

# **El controlador PID**

**Fernando Morilla García**

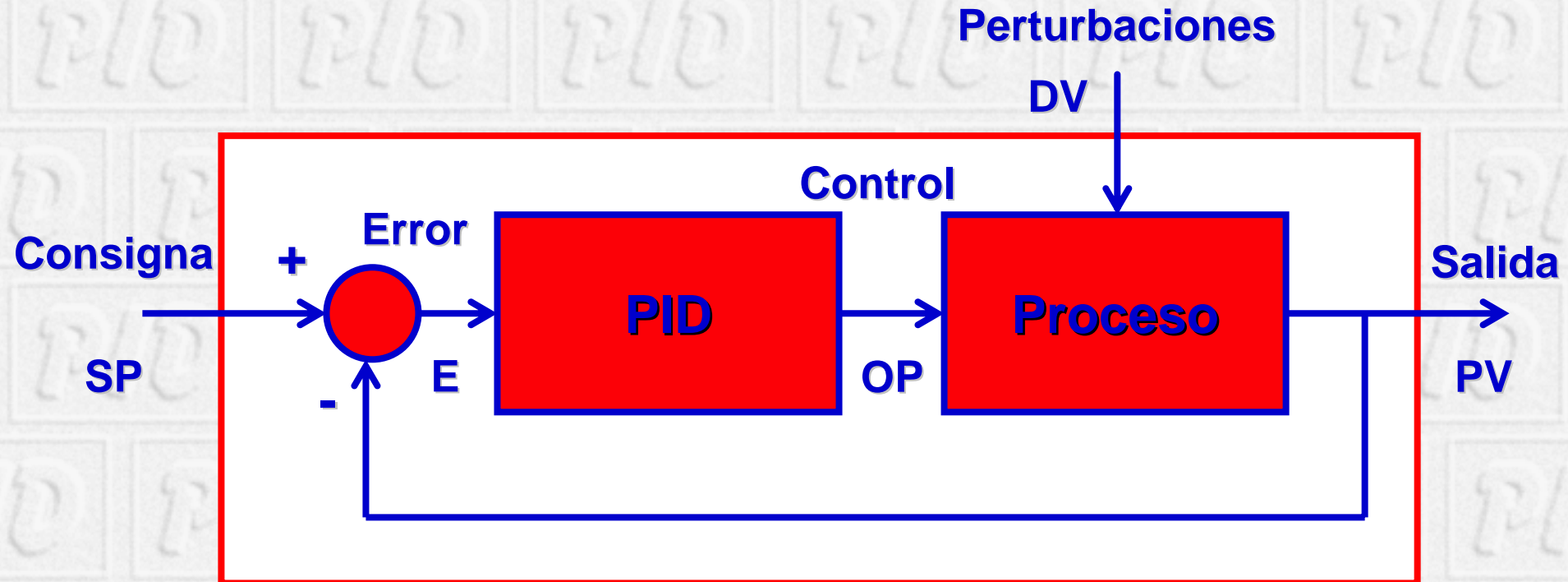
**Dpto. de Informática y Automática**

**ETSI de Informática, UNED**

**Sevilla 27 de noviembre de 2007**

# 1 Introducción (1/3)

## Esquema básico de control PID



# 1 Introducción (2/3)

---

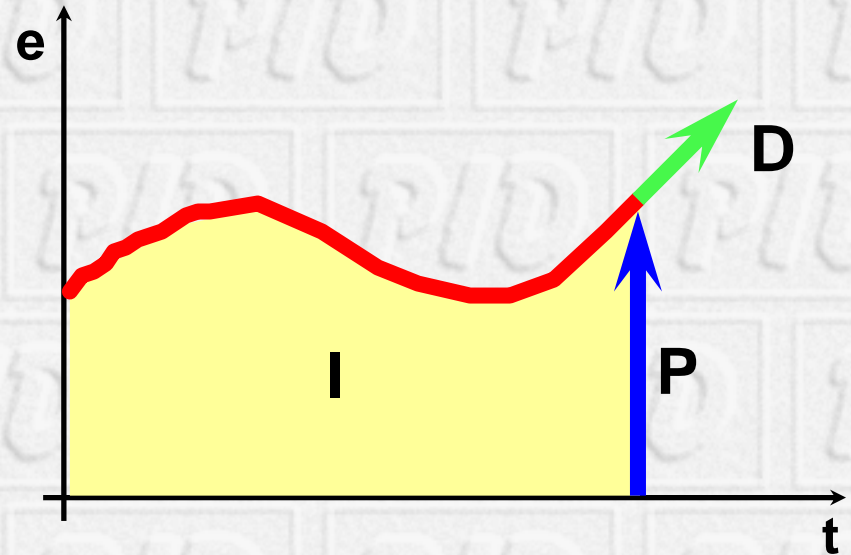
- ◆ **Es la extensión natural del controlador on-off**
- ◆ **Es suficiente para muchos problemas de control**
- ◆ **Más del 95% de los lazos de control utilizan el PID**
- ◆ **Ha sobrevivido a los cambios tecnológicos**
  - Aparición del microprocesador
  - Autosintonía
  - Planificación de ganancia
- ◆ **Tiene algunas funciones importantes**
  - Utiliza la realimentación para rechazar las perturbaciones
  - Elimina el error estacionario con la acción integral
  - Puede anticipar el futuro con la acción derivativa
- ◆ **No es trivial ajustarlo para conseguir los mayores beneficios sobre el proceso**
  - Tres parámetros de control



# 1 Introducción (3/3)

El control PID combina las tres acciones:

- Proporcional (P)
- Integral (I)
- Derivativa (D)



Controlador PID continuo

$$u(t) = \underbrace{K_p e(t)}_P + \underbrace{\frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt}_I + \underbrace{K_p T_d \frac{de(t)}{dt}}_D$$

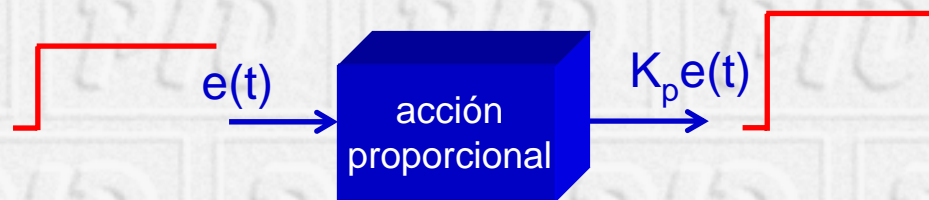
## 2 Parámetros de control (1/3)

### Ganancia proporcional ( $K_p$ )

- ◆ Es la constante de proporcionalidad en la acción de control proporcional .

$K_p$  pequeña  $\Rightarrow$  acción proporcional pequeña

$K_p$  grande  $\Rightarrow$  acción proporcional grande



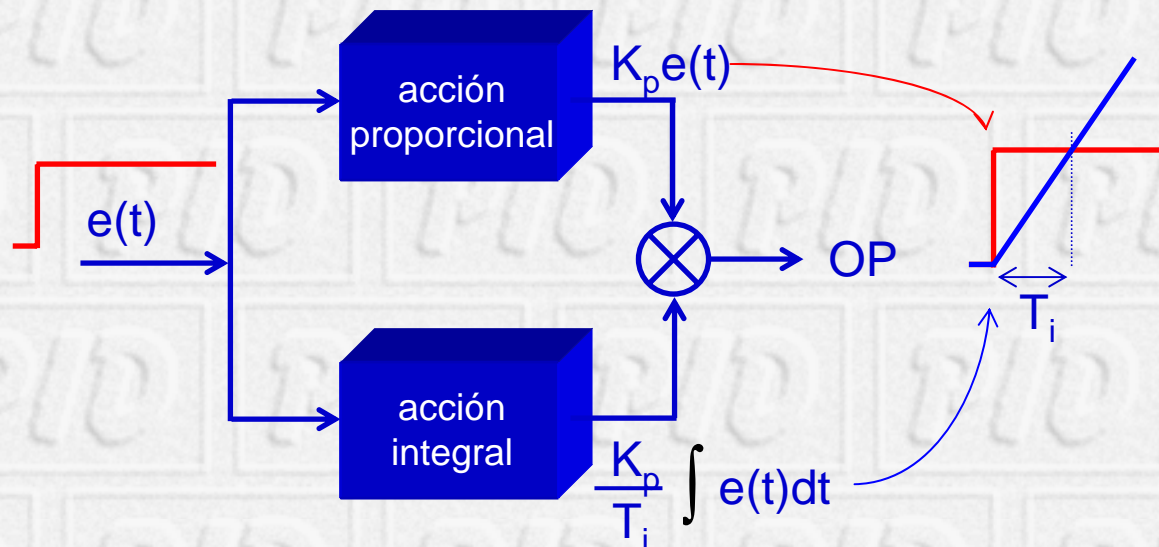
## 2 Parámetros de control (2/3)

Constante de tiempo integral ( $T_i$ )

- ◆ El tiempo requerido para que la acción integral contribuya a la salida del controlador en una cantidad igual a la acción proporcional.

$T_i$  pequeño  $\Rightarrow$  acción integral grande

$T_i$  grande  $\Rightarrow$  acción integral pequeña





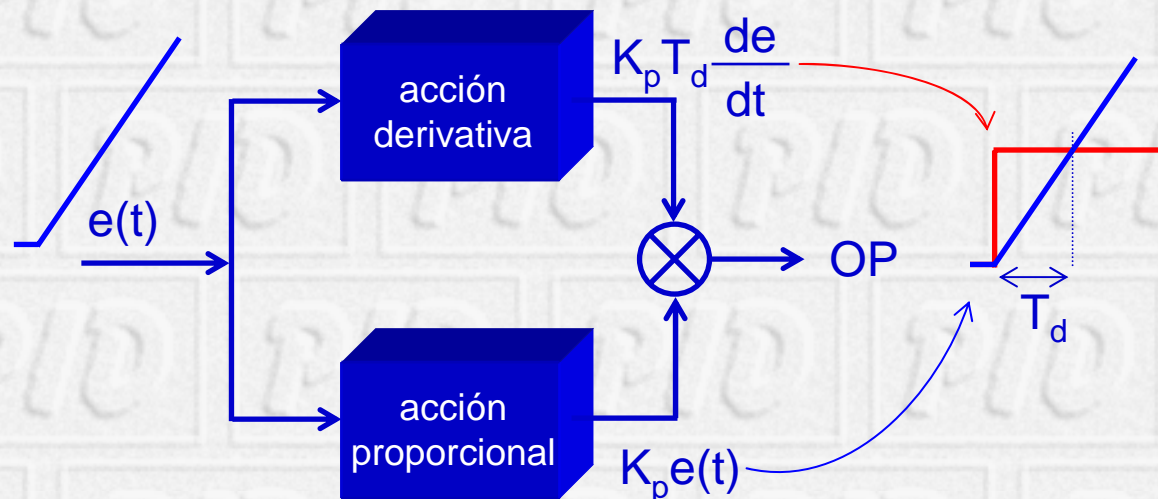
## 2 Parámetros de control (3/3)

Constante de tiempo derivativa ( $T_d$ )

- ◆ El tiempo requerido para que la acción proporcional contribuya a la salida del controlador en una cantidad igual a la acción derivativa.

$T_d$  pequeño  $\Rightarrow$  acción derivativa pequeña

$T_d$  grande  $\Rightarrow$  acción derivativa grande

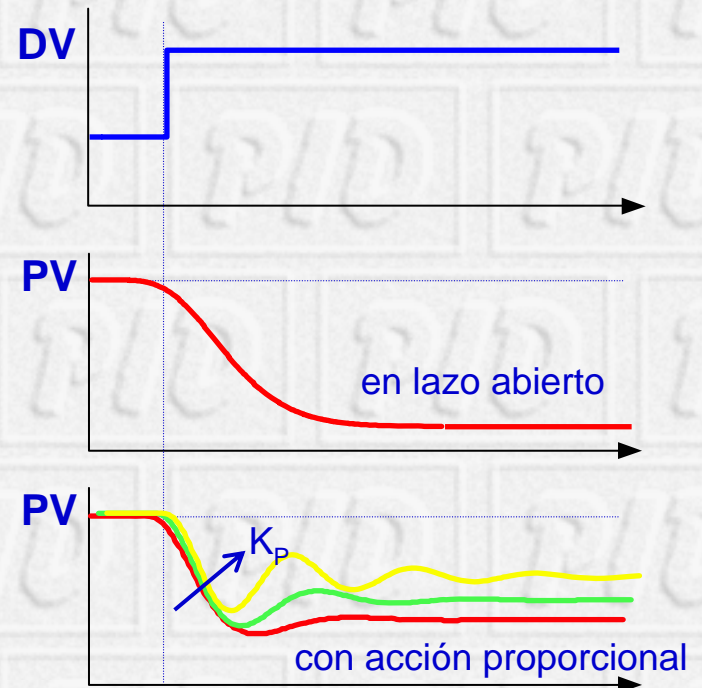
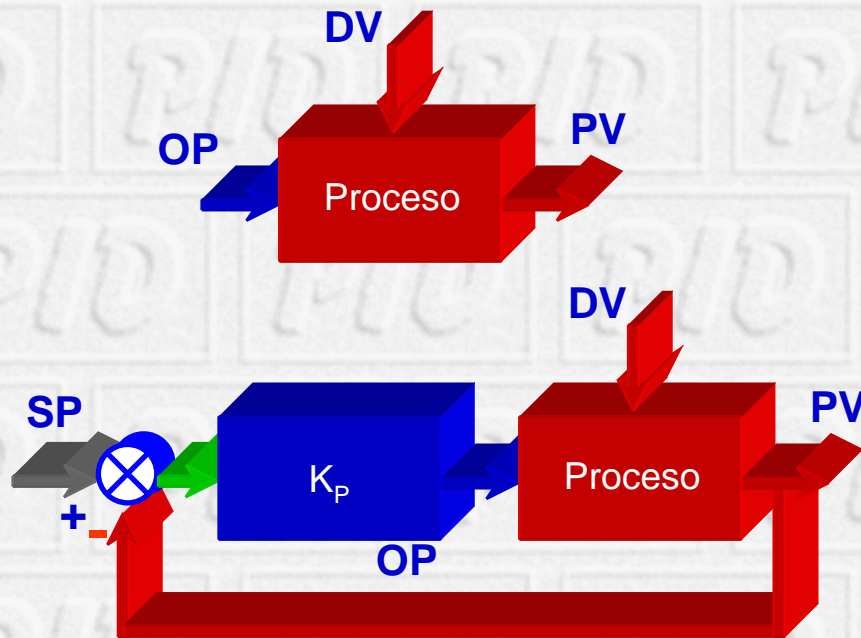


# 3 Acciones de control (1/4)

## Acción proporcional

- ◆ Produce una señal de control proporcional a la señal de error.

**Características:** Simple  
Fácil de sintonizar (un solo parámetro)  
Puede reducir, pero no eliminar, el error en estado estacionario





# 3 Acciones de control (2/4)

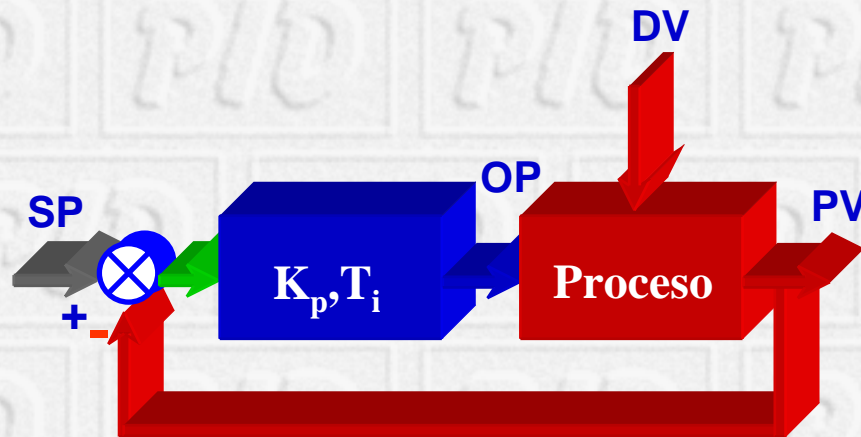
## Acción integral

- ◆ Proporciona una corrección para compensar las perturbaciones y mantener la variable controlada en el punto de consigna.

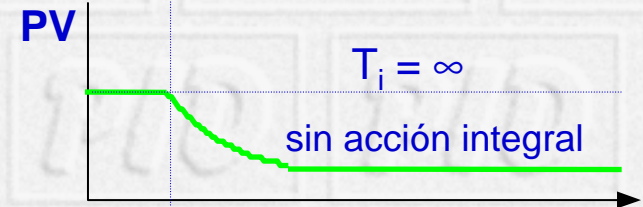
Características: Elimina errores estacionarios

Más del 90% de los lazos de control utilizan PI

Puede inestabilizar al sistema si  $T_i$  disminuye mucho



Control PI



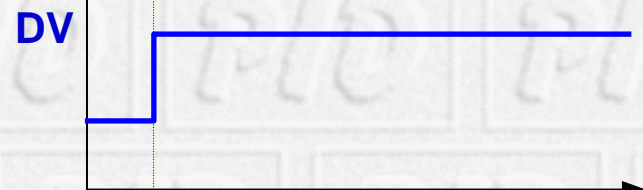
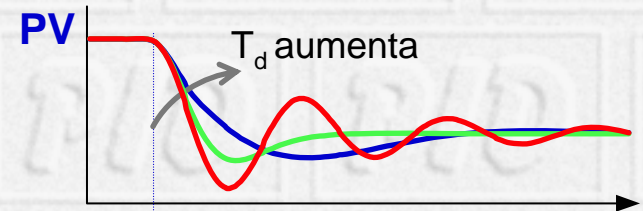
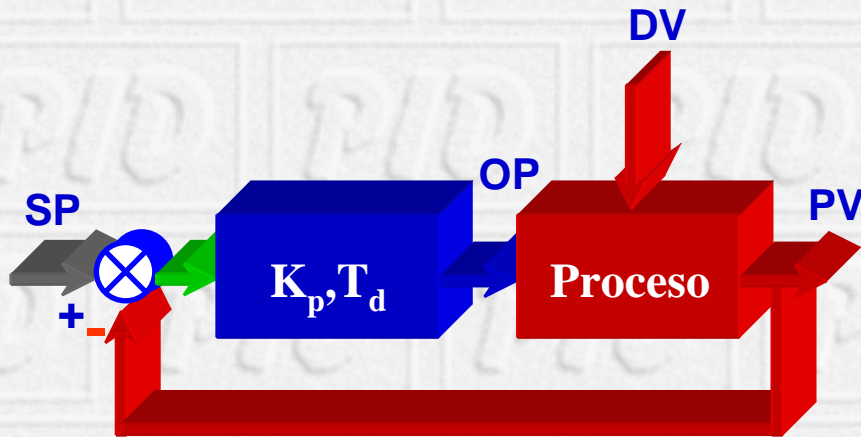
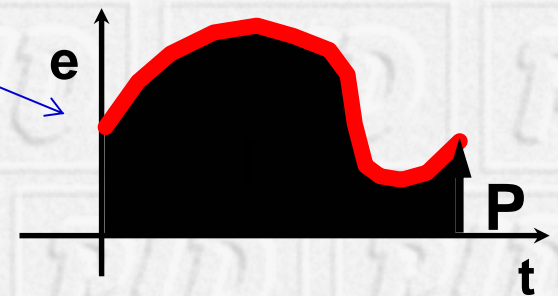
# 3 Acciones de control (3/4)

## Acción derivativa

- ◆ Anticipa el efecto de la acción proporcional para estabilizar más rápidamente la variable controlada después de cualquier perturbación.



