por unidad de tiempo} \cdot \text{Probabilidad de transmisión de la enfermedad}}{\text{Tasa de curación}}$$

$$R_0 = \text{Contactos por unidad de tiempo} \cdot \text{Probabilidad de transmisión de la enfermedad} \cdot \text{Periodo infeccioso}$$

- Transmisión de la enfermedad sí y sólo si  $R_0 > 1$ .
  - En los escenarios básicos anteriores,  $R_0 = 5 \cdot 0.05 \cdot 8 = 2.0$
  - La gripe suele tener asociado  $R_0$  de aproximadamente 1.3

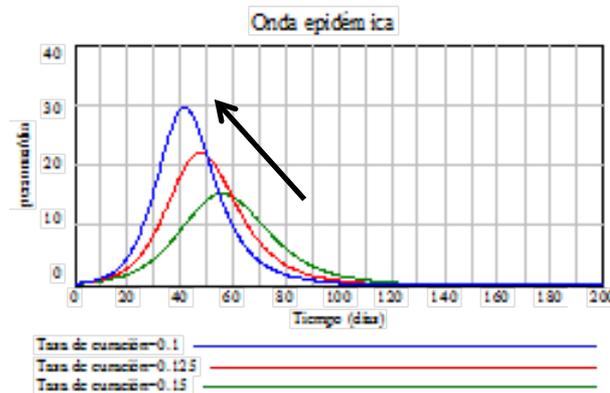
	Distribución inicial de la población <i>Poblacion inicial = S(0) + I(0) + R(0)</i>	Situación endémica, independiente de la distribución inicial. Dependiente del tamaño de la población y de los cuatro parámetros
<b>S</b>	$0 < S(0) < \text{Población inicial}$	$\frac{\text{Poblacion inicial}}{R_0}$
<b>I</b>	$0 < I(0) < \text{Población inicial}$	$\frac{\text{Tasa de vuelta a la susceptibilidad}}{\text{Tasa de curación} + \text{Tasa de vuelta a la susceptibilidad}} \cdot \frac{R_0 - 1}{R_0} \cdot \text{Poblacion inicial}$
<b>R</b>	$0 \leq R(0) < \text{Población inicial}$	$\frac{\text{Tasa de curación}}{\text{Tasa de curación} + \text{Tasa de vuelta a la susceptibilidad}} \cdot \frac{R_0 - 1}{R_0} \cdot \text{Poblacion inicial}$



# Modelo SIR de las ET: $R_0$ en el Escenario IP

- $R_0$  recoge las influencias de tres parámetros:
  - Contactos por unidad de tiempo
  - Probabilidad de transmisión de la enfermedad
  - Tasa de curación
- ¿Cómo afecta la tasa de curación?
  - Si la tasa de curación aumenta,  $R_0$  disminuye

—  $R_0 = 2.5$   
—  $R_0 = 2.0$   
—  $R_0 \cong 1.7$

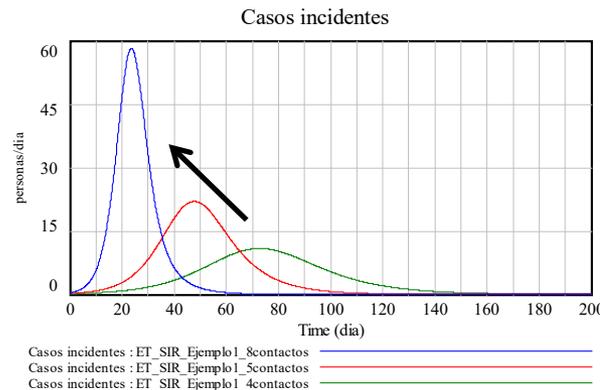


La epidemia tiene mayor intensidad y menor duración cuanto mayor es el  $R_0$ . Ese es el efecto que quiere indicar la flecha.

# Modelo SIR de las ET: $R_0$ en el Escenario IP

- $R_0$  recoge las influencias de tres parámetros:
  - Contactos por unidad de tiempo
  - Probabilidad de transmisión de la enfermedad
  - Tasa de curación
- ¿Cómo afectan los contactos?
  - Si los contactos aumentan,  $R_0$  aumenta