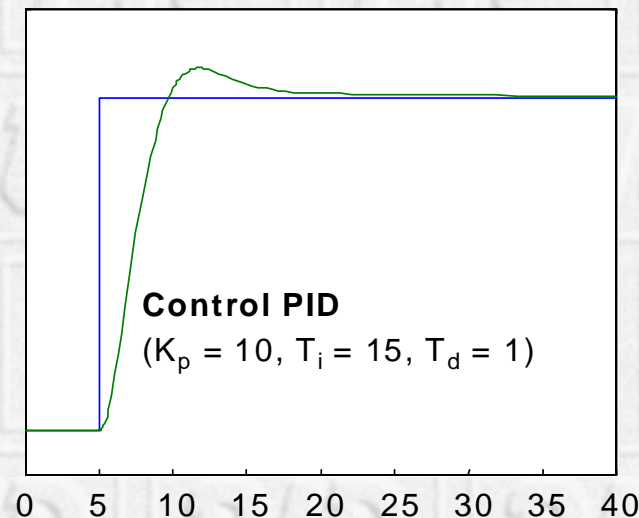
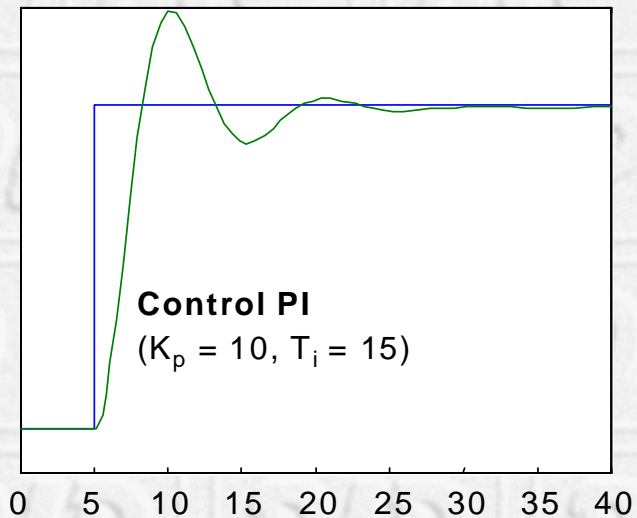
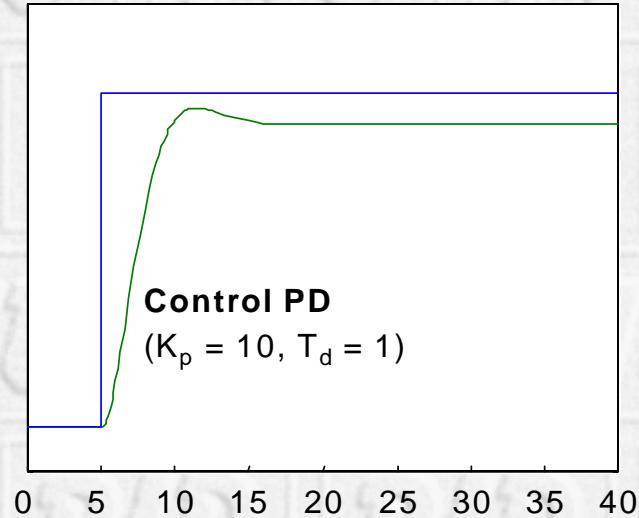
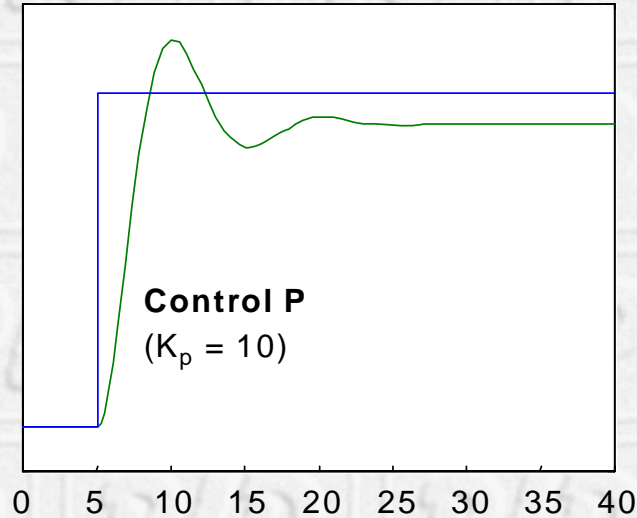
Mismo valor de las acciones P e I pero diferente valor de la derivada del error



Control PD

# 3 Acciones de control (4/4)

Comparación de las acciones de control cuando se ha producido un cambio brusco en la referencia





# 4 Reglas heurísticas de ajuste

---

## ◆ Paso 1. Acción Proporcional

- Tiempo integral (TI), a su máximo valor
- Tiempo derivativo (TD), a su mínimo valor
- Empezando con ganancia baja se va aumentando hasta obtener las características de respuesta deseadas

## ◆ Paso 2. Acción integral

- Reducir el TI hasta anular el error en estado estacionario, aunque la oscilación sea excesiva
- Disminuir ligeramente la ganancia
- Repetir hasta obtener las características de respuesta deseadas

## ◆ Paso 3. Acción Derivativa

- Mantener ganancia y tiempo integral obtenidos anteriormente
- Aumentar el TD hasta obtener características similares pero con la respuesta más rápida
- Aumentar ligeramente la ganancia si fuera necesario

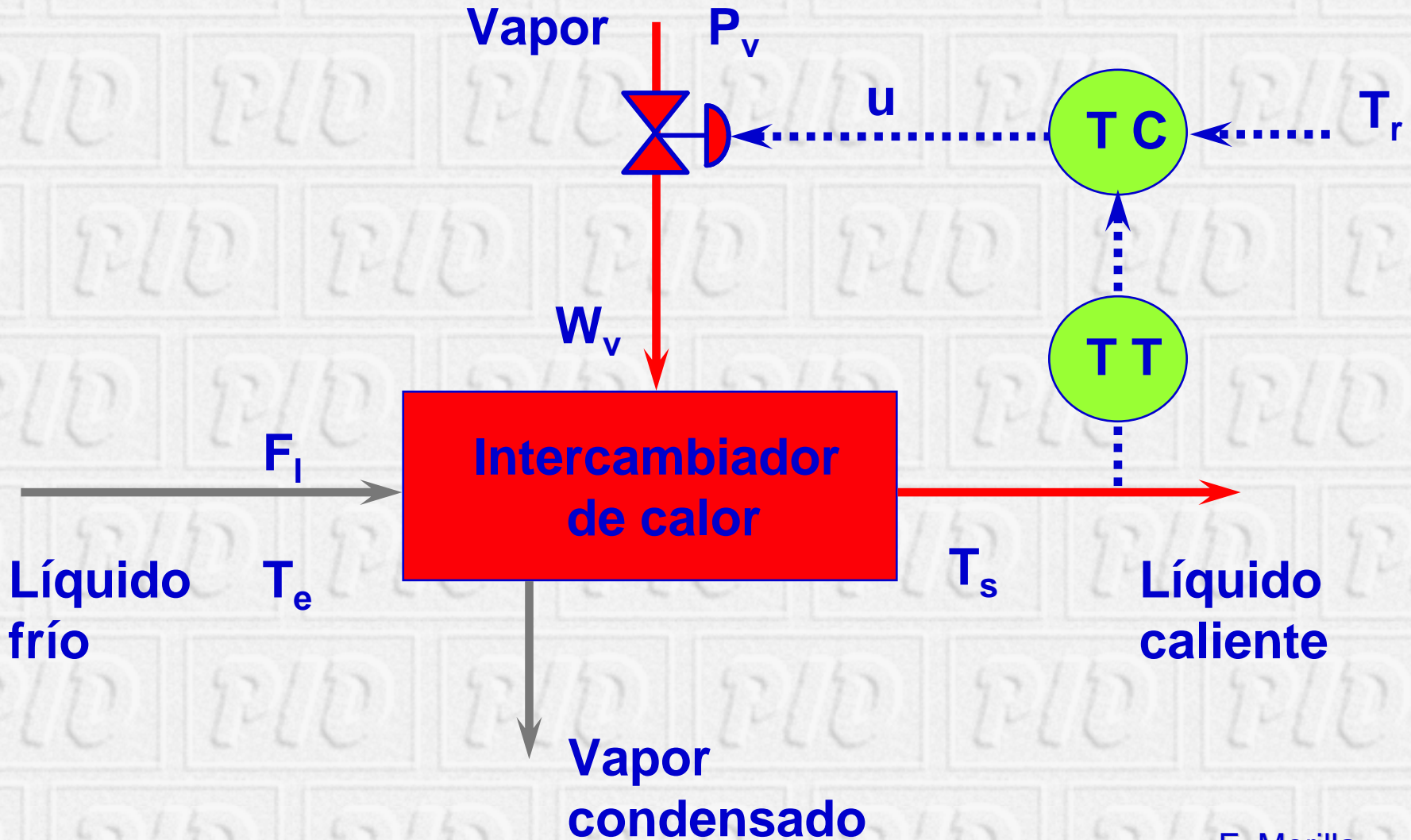
# 5 Selección del controlador

---

- ◆ Lazos de caudal o de presión (dinámicas rápidas, sin retardos y perturbaciones de alta frecuencia): PI
- ◆ Lazos de nivel (combinación de varias dinámicas, sin retardo y perturbaciones de media frecuencia): PI o PID
- ◆ Lazos de temperatura (dinámicas lentas, con o sin retardo y perturbaciones de baja frecuencia) : PI o PID
- ◆ Lazos de composición (predomina el retardo debido al analizador): PI, aunque se aconsejan otros tipos de controladores (predictor de Smith)
- ◆ Procesos integradores (procesos térmicos o ciertos lazos de nivel): PD o PID
- ◆ Control en cascada: PI o PID en el lazo primario, P o PD en el secundario

# Ejemplo (1/2)

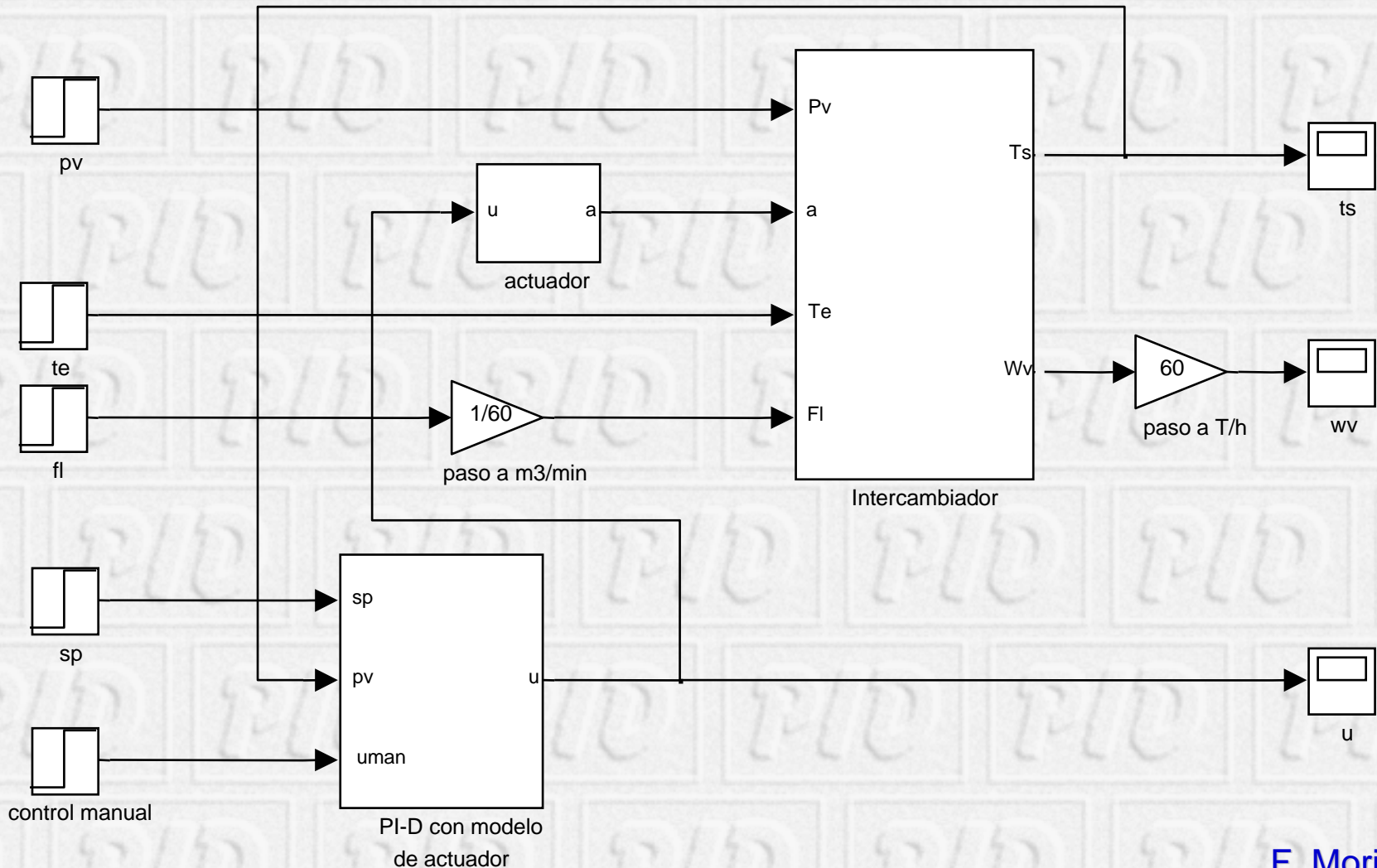
Control de temperatura en un intercambiador de calor (Cap. 7)





# Ejemplo (2/2)

## Simulación en SIMULINK del control de temperatura en un intercambiador de calor



# PIDBasics (1/2)

---

- ◆ **El primer módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project**

- J.L. Guzmán (U. Almería), S. Dormido (UNED), K.J. Aström (Lund Institute, Sweden) y T. Hägglund

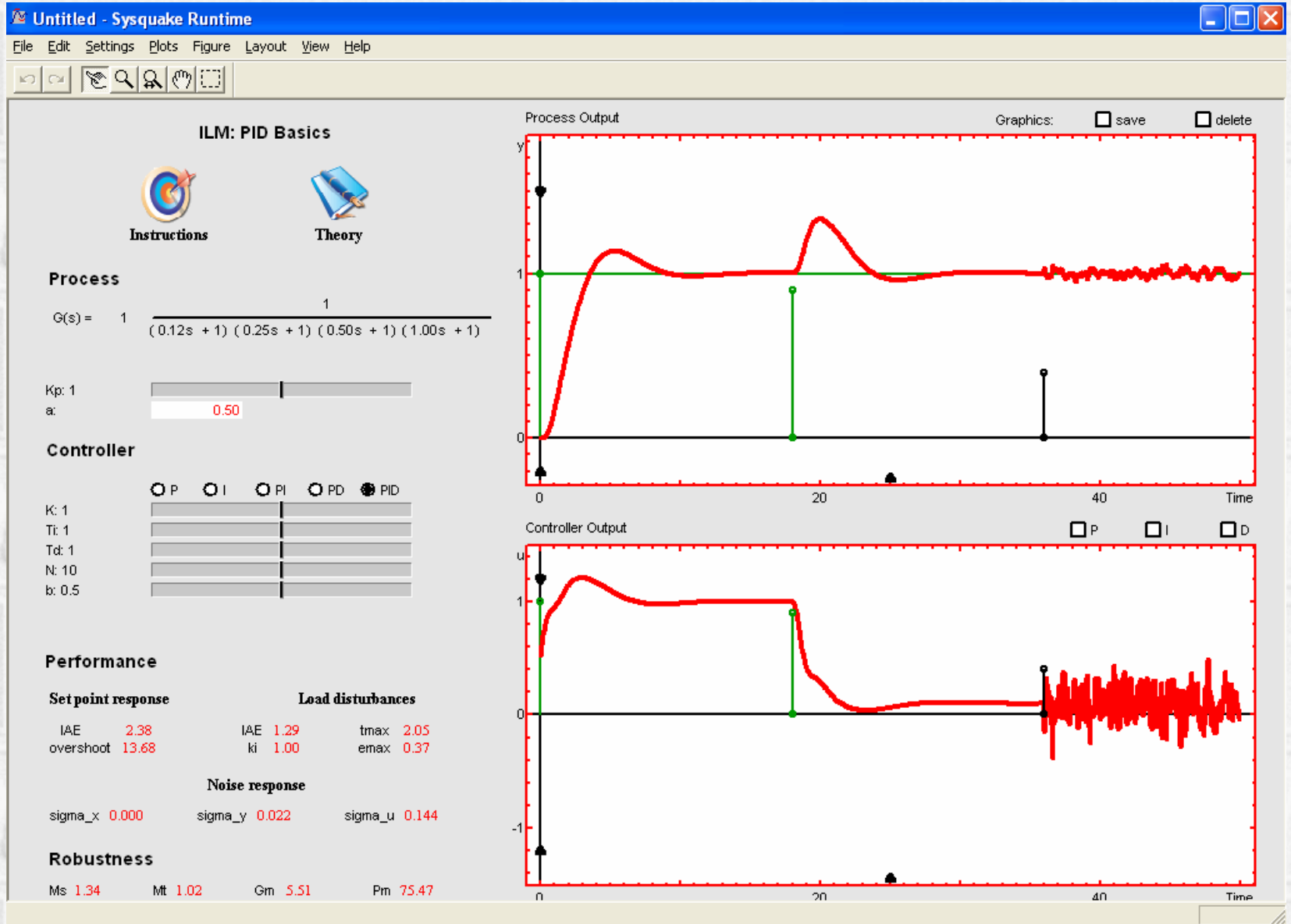
- ◆ **Complemento al libro “Advanced PID Control” de Aström y Hägglund, 2005**

- ◆ **En evaluación (invitación personal de los autores) desde diciembre de 2005**