—  $R_0 = 3.2$   
—  $R_0 = 2.0$   
—  $R_0 = 1.6$

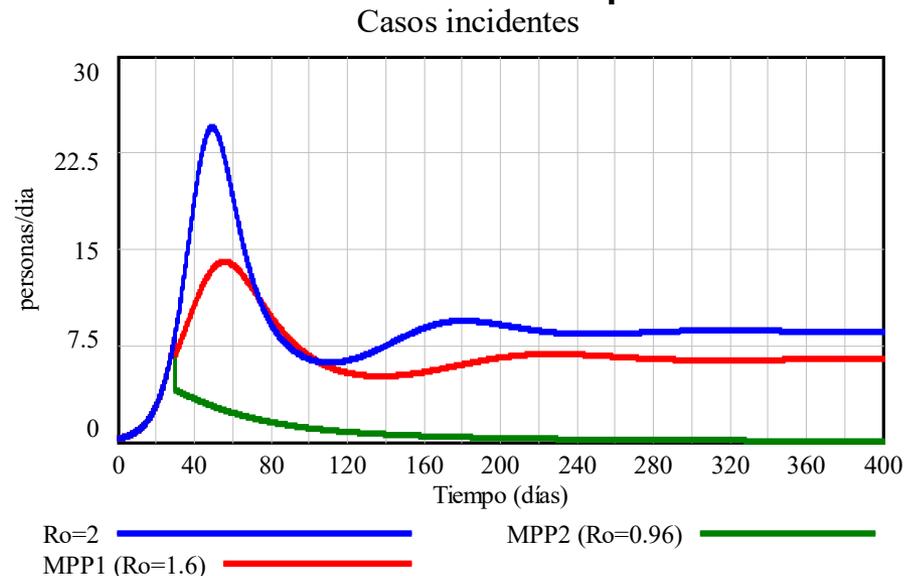


La epidemia tiene mayor intensidad y menor duración cuanto mayor es el  $R_0$ . Ese es el efecto que quiere indicar la flecha.

# Modelo SIR de las ET: $R_0$ en el Escenario IT

- Ejemplo de intervenciones en el escenario IT básico a partir del día 30:
  - **MPP1**; De  $R_0 = 2$  a  $R_0 = 1.60$  por intensificación de las medidas profilácticas (afectan a la probabilidad de transmisión de la enfermedad).
  - **MPP2**; De  $R_0 = 2$  a  $R_0 = 0.96$  por intensificación tanto de las medidas profilácticas como de las medidas de aislamiento (afectan a los contactos por unidad de tiempo)

Apartado 2 del Tema 8



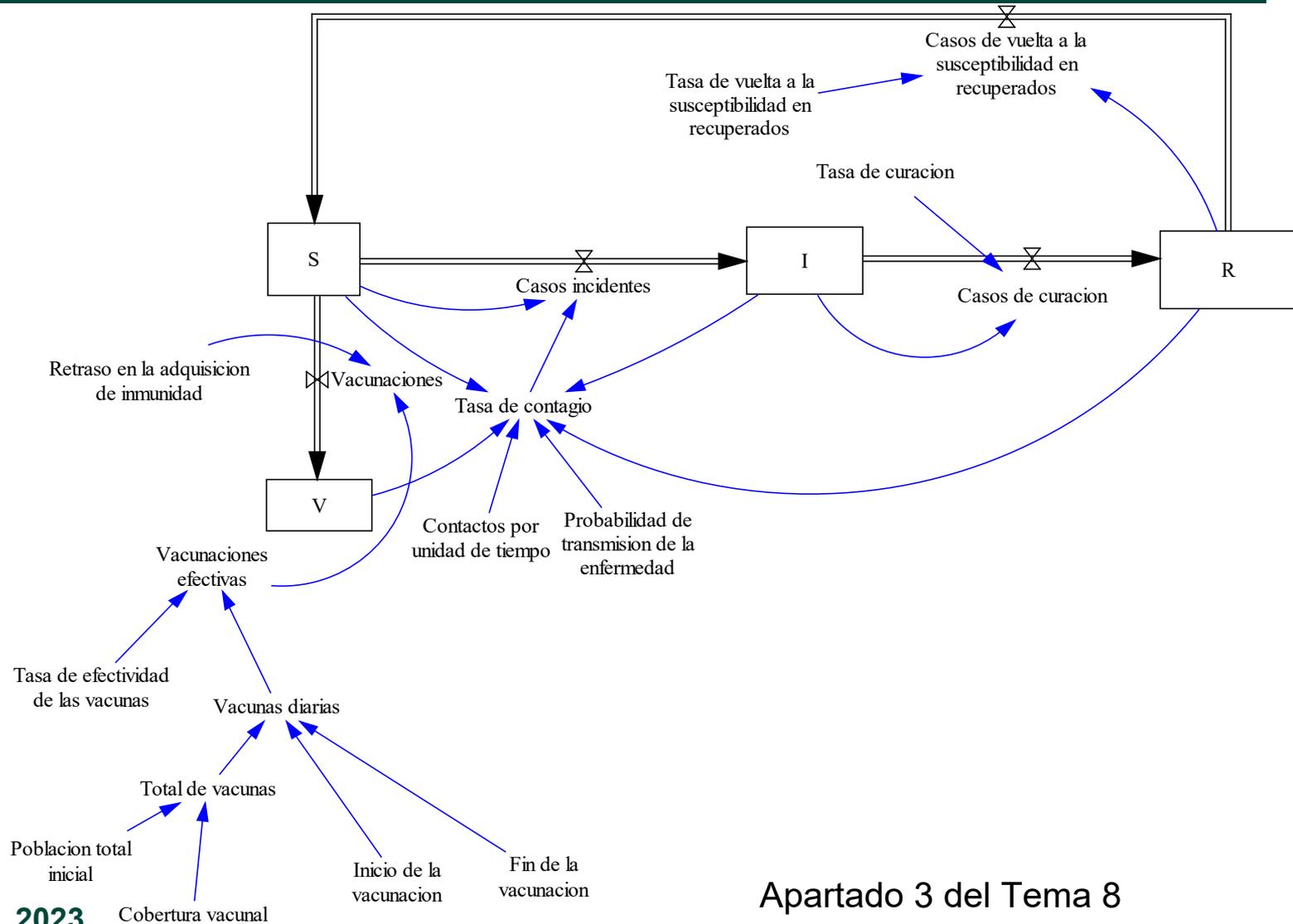
# La vacunación en ET

---

- La vacunación es una de las medidas de prevención primaria.
- Hipótesis:
  - Tiene lugar en una ventana temporal concreta (campaña de vacunación).
  - La cobertura vacunal es fija, se distribuye uniformemente en la población y en el tiempo.
  - Las vacunas no son 100% efectivas.
  - La protección no es inmediata, pero sí permanente.



# La vacunación en ET: modelo SIRV



Apartado 3 del Tema 8



# La vacunación en ET

- Cambios en el modelo matemático SIR.

$$\text{Total de vacunas} = \frac{\text{Cobertura vacunal}}{100} \text{ Poblacion total inicial}$$

$$\text{Vacunas diarias}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < \text{Inicio de la vacunacion} \\ \frac{\text{Total de vacunas}}{\text{Fin de la vacunacion} - \text{Inicio de la vacunacion}} & \text{si } \text{Inicio de la vacunacion} \leq t \leq \text{Fin de la vacunacion} \\ 0 & \text{si } t > \text{Fin de la vacunacion} \end{cases}$$

$$\text{Vacunaciones efectivas}(t) = \text{Tasa de efectividad de la vacuna} \text{ Vacunaciones diarias}(t)$$

$$\text{Vacunaciones}(t) = \text{Vacunaciones efectivas}(t - \text{Retraso en la adquisicion de inmunidad})$$

$$\frac{d V(t)}{dt} = \text{Vacunaciones}(t)$$

$$\frac{d S(t)}{dt} = \text{Casos de vuelta a la susceptibilidad}(t) - \text{Casos incidentes}(t) - \text{Vacunaciones}(t)$$

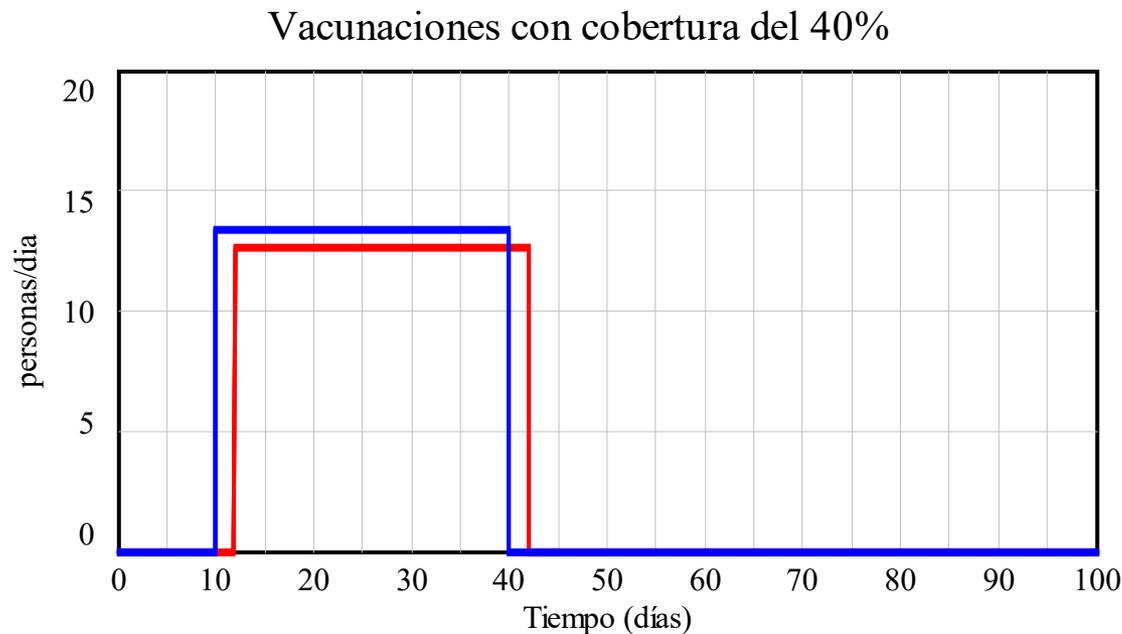
$$\text{Tasa de contagio}(t) = \text{Contactos por unidad de tiempo} \text{ Probabilidad de transmision de la enfermedad}$$