- ◆ **Manual de usuario y ejecutable disponible en <http://aer.ual.es/ilm/>**

- ◆ **Desarrollado en Sysquake 3 ([www.calerga.com](http://www.calerga.com))**

# PIDBasics (2/2)





# Aspectos prácticos del controlador PID

**Fernando Morilla García**

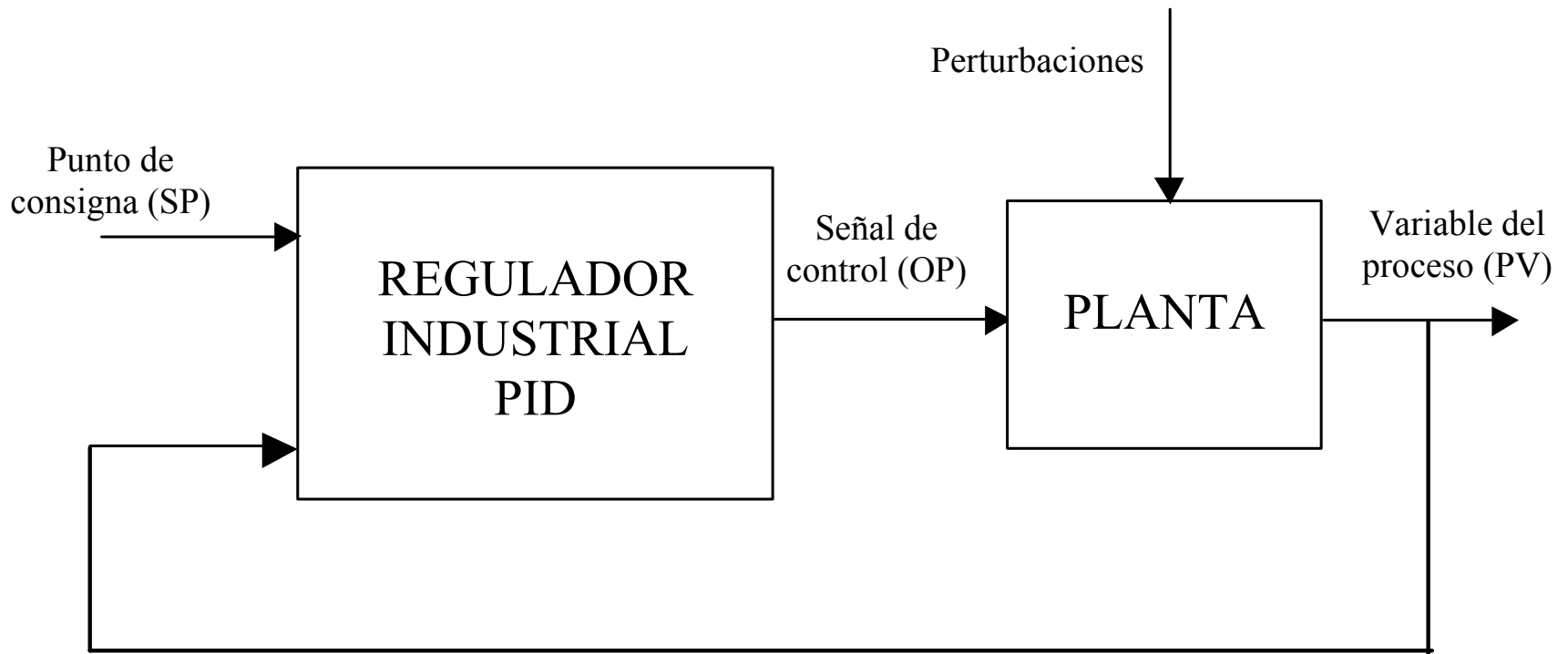
**Dpto. de Informática y Automática**

**ETSI de Informática, UNED**

**Sevilla 27 de noviembre de 2007**

# 1 Introducción (1/3)

## Lazo industrial de control PID



# 1 Introducción (2/3)

## Regulador industrial ECA 600 de SattControl



- Control digital
- Escalados en PV
- Filtrado de la PV
- Limitación en la señal de control
- Modos de funcionamiento



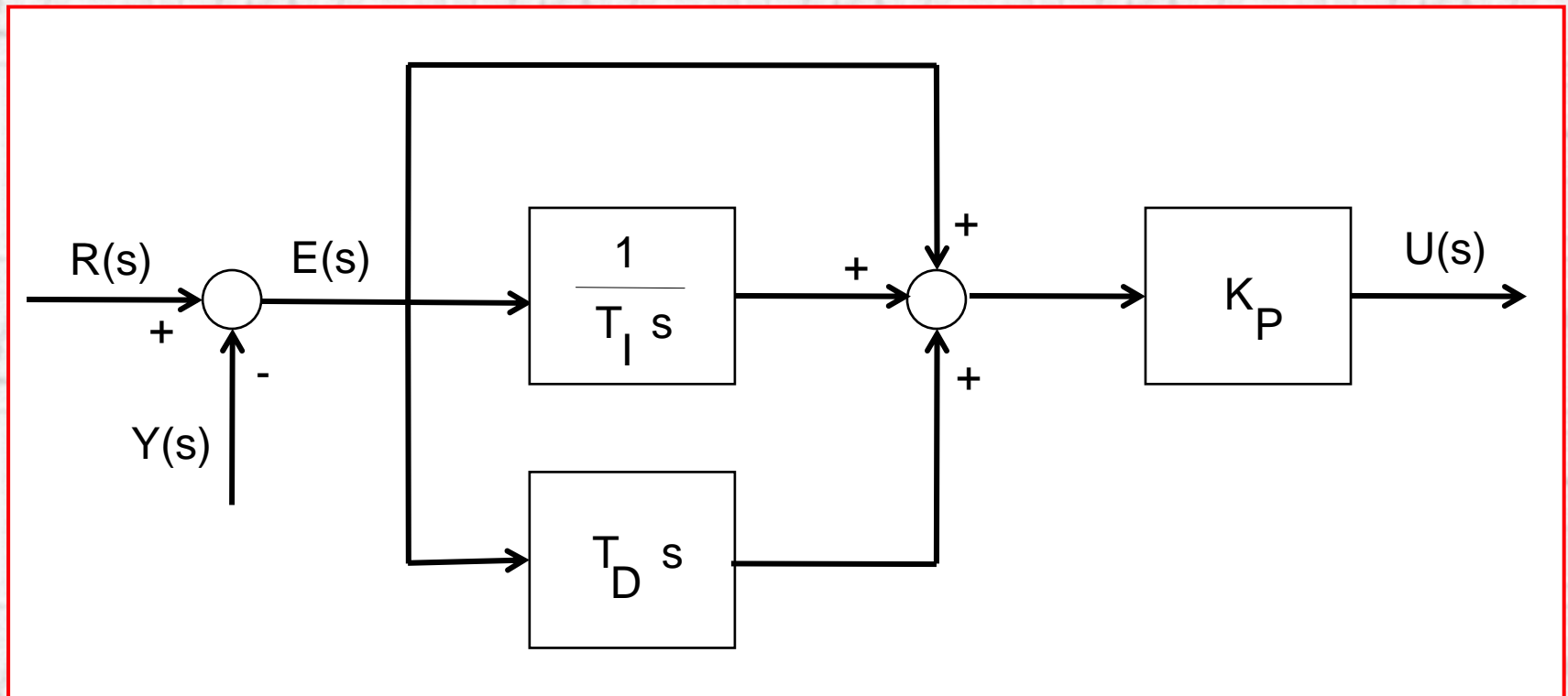
# 1 Introducción (3/3)

## Reguladores industriales UDC 2300 y 3300 de Honeywell



## 2 Algoritmos PID (1/5)

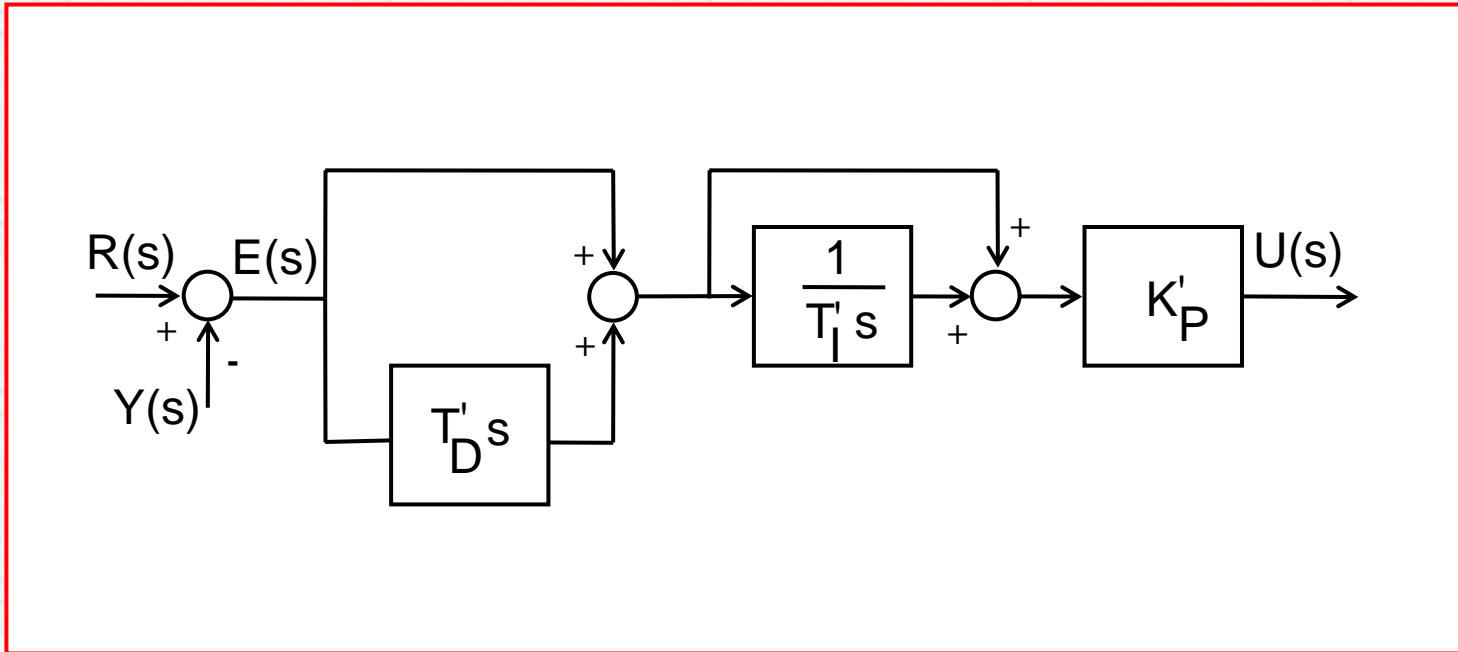
$$U(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) E(s)$$



*Controlador PID no interactivo*

## 2 Algoritmos PID (2/5)

$$U(s) = K'_p \left( 1 + \frac{1}{T'_i s} \right) (1 + T'_d s) E(s)$$

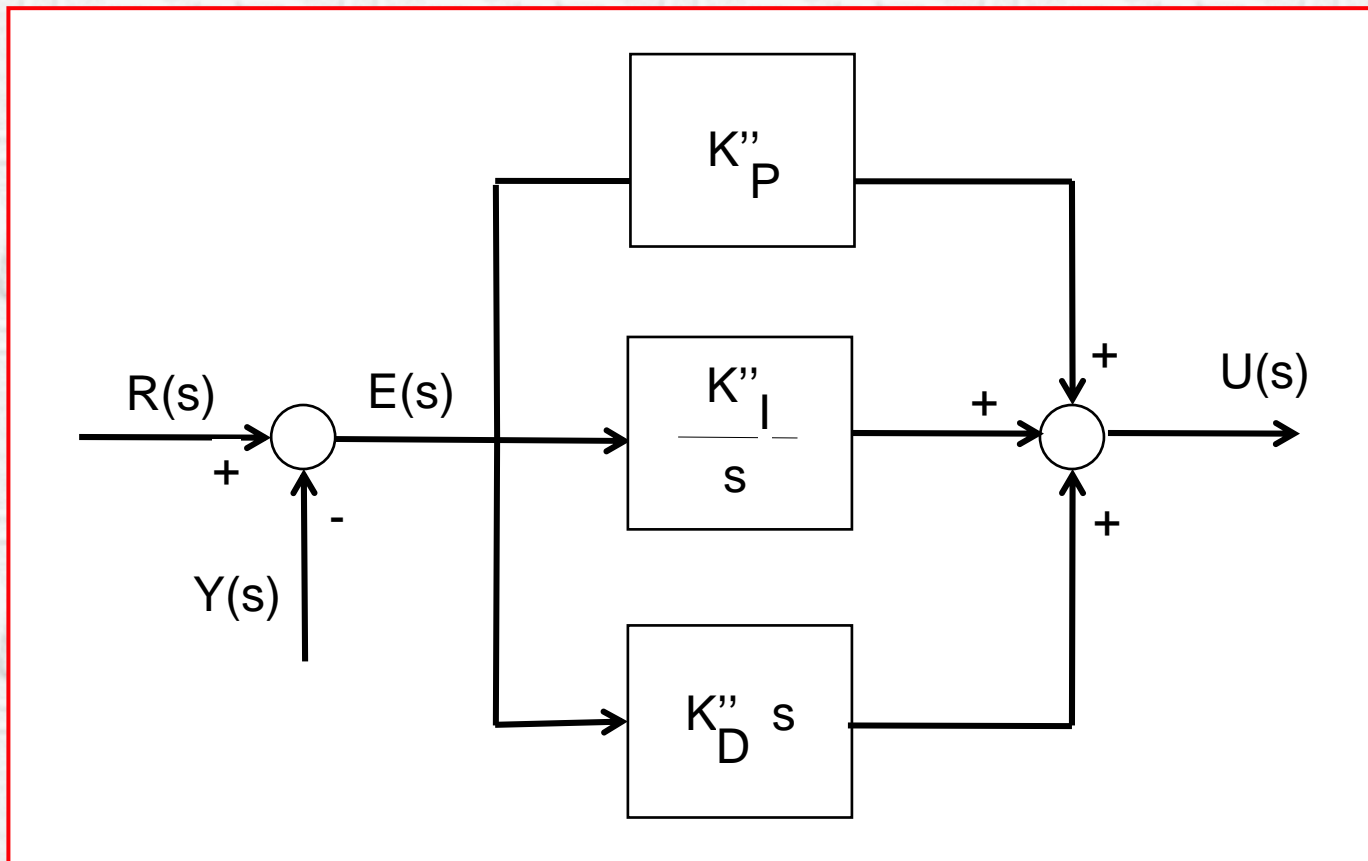


*Controlador PID interactivo*



## 2 Algoritmos PID (3/5)

$$U(s) = \left( K_p'' + \frac{K_i''}{s} + K_d'' s \right) E(s)$$



*Controlador PID paralelo*

## 2 Algoritmos PID (4/5)

$$K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K'_p \left( 1 + \frac{1}{T'_i s} \right) (1 + T'_d s) = \left( K''_p + \frac{K''_i}{s} + K''_d s \right)$$

**Algoritmo  
PID no interactivo**

**Algoritmo  
PID interactivo**

**Algoritmo  
PID paralelo**

**Igualando coeficientes de la misma potencia en “s” se obtienen las fórmulas de conversión entre los parámetros de los distintos algoritmos PID.**

# 2 Algoritmos PID (5/5)

## Parámetros

*No interactivo*

$K_p$	$K_p' \left( 1 + \frac{T_d'}{T_i'} \right)$
$T_i$	$T_i' + T_d'$
$T_d$	$\frac{T_i' T_d'}{T_i' + T_d'}$
$\frac{K_p}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4T_d}{T_i}} \right)$	$K_p'$
$\frac{T_i}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4T_d}{T_i}} \right)$	$T_i'$
$\frac{T_i}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4T_d}{T_i}} \right)$	$T_d'$

*Interactivo*

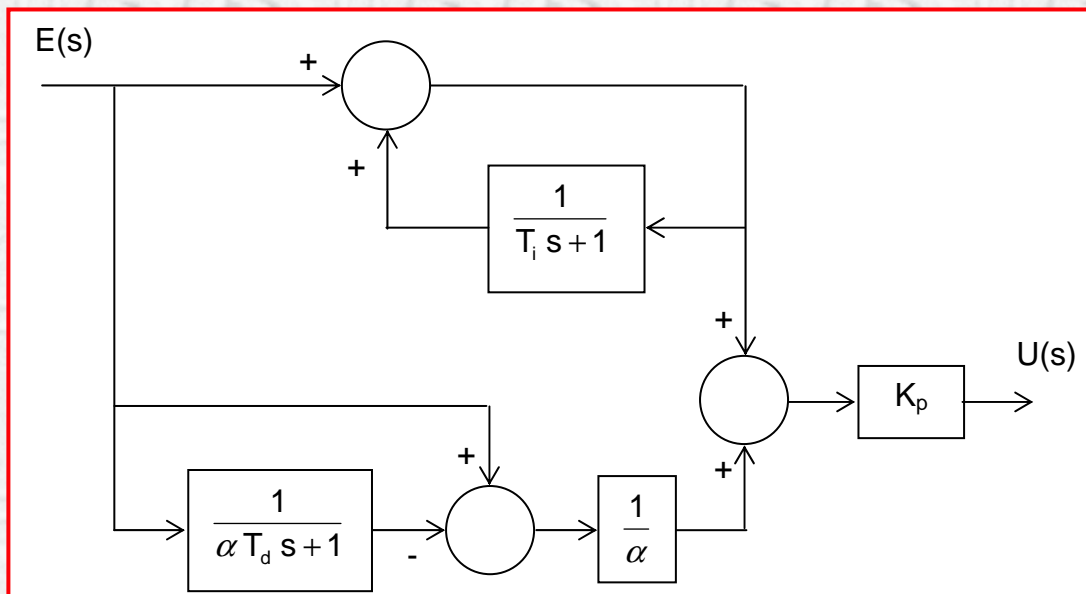


# 3 Filtro en la acción derivativa (1/3)

Las funciones de transferencia anteriores se conocen con el nombre de ideales, presentan ganancias muy elevadas a altas frecuencias. Para atenuarlo, la acción derivativa ideal se filtra por un sistema de 1<sup>er</sup> orden con cte de tiempo  $\alpha T_d$ .

*Controlador PID no interactivo*

$$U(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \alpha T_d s} \right) E(s)$$



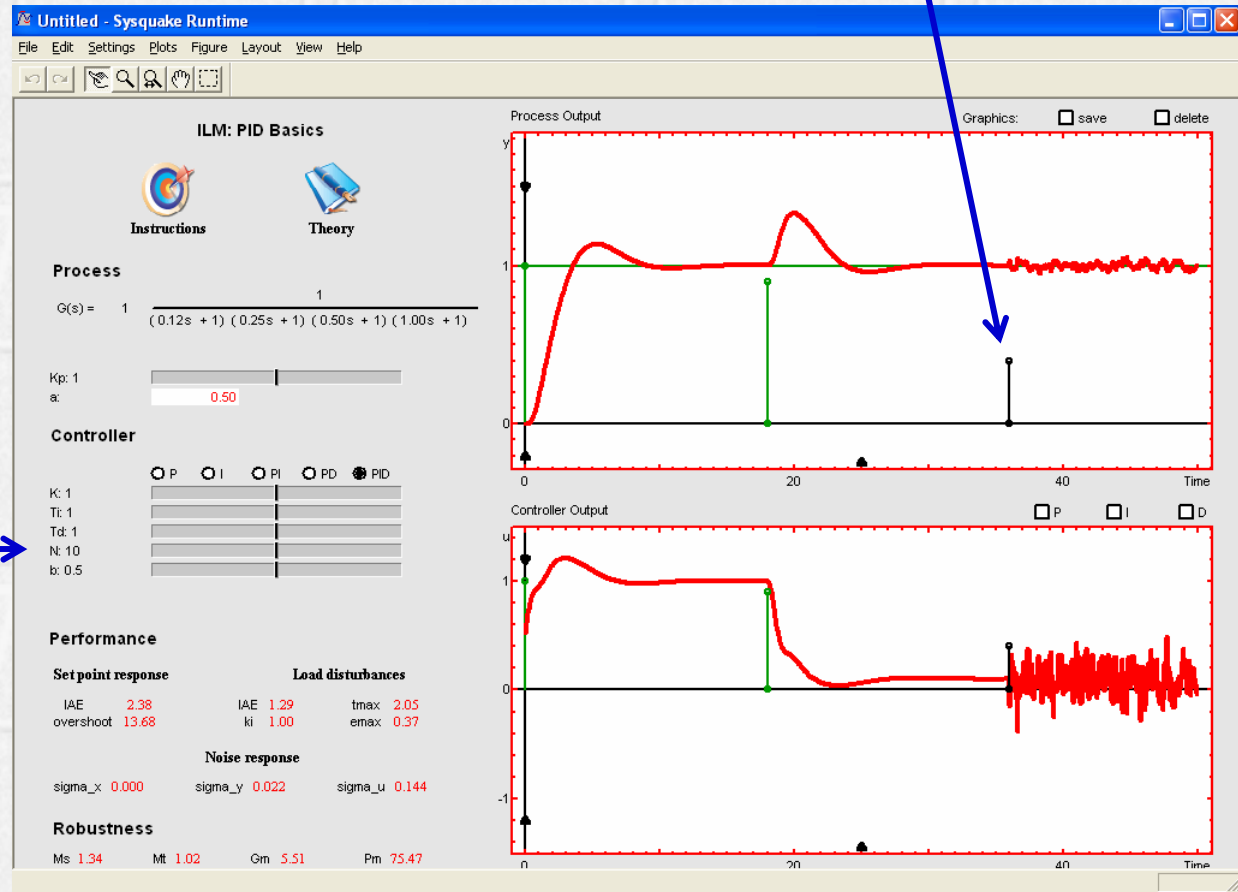
La nueva acción derivativa actuará como verdadera derivada solo a frecuencias bajas y su ganancia a altas frecuencias está limitada a  $K_p/\alpha$ .

# 3 Filtro en la acción derivativa (2/3)

## ◆ Ejemplo con PIDBasics

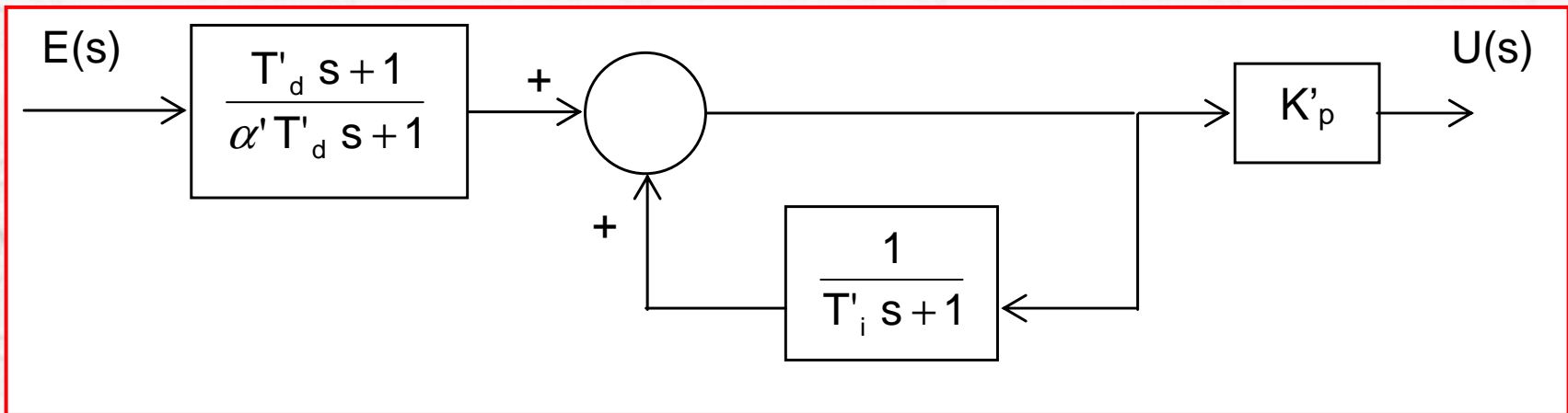
Amplitud del ruido

*N: Inverso del factor ( $\alpha$ ) del filtro derivativo. Valores típicos entre 2 y 20.*



### 3 Filtro en la acción derivativa (2/3)

$$U(s) = K'_p \left( 1 + \frac{1}{T'_i s} \right) \left( \frac{1 + T'_d s}{1 + \alpha T'_d s} \right) E(s)$$

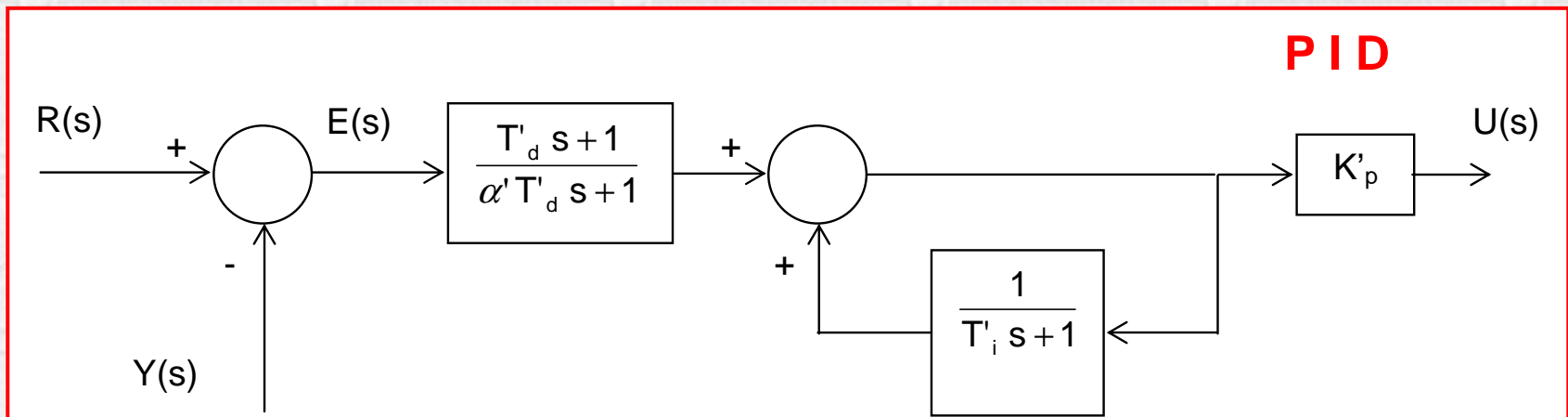


*Controlador PID interactivo*



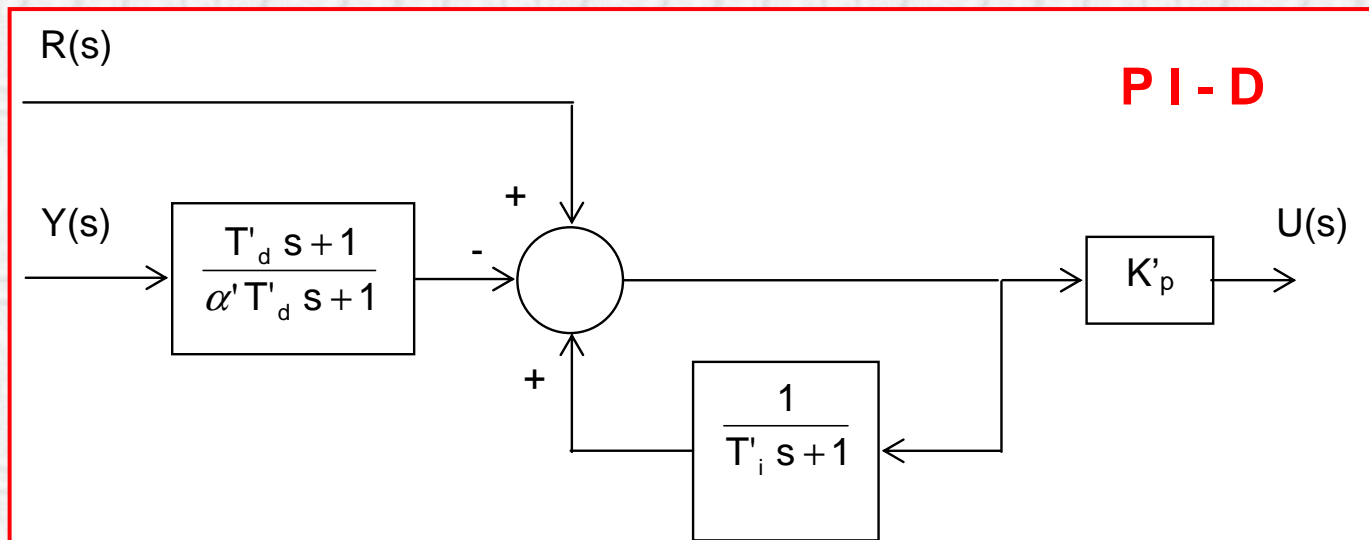
# 4 Estructuras de control (1/4)

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d e(t)}{dt} \right)$$



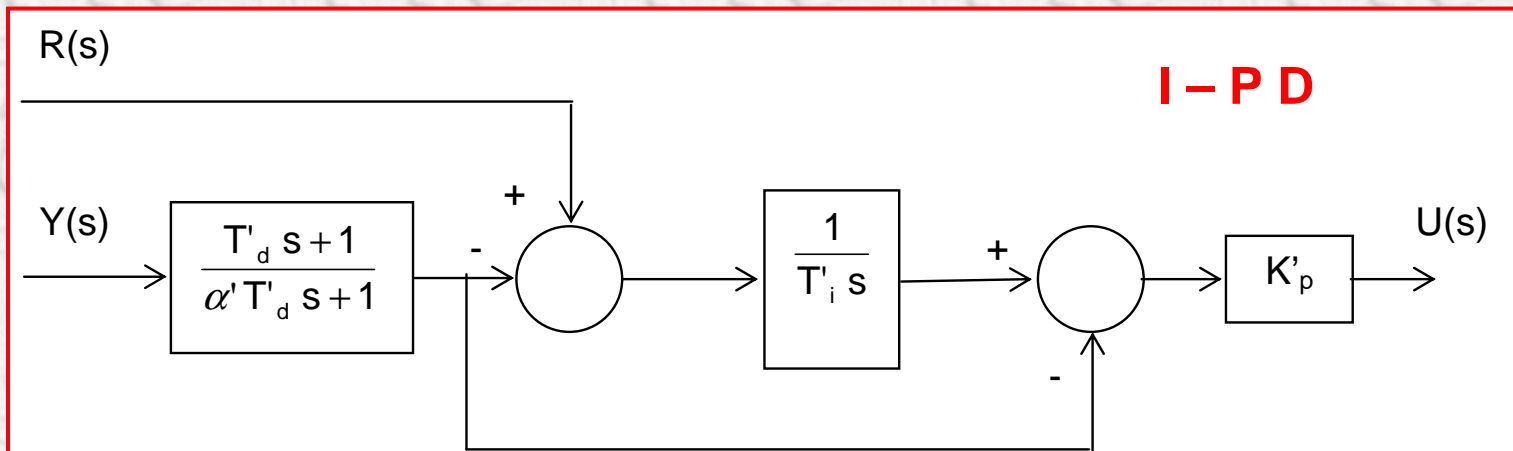
## 4 Estructuras de control (2/4)

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right)$$



## 4 Estructuras de control (3/4)

$$u(t) = K_p \left( -y(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right)$$





# 4 Estructuras de control (4/4)

---

## ◆ Caso más general

$$u(t) = K_p \left( b r(t) - y(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d(c r(t) - y(t))}{dt} \right)$$

**PID (b=1, c=1)**

**PI-D (b=1, c=0)**

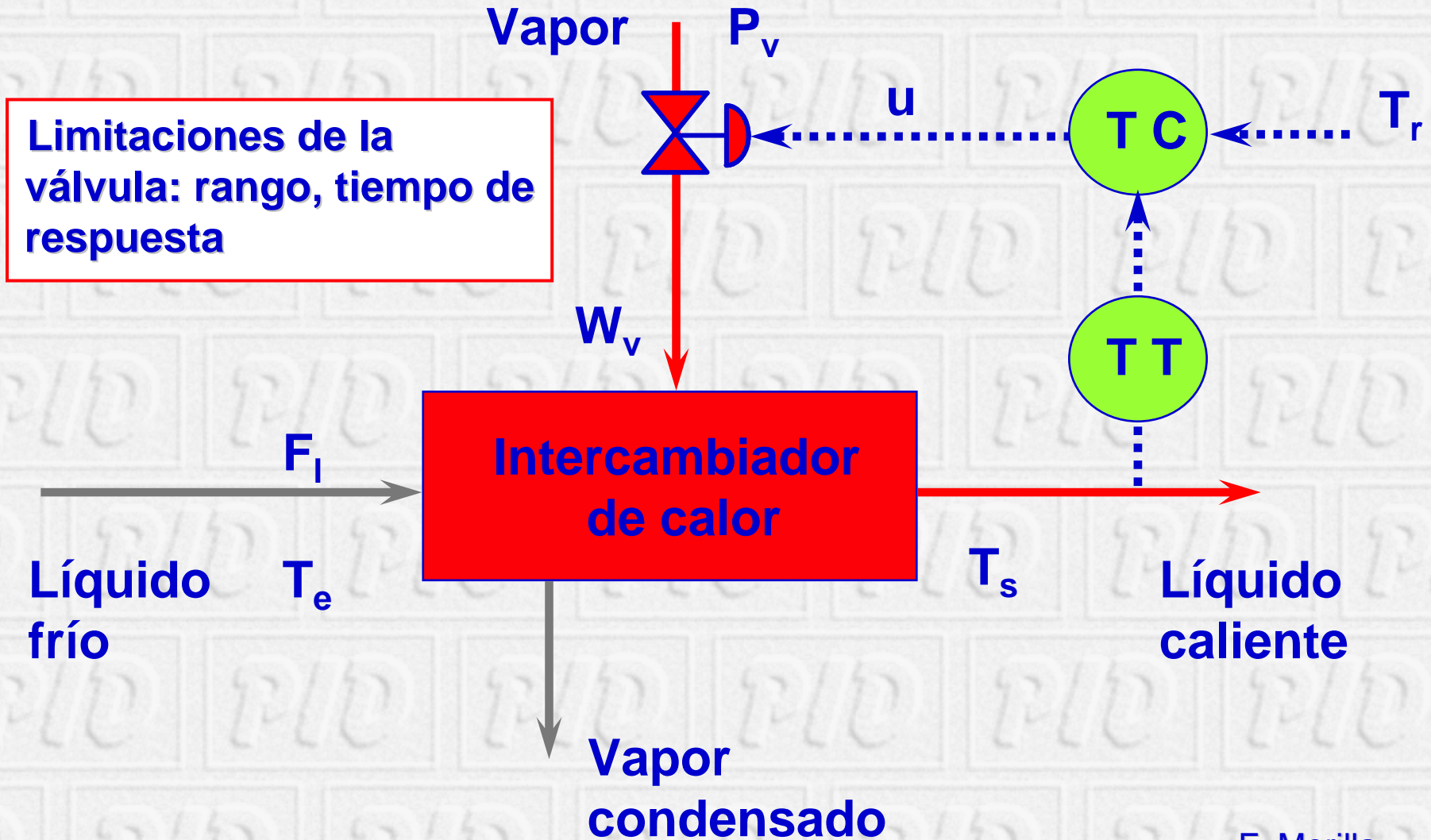
**I-PD (b=0, c=0)**

**El parámetro  $b \in [0, 1]$  está considerado como el 2º grado de libertad del controlador PID.**

**En PIDBasics se pueden probar las estructuras PI-D e I-PD y las situaciones intermedias variando el peso b.**

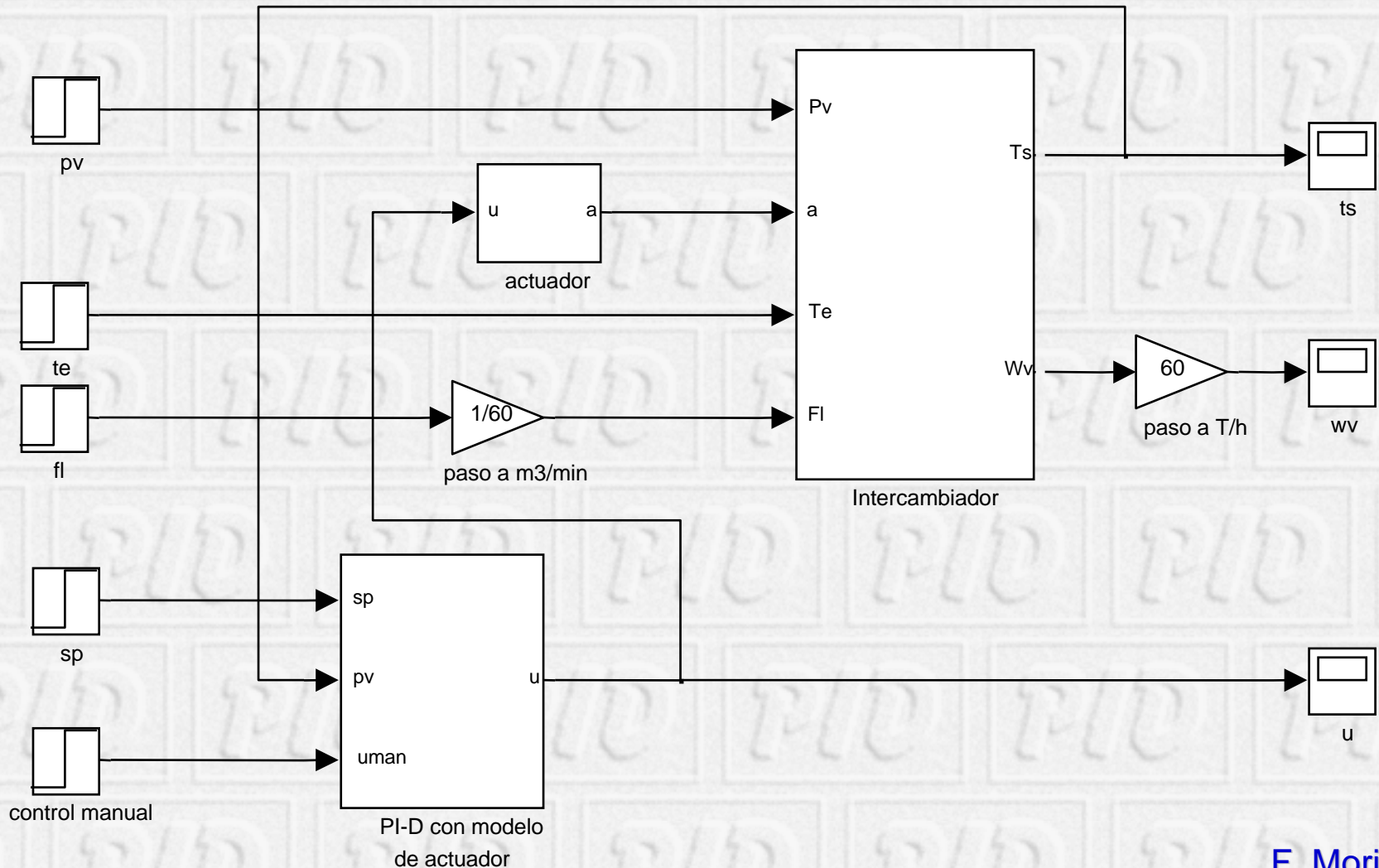
# 5 El problema del windup (1/6)