$$\frac{I(t)}{S(t) + I(t) + R(t) + V(t)}$$

Apartado 3 del Tema 8

# La vacunación en ET

- Ejemplo en el escenario básico IT.
  - Cobertura vacunal del 40%, con inicio el día 10 y fin el día 40.
  - Tasa de efectividad del 0.95.
  - Proporciona inmunidad a los 2 días.

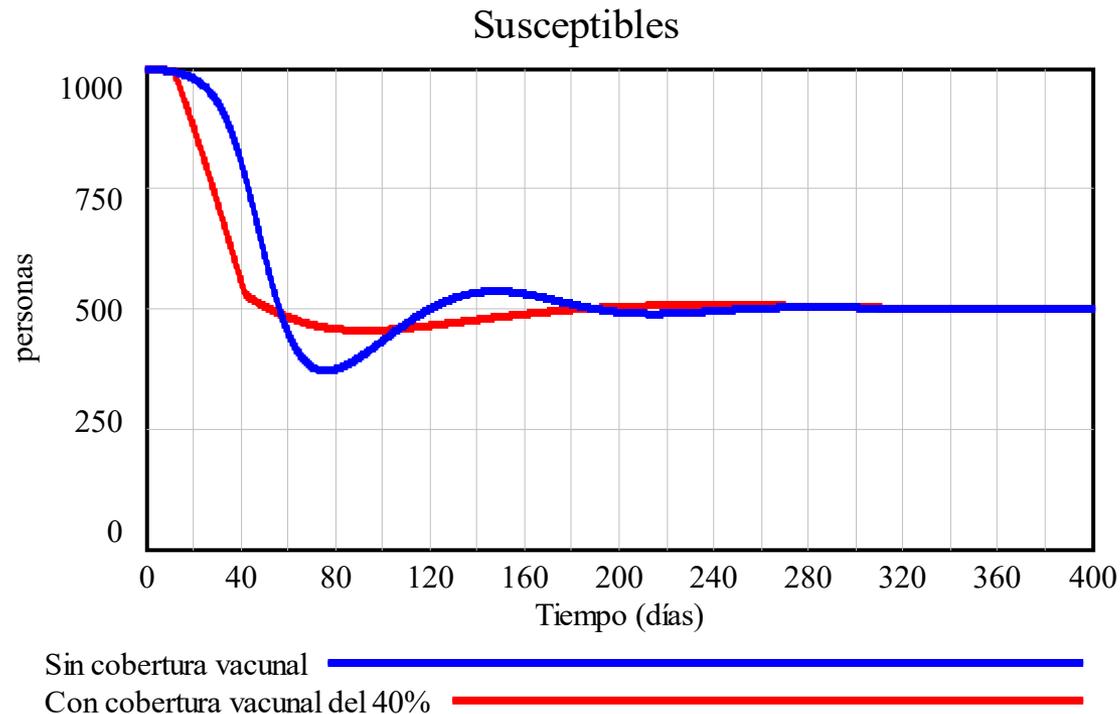


Vacunas diarias : ET\_SIRV

Vacunaciones : ET\_SIRV

# La vacunación en ET

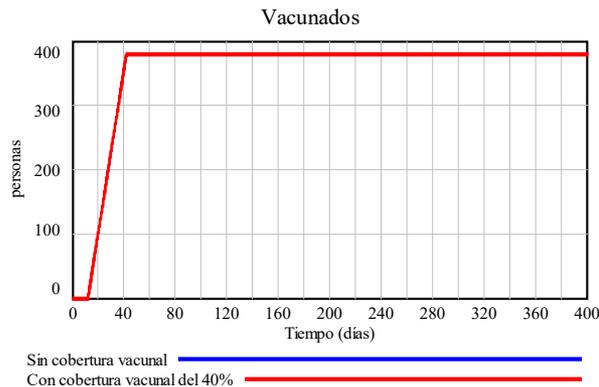
- Ejemplo en el escenario básico IT.



La vacunación no afecta a  $R_0$ , luego la enfermedad evoluciona a la misma situación endémica en la población de susceptibles.

# La vacunación en ET

- Ejemplo en el escenario básico IT.



Como la vacunación desvía una gran parte de la población susceptible al estado Vacunados, el resto de población, a repartir entre Sintomáticos y Recuperados, es mucho menor que antes. Este efecto se aprecia muy bien en la nueva situación endémica de estos dos grupos de población.