Control de temperatura en un intercambiador de calor (Cap. 7)



# 5 El problema del windup (2/6)

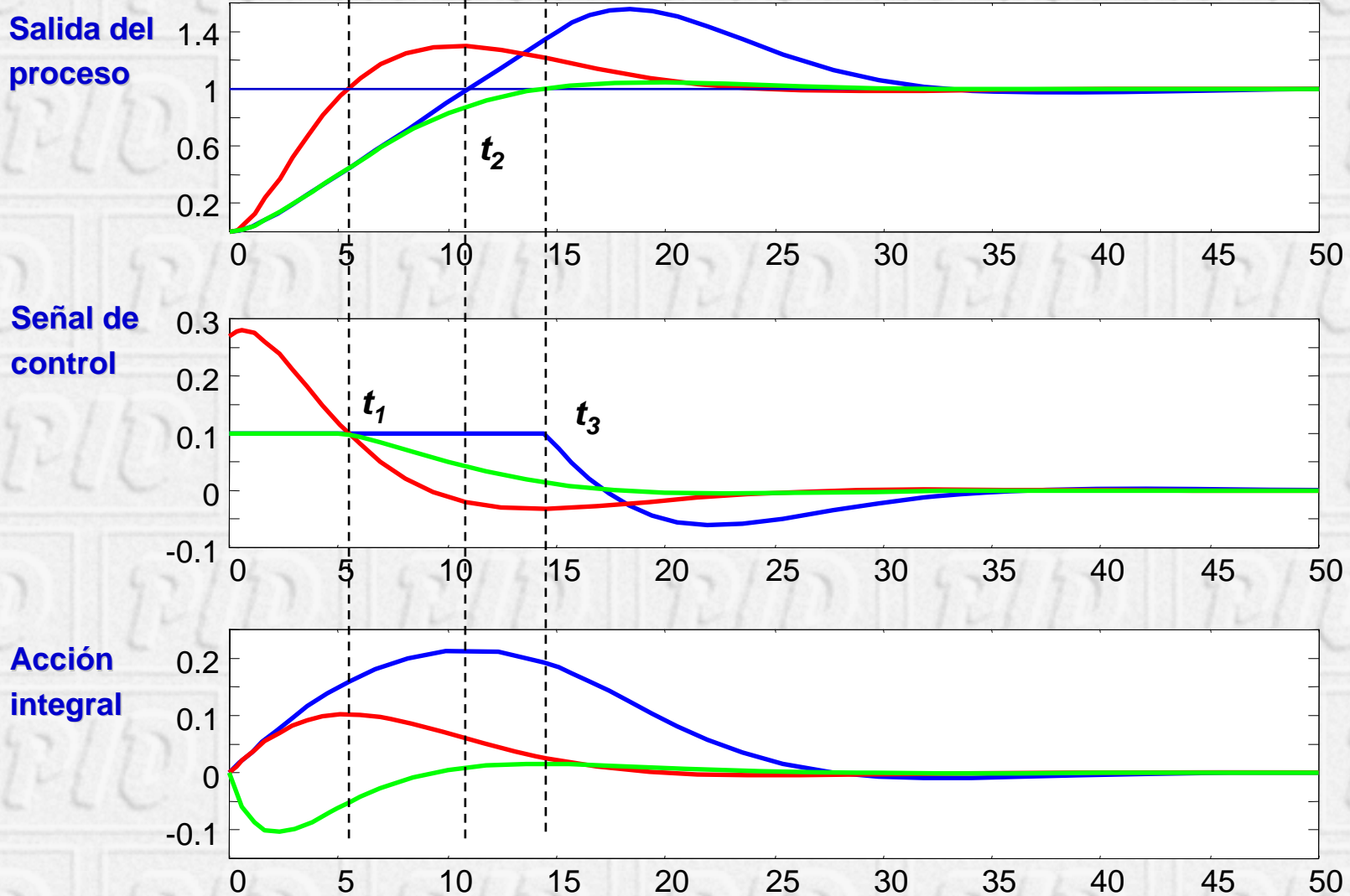
## Simulación para diferentes rangos en la válvula





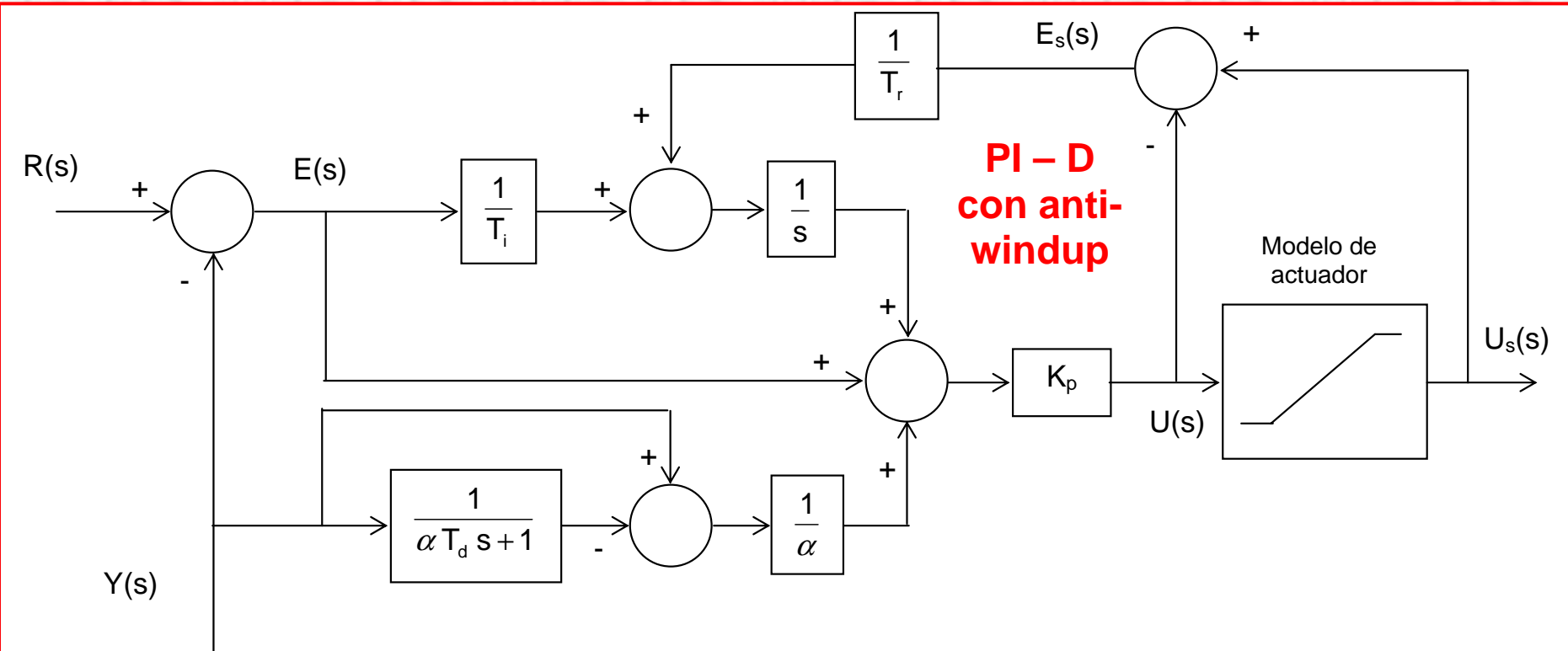
# 5 El problema del windup (3/6)

Situación ideal (-), real con windup (-) y real con antiwindup (-)



# 5 El problema del windup (4/6)

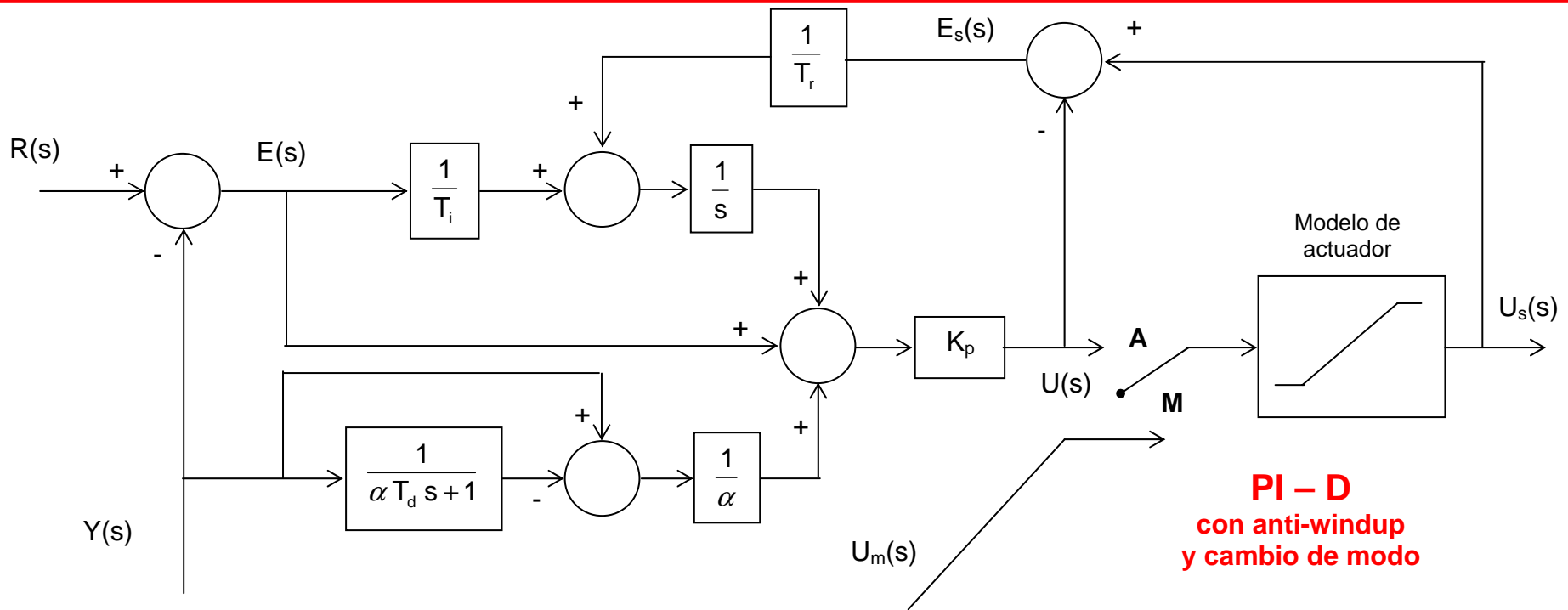
## ◆ Antiwindup por seguimiento integral



Parámetro adicional :  $T_r$  Regla heurística :  $T_r = 0.1 T_i$

# 5 El problema del windup (5/6)

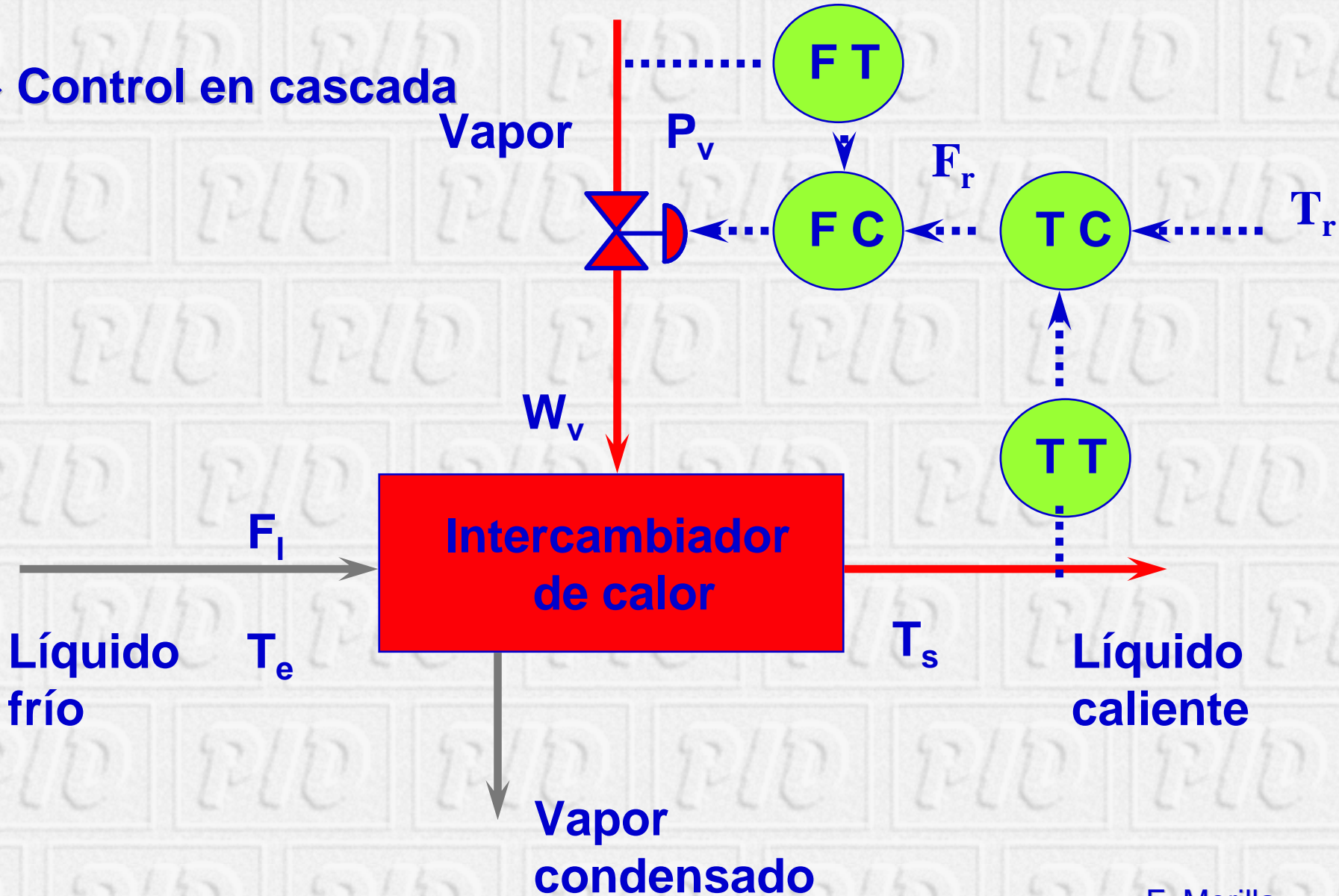
## ◆ Ejemplo de seguimiento en el cambio de modo





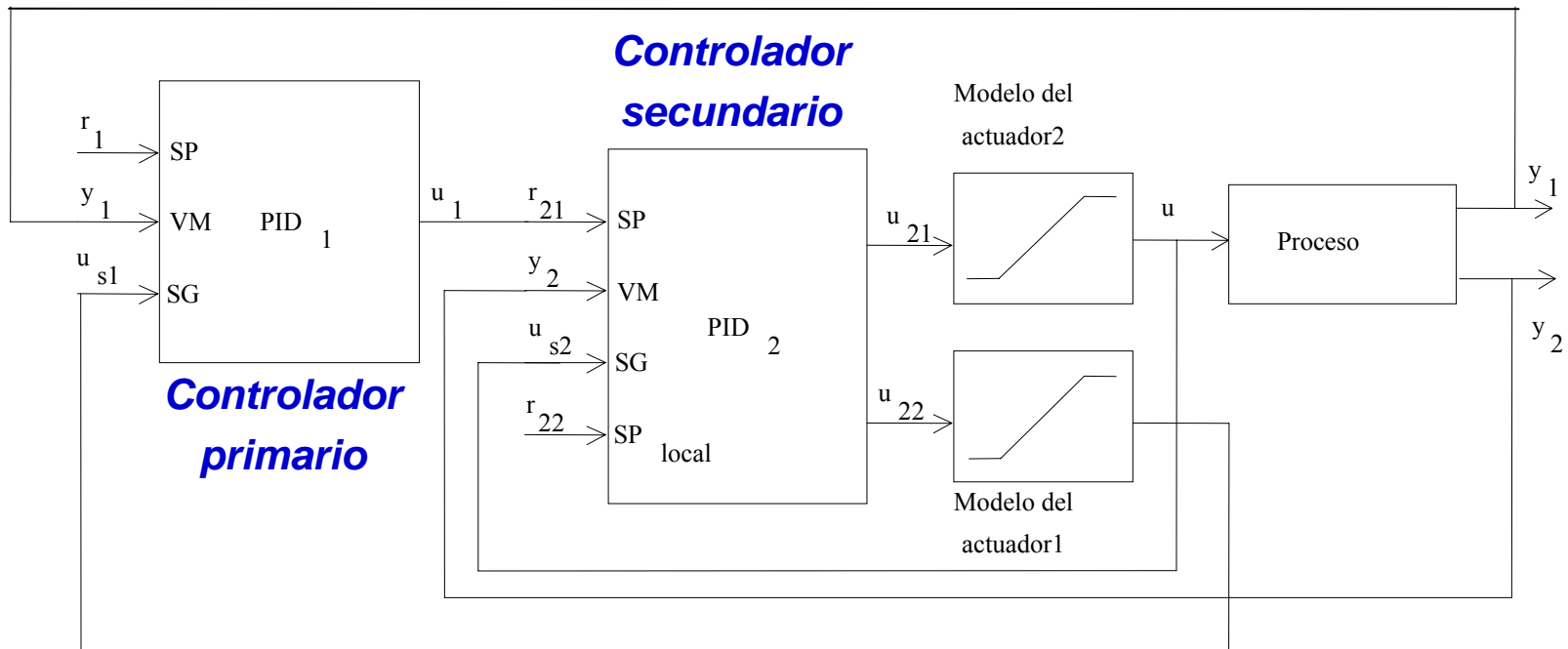
# 5 El problema del windup (6/6)

## ◆ Control en cascada



# 5 El problema del windup (7/6)

## ◆ Ejemplo de seguimientos en el control en cascada



# PIDWindup (1/2)

---

- ◆ **El segundo módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project**

- J.L. Guzmán (U. Almería), S. Dormido (UNED), K.J. Aström (Lund Institute, Sweden) y T. Hägglund

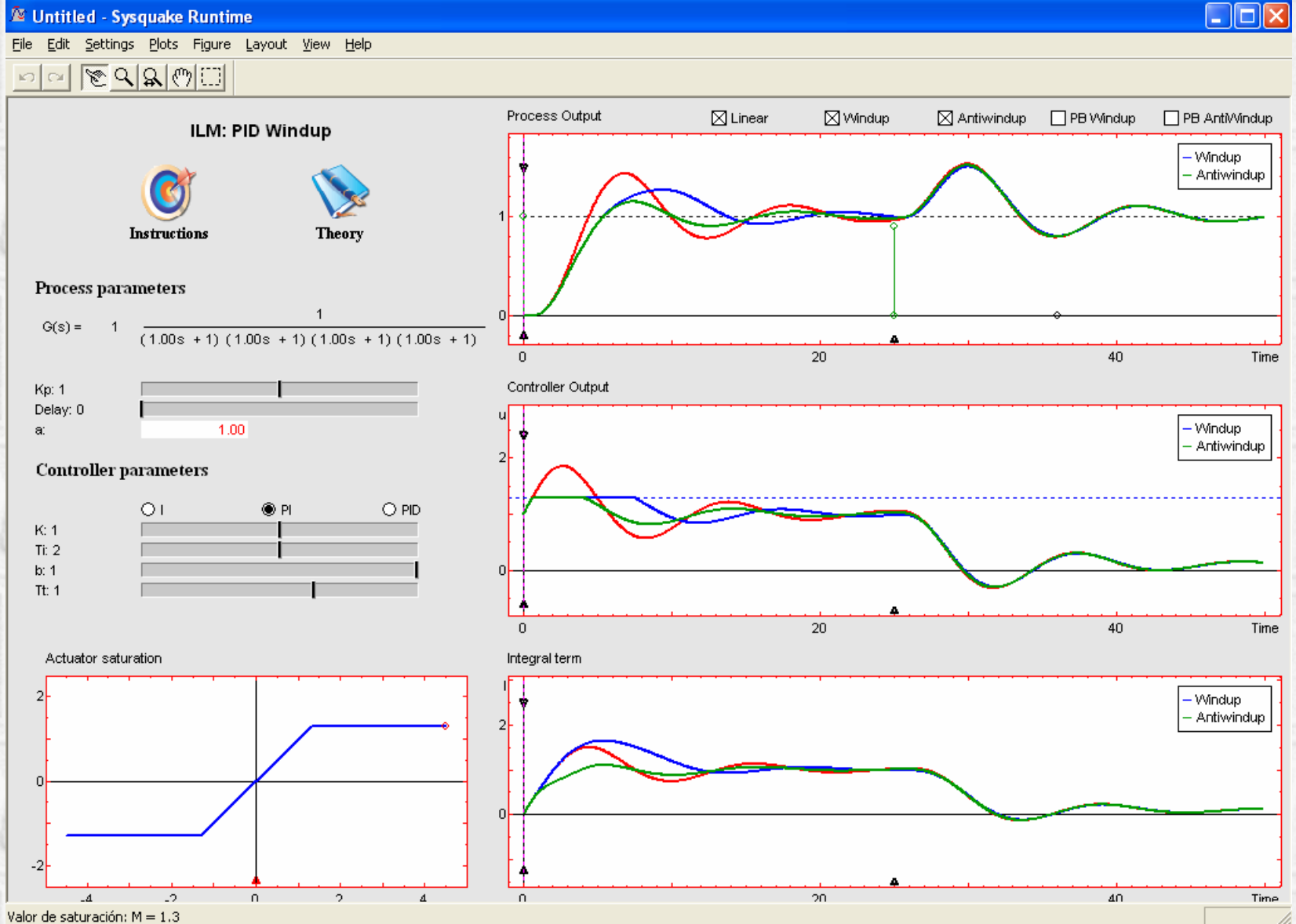
- ◆ **Complemento al libro “Advanced PID Control” de Aström y Hägglund, 2005**

- ◆ **En evaluación (invitación personal de los autores) desde diciembre de 2005**

- ◆ **Manual de usuario y ejecutable disponible en <http://aer.ual.es/ilm/>**

- ◆ **Desarrollado en Sysquake 3 ([www.calerga.com](http://www.calerga.com))**

# PIDWindup (2/2)





# 6 Controladores PID discretos (1/3)

## ◆ PID no interactivo discreto

- Basado en la aproximación trapezoidal de la integral = discretización mediante la transformación bilineal

$$U(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \frac{s}{\alpha T_d s + 1} \right) E(s)$$

$$U(z) = K_p + K_{pi} \frac{z+1}{z-1} + K_{pd} \frac{z-1}{z+c_d}$$

$$K_{pi} = K_p \frac{h}{2 T_i} \quad K_{pd} = K_p \frac{2 T_d}{h + 2 \alpha T_d} \quad c_d = \frac{h - 2 \alpha T_d}{h + 2 \alpha T_d}$$

**Es importante elegir adecuadamente el período de muestreo  $h$**

# 6 Controladores PID discretos (2/3)

## ◆ Ecuaciones en diferencia del PID no interactivo discreto

$$P_k = K_p (r_k - y_k)$$

$$I_k = I_{k-1} + K_{pi} (r_k + r_{k-1} - y_k - y_{k-1})$$

$$D_k = -c_d D_{k-1} + K_{pd} (r_k - r_{k-1} - y_k + y_{k-1})$$

$$u_k = P_k + I_k + D_k$$

$$u_k = \text{sat}(u_k, u_{\min}, u_{\max})$$

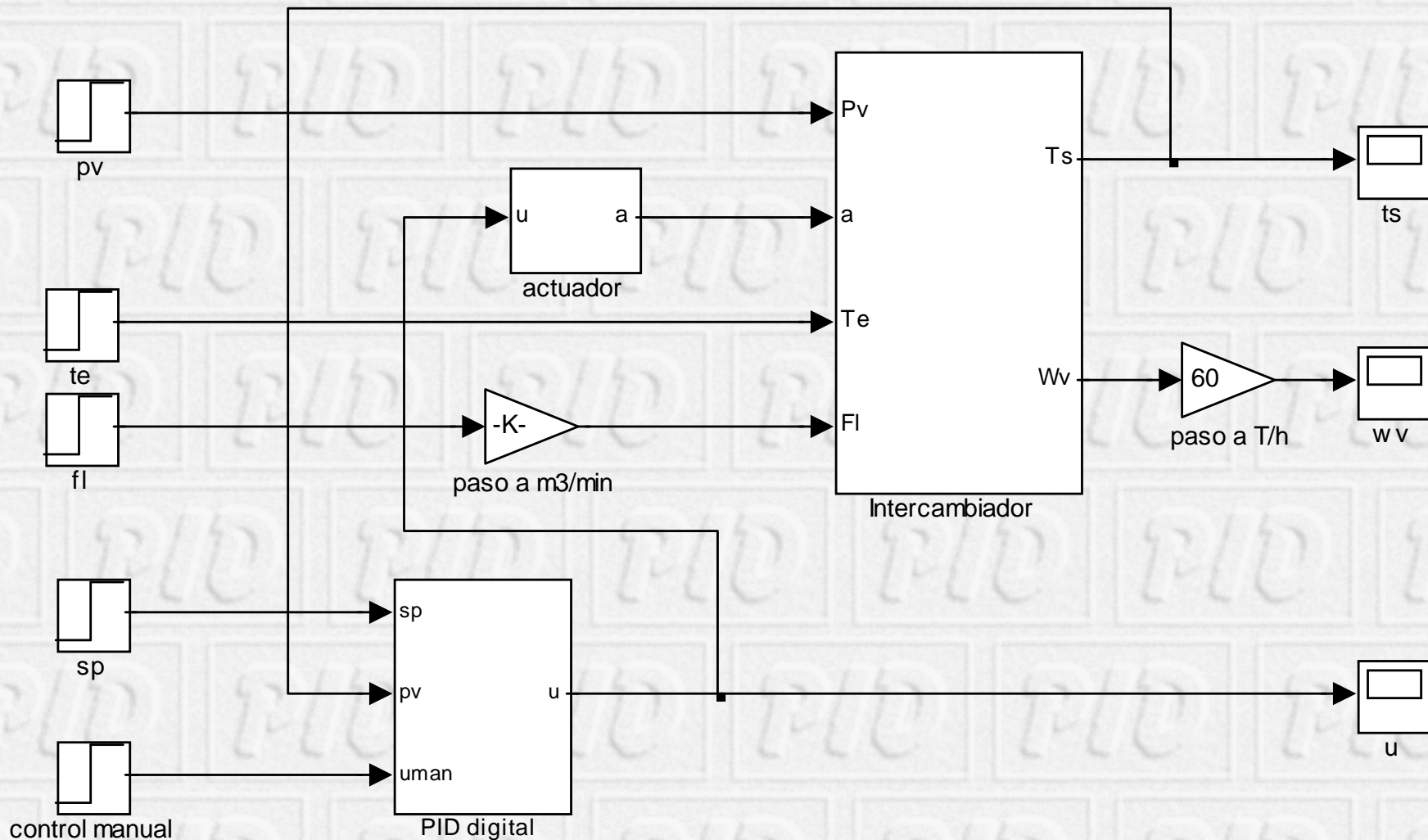
Satura la señal de control

$$I_k = u_k - P_k - D_k$$

Memoriza la acción integral

# 6 Controladores PID discretos (3/3)

- ◆ Ejemplo con el intercambiador para diferentes períodos de muestreo





# **AJUSTE EMPÍRICO**

**Fernando Morilla García**

**Dpto. de Informática y Automática**

**ETSI de Informática, UNED**

**Sevilla 28 de noviembre de 2007**



# Contenido

---

**INTRODUCCIÓN**

**AJUSTE POR PRUEBA Y ERROR**

**AJUSTE EMPÍRICO**

**ESTIMACIÓN EN LAZO ABIERTO**

**ESTIMACIÓN EN LAZO CERRADO**

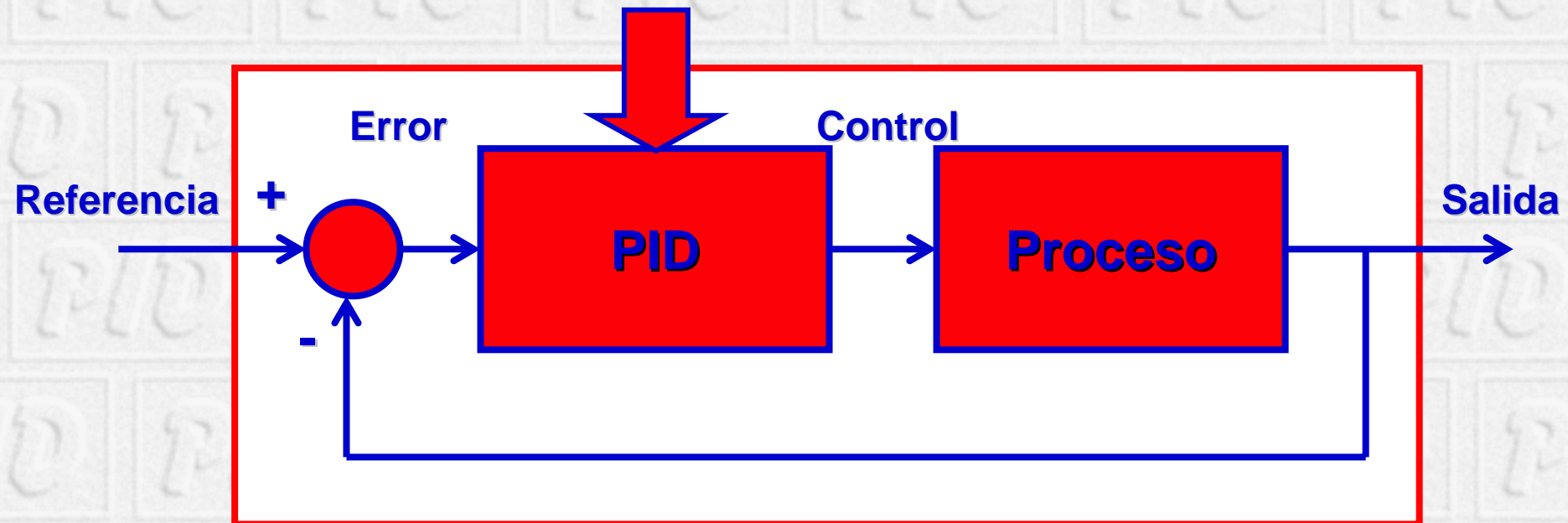
**CRITERIOS DE SINTONÍA**

**FORMULAS DE SINTONÍA**

# 1 Introducción

¿Qué se entiende por ajuste (sintonía)?

¿  $K_P$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  ?



# 1 Introducción

---

## ¿Qué se entiende por ajuste (sintonía)?

Determinación de los parámetros de control, de acuerdo con algún conjunto de especificaciones (**criterio de sintonía**)

## ¿Cuándo es necesaria la sintonía?

En la puesta en marcha de un sistema de control (1ª sintonía o presintonía)

Cuando el usuario observa un deterioro del comportamiento del sistema de control (**supervisión + sintonía**)

Tanto la supervisión como la sintonía se pueden automatizar; de ahí los términos “**sintonía automática**” y “**autosintonía**”



## 2 Ajuste por prueba y error (manual)

---

### ¿Qué se entiende por prueba y error?

Modificaciones sucesivas de los parámetros de control hasta conseguir las especificaciones. (Ej. de procedimiento en pag. 10 y 11 Cap.1)

Se empleó en el intercambiador de calor. (En el primer seminario)

### ¿Qué inconvenientes presenta?

Sucesivas comprobaciones del comportamiento del sistema en lazo cerrado; **NO** permitidas en la planta real (por el coste en tiempo y el coste en la producción), **SÍ** posibles off-line (en simulación).

No hay certeza de poder conseguir las especificaciones.

### ¿Por qué se utiliza?

Porque hay personas muy experimentadas, con modelos empíricos del sistema de control (proceso+controlador)

Es complemento (**ajuste fino**) de otros procedimientos de ajuste.



# 3 Ajuste empírico (experimental)

---

## Especialmente orientado al mundo industrial

Debido a la gran dificultad para obtener una descripción analítica del proceso.

### ¿En qué consiste?

Paso 1: Estimación de características dinámicas del proceso.

- Lazo abierto
- Lazo cerrado

Paso 2: Cálculo de parámetros de control (**fórmulas de sintonía**).

### ¿Qué ventaja presenta?

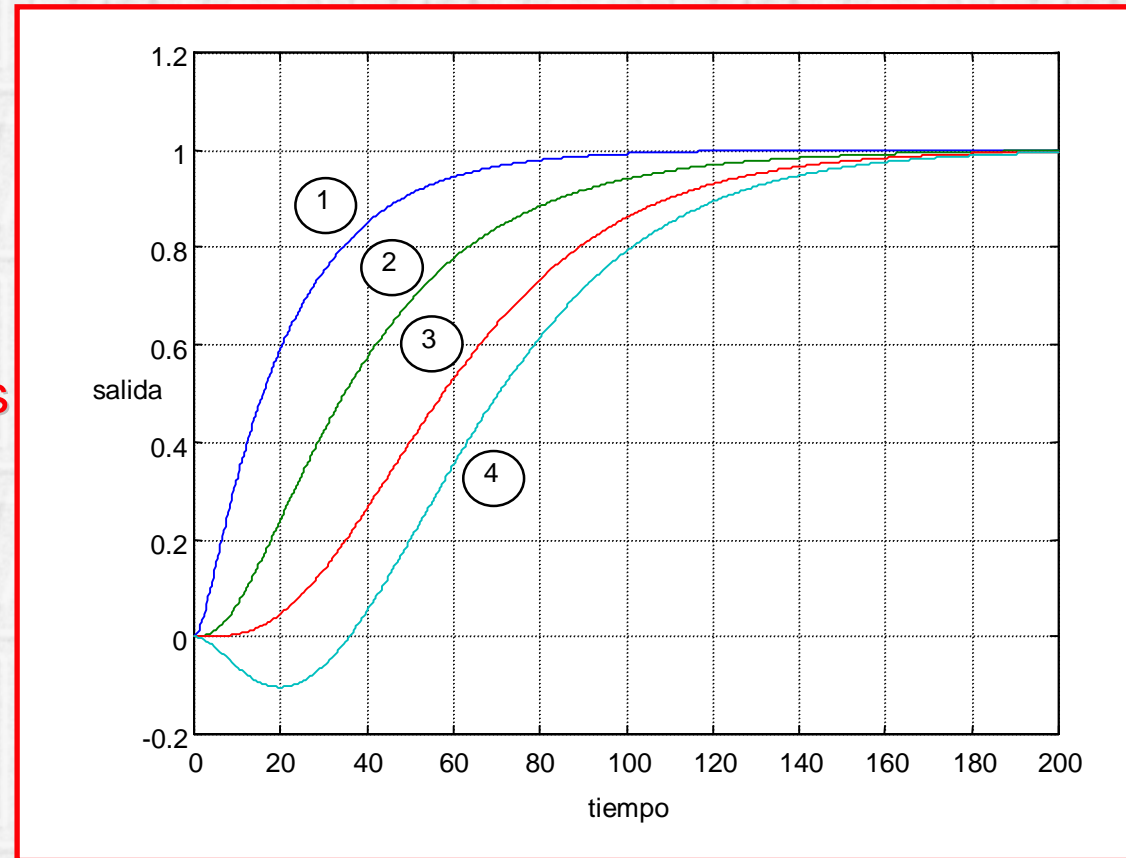
Suele ser una **buena aproximación** a la solución del problema de ajuste (sintonía).

# 4 Estimación en lazo abierto

## ¿En qué se basa?

La mayoría de los procesos tienen respuesta monótona creciente estable a una entrada escalón.

Ejemplo de cuatro procesos representativos



# 4 Estimación en lazo abierto

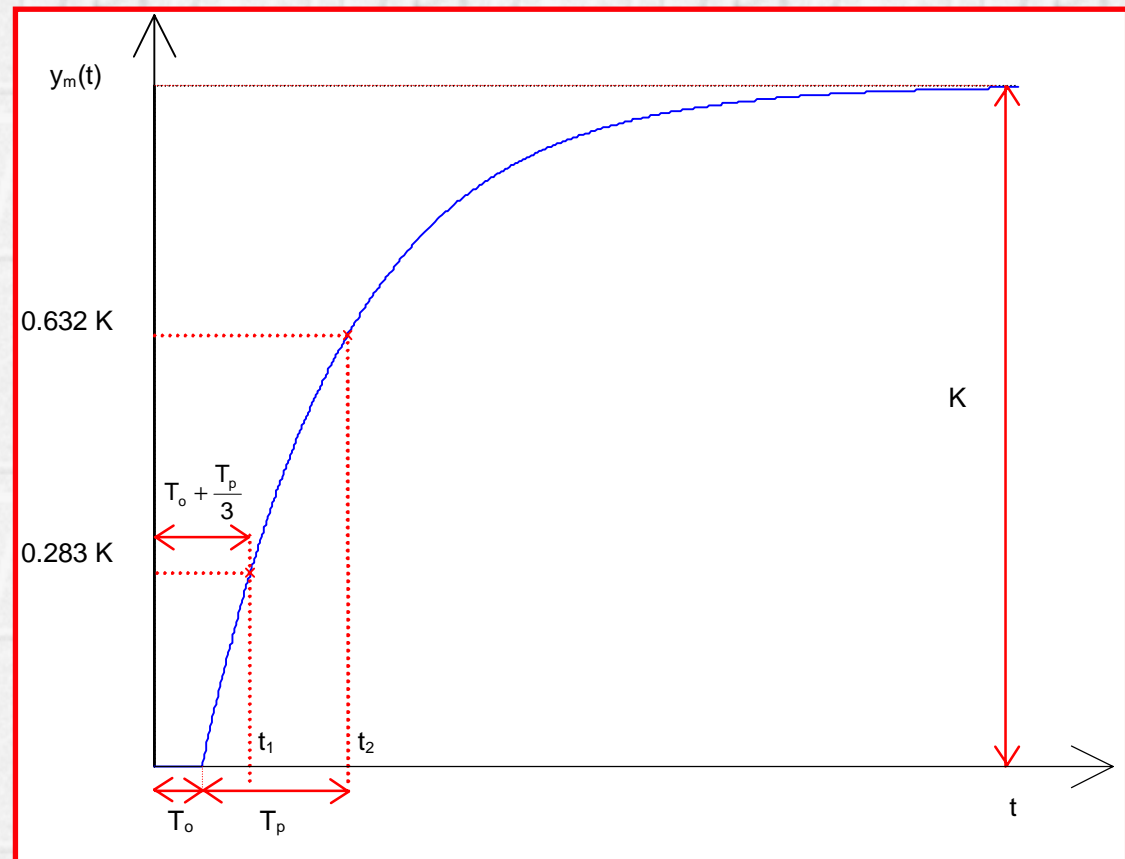
## ¿En qué consiste?

Estimar los parámetros ( $K$ ,  $T_p$  y  $T_o$ ) de un modelo simple (primer orden+retardo) que mejor aproxima las características de la respuesta.

Ejemplo de

características:

- Estacionario
- 28.3% del estacionario
- 63.2% del estacionario





# 4 Estimación en lazo abierto

---

## Procedimiento recomendable

- Control en manual.
- Esperar hasta que la salida esté en estado estacionario.
- Provocar salto en la variable manipulada.
- Registrar la salida (variable controlada) hasta que alcance el nuevo estado estacionario.
- Obtener  $K$  como el cociente entre cambios.
- Medir instantes:  $t_1$  al 28.3% y  $t_2$  al 63.2%.
- Obtener  $T_p = 1.5 (t_2 - t_1)$  y  $T_o = t_2 - T_p$



# 4 Estimación en lazo abierto

## Ejemplo: Intercambiador de calor (Cap. 7)

Característica al 28.3%

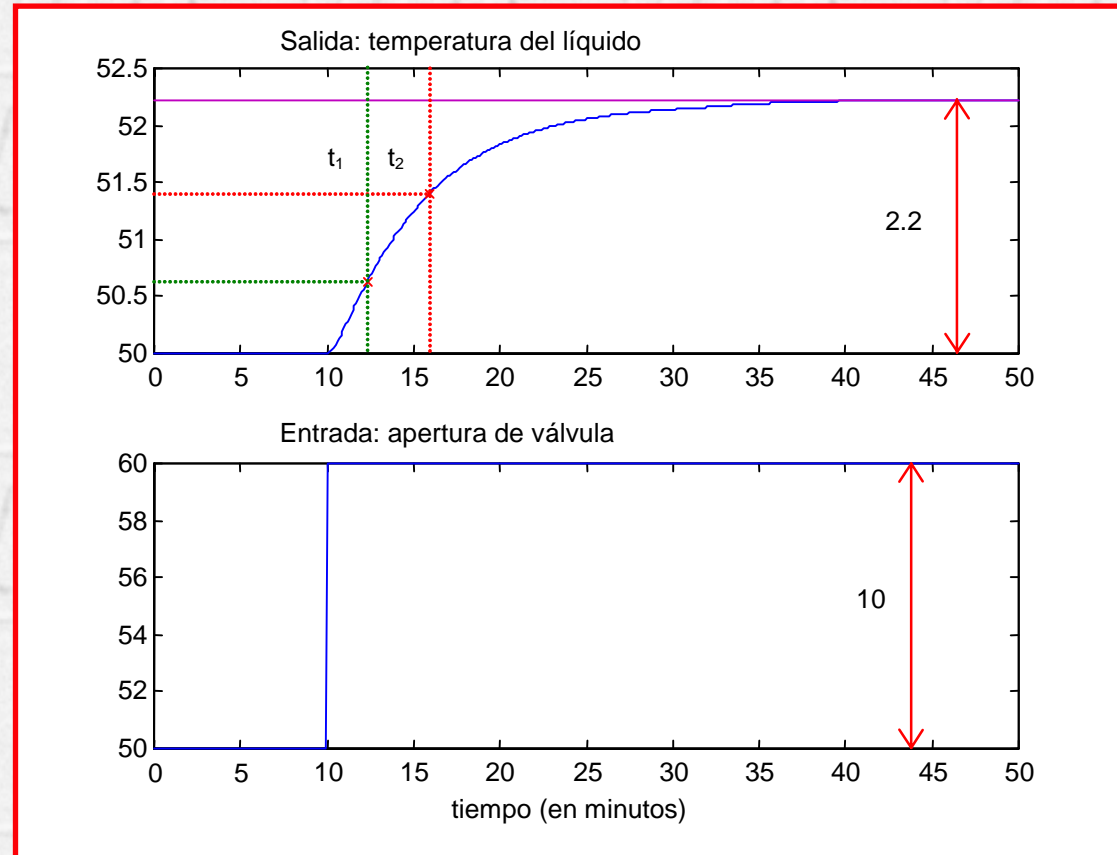
$$50 + 0.283 ( 52.22 - 50 ) \cong 50.63$$

$$t_1 \cong 12.32 \text{ min}$$

Característica al 63.2%

$$50 + 0.632 ( 52.22 - 50 ) \cong 51.40$$

$$t_2 \cong 15.96 \text{ min}$$



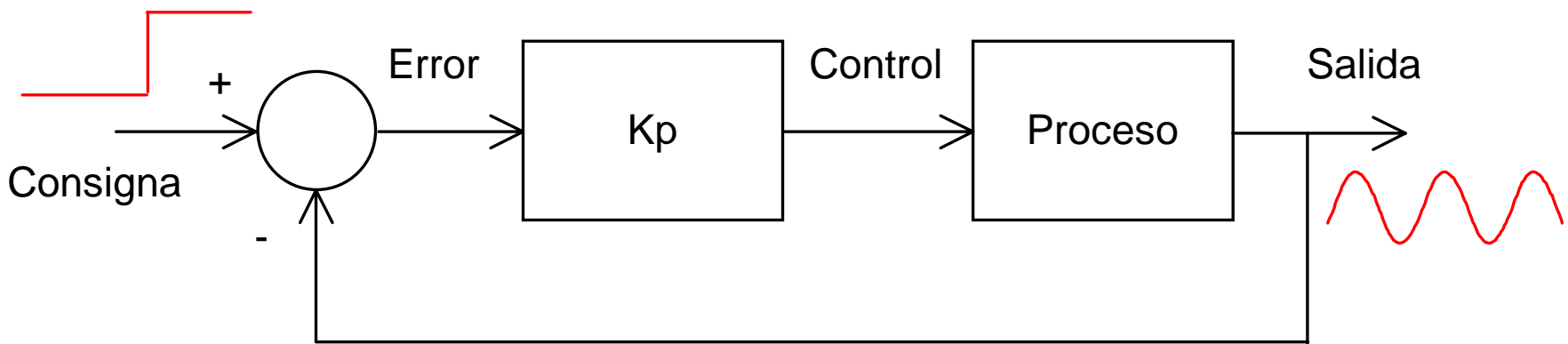
$$K = \frac{\text{cambio en la temperatura}}{\text{cambio en la apertura}} = \frac{52.22 - 50}{60 - 50} = 0.22 \quad T_p \cong 5.45 \text{ min} \quad T_o \cong 0.51 \text{ min}$$

# 5 Estimación en lazo cerrado

## ¿En qué se basa?

La mayoría de los procesos pueden oscilar de forma mantenida bajo control proporcional con una ganancia adecuada:

- Ganancia crítica ( $k_c$ )
- Período de oscilación mantenida ( $t_c$ )



# 5 Estimación en lazo cerrado

---

## Método de la oscilación mantenida (Ziegler y Nichols ,1942)

- Control proporcional.
- Provocar salto en la variable de consigna.
- Aumentar o disminuir la ganancia proporcional hasta que se observe la oscilación mantenida en la salida (variable controlada).
- Anotar la ganancia proporcional como  $k_c$  y el período de la oscilación mantenida como  $t_c$ .

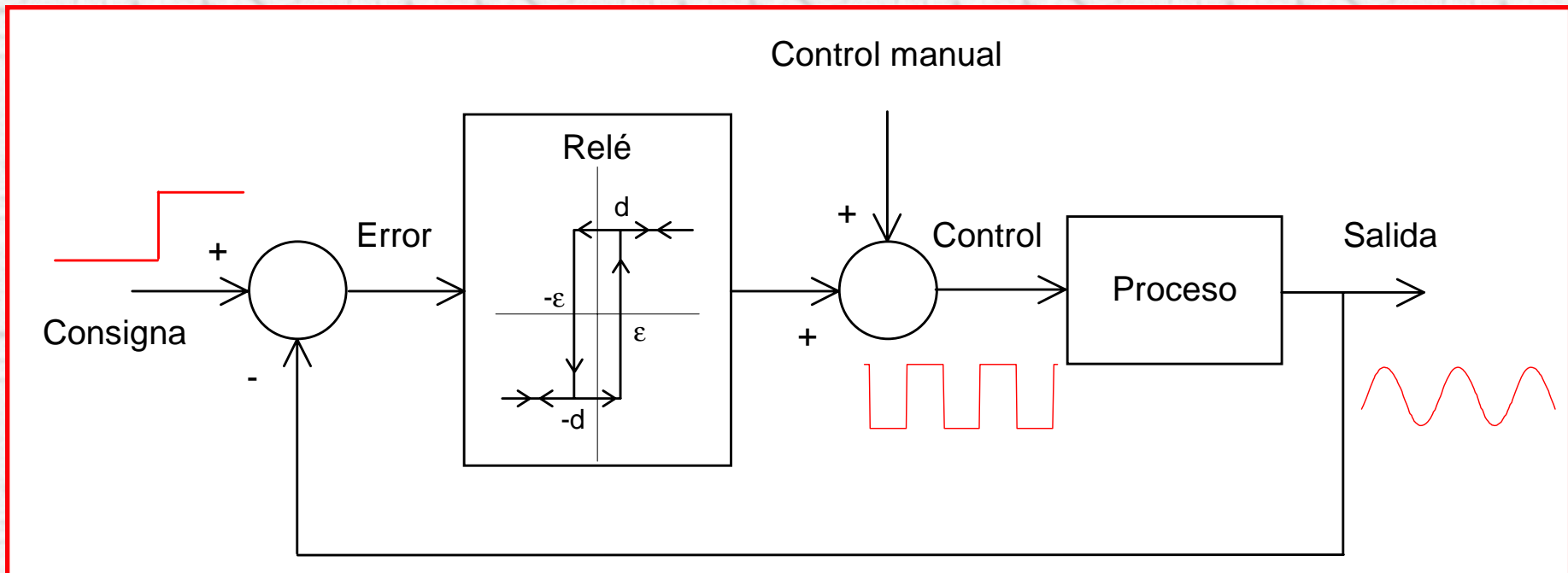


# 5 Estimación en lazo cerrado

## Método del relé (Aström y Hägglund ,1984)

Forma indirecta de automatizar la experiencia de la oscilación mantenida:

- Controlador todo/nada (relé ideal)
- Relé con histéresis



# 5 Estimación en lazo cerrado

---

## Método del relé (Aström y Hägglund ,1984)

- Llevar el proceso a un estacionario.
- Cerrar el lazo con un relé como controlador.
- Registrar la salida (variable controlada) hasta que se observe un ciclo límite.
- Anotar la amplitud del ciclo límite como  $a$  y el período como  $t_c$
- Determinar la ganancia crítica como

$$k_c = \frac{4d}{\pi \sqrt{a^2 - \varepsilon^2}}$$

# 5 Estimación en lazo cerrado

## Ejemplo: Intercambiador de calor

Características del relé:

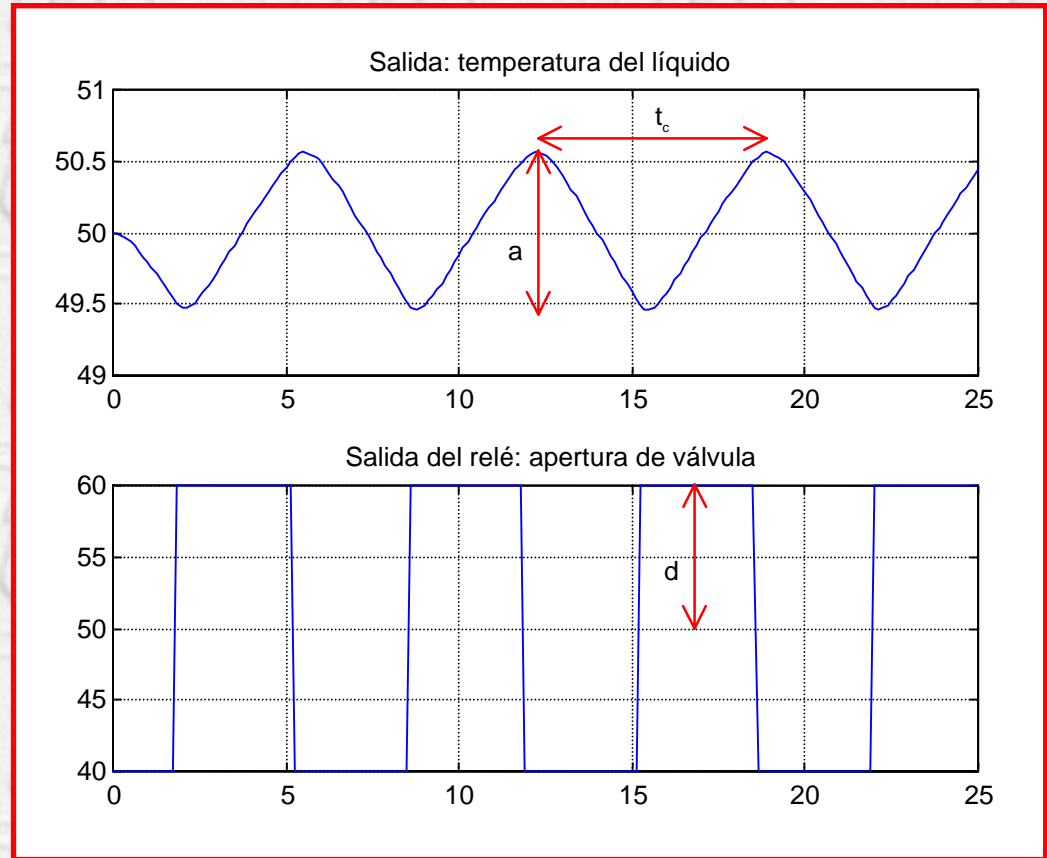
$$d=10\% ; \varepsilon=0.5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Características del ciclo límite:

$$a \cong 1.1 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_c \cong 6.7 \text{ min}$$

$$k_c = \frac{4d}{\pi \sqrt{a^2 - \varepsilon^2}} \cong 13$$



OJO: como conversión del modelo ( $K=0.22, T_p \cong 5.45 \text{ min}$ , y  $T_o \cong 0.51 \text{ min}$ )

$$\Rightarrow k_c \cong 79.22 \text{ y } t_c \cong 1.97 \text{ min.}$$



# 5 Estimación en lazo cerrado

## Los cuatro procesos representativos del Cap. 3

Característica	Procesos			
	1	2	3	4
K	1	1	1	1
$T_p$	20.07	33.63	41.41	39.20
$T_o$	2.03	11.03	27.62	42.33
$\Theta$	0.10	0.33	0.67	1.08
$k_c$	29.69	7.27	2.24	0.92
$t_c$	5.51	33.04	94.91	132.14

$T_o$  aumenta

$k_c$  disminuye

$t_c$  aumenta



Aumenta la dificultad  
para controlarlo

# 4 y 5 Estimación de características

---

## Recomendaciones

- Registrar en buenas condiciones y con pocos efectos sobre la producción.
- Evitar experiencias de oscilación mantenida, por tiempo y porque a veces son imposibles de conseguir.
- Elegir adecuadamente las características del relé.
- No conformarse con una sola estimación en lazo abierto, repetir en varios puntos de operación.
- Ser conscientes de las limitaciones de cada método y de que son el primer paso de la sintonía.

# 6 Criterios de sintonía

---

Tres tipos de criterios, basados en:

- Características de la respuesta temporal
- Integrales de la señal de error
- Características de la respuesta en frecuencia

Comentarios y recomendaciones



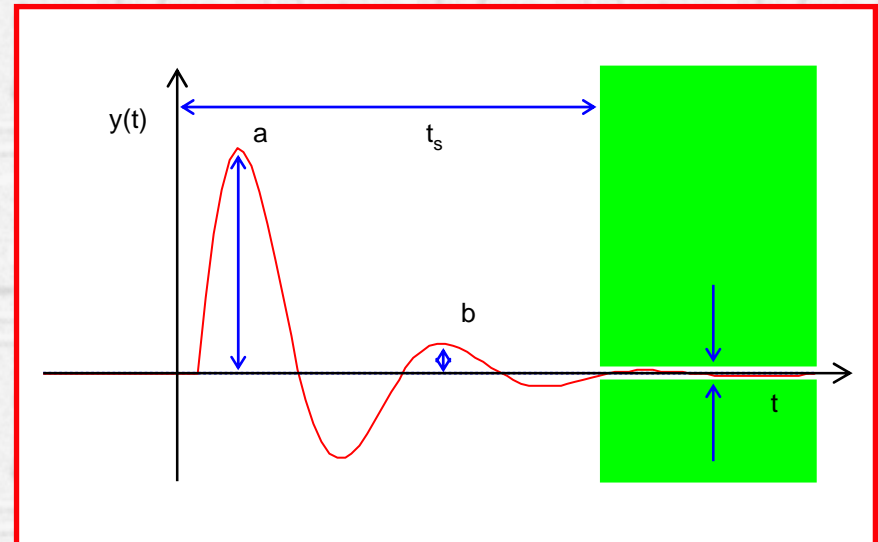
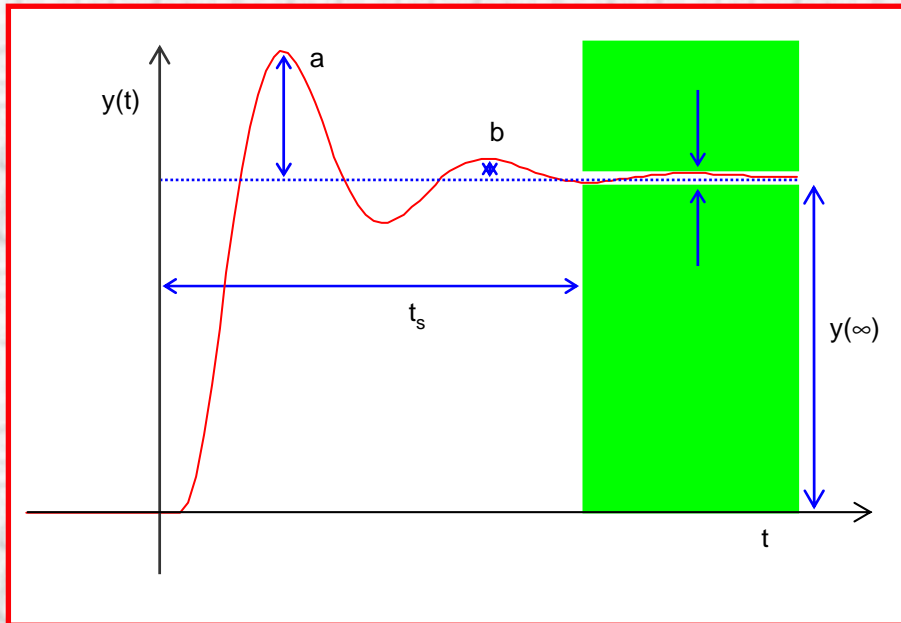
# 6 Criterios de sintonía

Características de la respuesta temporal para cambio en la carga o para cambio en la señal de referencia

Razón de amortiguamiento ( $b/a$ )

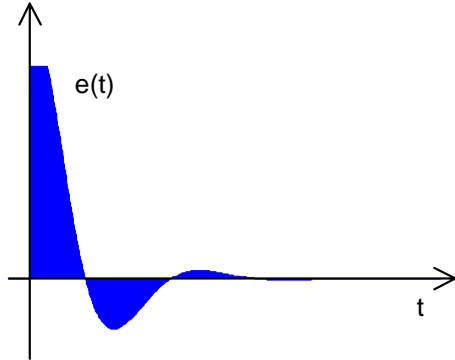
Tiempo de asentamiento ( $t_s$ )

Máxima sobreelongación ( $m_p$ )

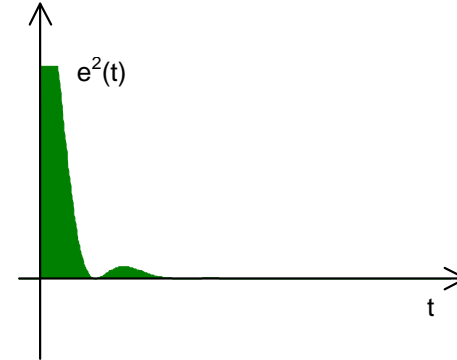


# 6 Criterios de sintonía

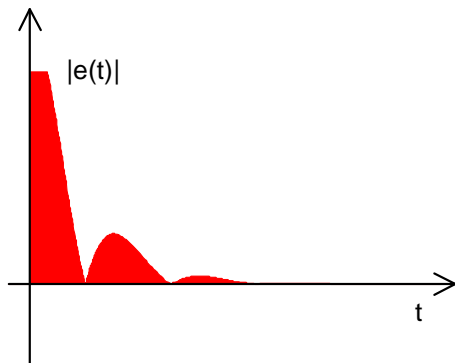
## Minimización de integrales de la señal de error



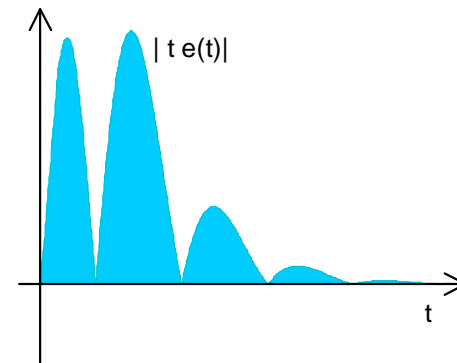
**IE** (Integral del error)



**ISE** (Integral del cuadrado del error)



**IAE** (Integral del valor absoluto del error)



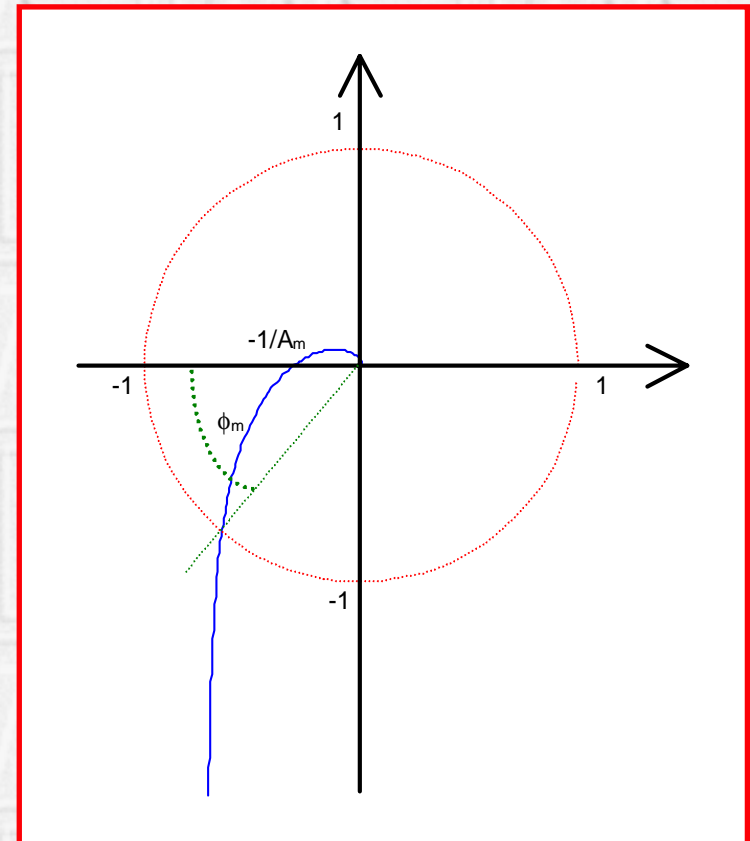
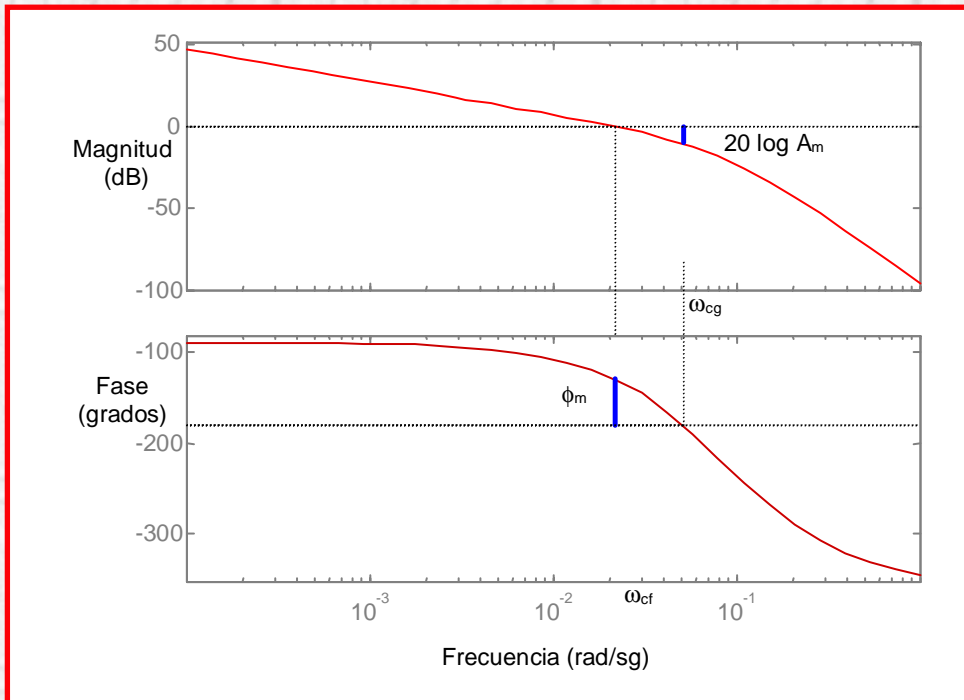
**ITAE** (Integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo)

# 6 Criterios de sintonía

## Características de la respuesta en frecuencia del controlador + proceso

Margen de fase ( $\phi_m$ )

Margen de ganancia ( $A_m$ )





# 6 Criterios de sintonía

---

## Comentarios

- Las características temporales son las más fáciles de inspeccionar (**validación de la sintonía**).
- Determinadas características se pueden cumplir con varios juegos de parámetros de control (**no unicidad de la sintonía**).
- El mínimo absoluto de una integral siempre está asociado a unos parámetros de control (**unicidad de la sintonía**).
- Los mismos criterios temporales para cambios en la carga y cambios en la consigna no son posibles (**¿tipo de cambio?**).
- Los criterios de respuesta en frecuencia tratan de garantizar estabilidad (**combinación de  $\phi_m$  y  $A_m$** ).
- No olvidar las relaciones que existen entre las características de respuesta temporal y de respuesta en frecuencia.

# 7 Fórmulas de sintonía

---

Introducción

Fórmulas más importantes

Ziegler y Nichols (1942)

Mejoras a las fórmulas de Ziegler y Nichols (años 90)

Fórmulas con criterios integrales (finales de los años 60)

Fórmulas con criterios de estabilidad (años 80 y 90)

Fórmulas AMIGO (2005)

Ejemplos sobre los modelos simples ( $K$ ,  $T_p$  y  $T_o$ ) ( $k_c$  y  $t_c$ )

Ejemplos sobre el intercambiador de calor

Resumen de características



# 7 Fórmulas de sintonía

---

## ¿Qué se entiende por fórmulas de sintonía?

Expresiones de los parámetros de control en función de determinadas características (modelo simple) del proceso.

El **PASO 2** de un típico procedimiento de ajuste.

## ¿Qué características presentan?

Resumen la experiencia de otras personas.

Son específicas para un tipo de modelo, un tipo de controlador y un criterio de sintonía.

Son aproximaciones en un rango limitado de características del proceso, requieren un posterior ajuste fino.

Son muy utilizadas en la industria y están implícitas en muchos reguladores industriales.



# 7 Fórmulas de sintonía

---

## Ziegler y Nichols (1942)

Características del proceso:

$(K_c, t_c)$  obtenidas de una experiencia de oscilación mantenida

$(K, T_p, T_o)$  obtenidas de una experiencia en lazo abierto

Estable en lazo abierto

Criterio de sintonía:

Razón de amortiguamiento 1/4 para cambio en la carga

Características de las fórmulas:

Controladores: P, PI y PID (no interactivo)

Para PID;  $T_D = T_p/4$

Importancia de las fórmulas:

Las primeras, las más conocidas, las más citadas

Han inspirado las de otros autores

# 7 Fórmulas de sintonía

## Ziegler y Nichols (1942)

Controlador	Parámetros	Lazo cerrado	Lazo abierto
<b>P</b>	$K_P$	$0.5 K_c$	$\frac{T_p}{K T_o}$
<b>PI</b>	$K_P$	$0.45 K_c$	$0.9 \frac{T_p}{K T_o}$
	$T_I$	$\frac{t_c}{1.2}$	$\frac{T_o}{0.3}$
<b>PID</b> no interactivo	$K_P$	$0.6 K_c$	$1.2 \frac{T_p}{K T_o}$
	$T_I$	$\frac{t_c}{2}$	$2 T_o$
	$T_D$	$\frac{t_c}{8}$	$0.5 T_o$

# 7 Fórmulas de sintonía

---

## Fórmulas con criterios integrales

### Lopez, Murrill y Smith (1967)

Criterios de sintonía: MISE, MIAE, MITAE cambio en la carga  
Controladores: PI, PID no interactivo

### Rovira, Murrill y Smith (1969)

Criterios de sintonía: MISE, MIAE, MITAE cambio en la referencia  
Controladores: PI, PID no interactivo

### Kaya y Scheib (1988)

Criterios de sintonía: MISE, MIAE, MITAE cambio en la carga y en la referencia  
Controladores: PID interactivo y PID paralelo



# 7 Fórmulas de sintonía

## Aström y Hägglund (1984)

Características del proceso:

( $K_c$ ,  $\omega_c=2\pi/t_c$ ) obtenidas por el método del relé

Criterio de sintonía: a elección del usuario

( $\phi_m$ ) margen de fase

( $A_m$ ) margen de ganancia

Características de las fórmulas:

Controladores: P, PID no interactivo

Grado de libertad en el caso PID:  $\alpha = T_D/T_I$

Importancia de las fórmulas:

Sin limitación a priori

Se han impuesto en los reguladores industriales comerciales

# 7 Fórmulas de sintonía

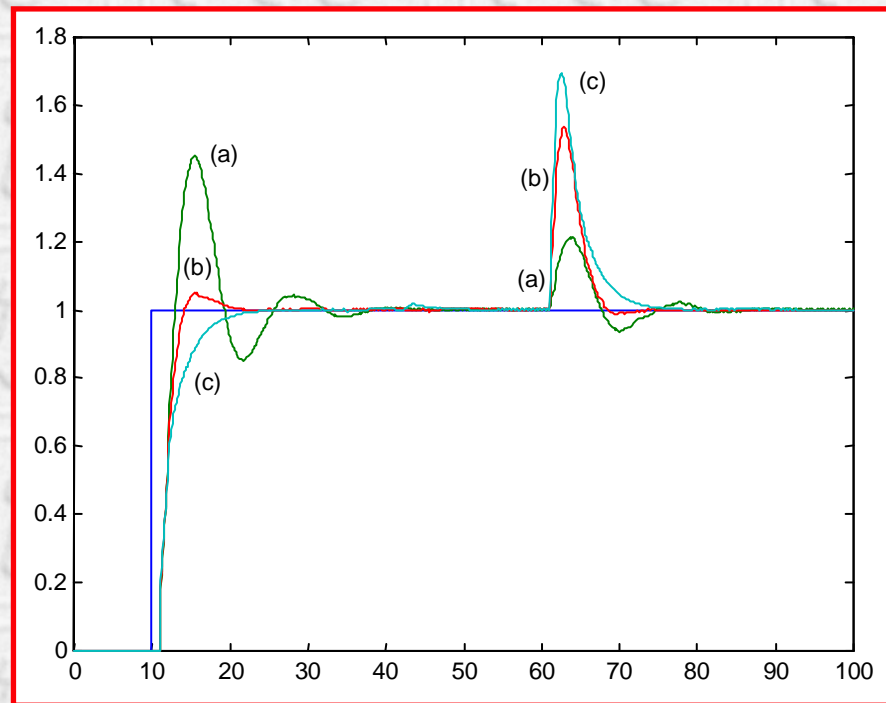
## Aström y Hägglund (1984)

Controlador	Ajuste por margen de fase ( $\phi_m$ )	Ajuste por margen de ganancia ( $A_m$ )
P		$K_P = \frac{K_c}{A_m}$
PI		
PID no interactivo	$K_P = K_c \cos \phi_m$ $T_I = \frac{1}{2 \alpha \omega_c} \left( \operatorname{tg} \phi_m + \sqrt{4 \alpha + \operatorname{tg}^2 \phi_m} \right)$ $T_D = \alpha T_I$	$K_P = \frac{K_c}{A_m}$ $T_I = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_c}$ $T_D = \alpha T_I$

# 7 Fórmulas de sintonía

## Aström y Hägglund (1984)

Se recomienda utilizarlas para ajuste por margen de ganancia



PID,  $A_m = 4$ ,  $\alpha = 0.1$



# 7 Fórmulas de sintonía

---

## Ho, Hang y Cao (1995)

Características del proceso:

$(K, T_p, T_o)$  obtenidas de una experiencia en lazo abierto  
Estable en lazo abierto

Criterio de sintonía: a elección del usuario

Márgenes de fase ( $\phi_m$ ) y de ganancia ( $A_m$ )

Características de las fórmulas:

Controlador PI

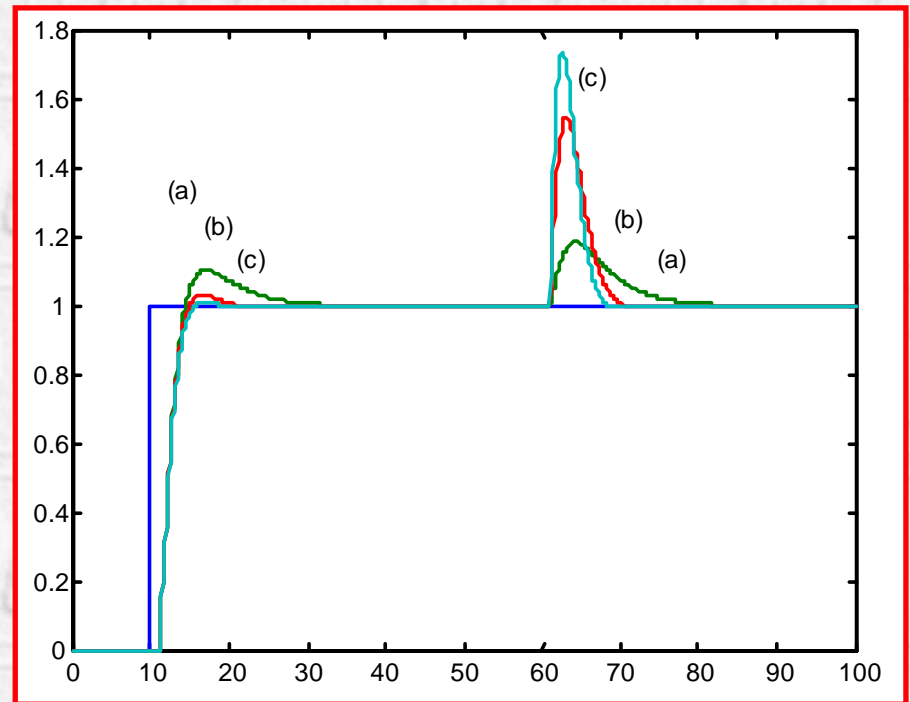
Importancia de las fórmulas:

Las primeras en combinar especificaciones ( $\phi_m$ ) y ( $A_m$ )

# 7 Fórmulas de sintonía

Ho, Hang y Cao (1995)

	PI
$K_P$	$\frac{\omega_p T_p}{A_m K}$
$T_I$	$\frac{1}{2\omega_p - \frac{4\omega_p^2 T_o}{\pi} + \frac{1}{T_p}}$
$\omega_p$	$\frac{A_m \left( \frac{\pi \phi_m}{180} - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\pi}{2} A_m^2}{(A_m^2 - 1) T_o}$



$$\phi_m = 60^\circ \text{ y } A_m = 4$$

# 7 Fórmulas de sintonía

---

## Aström y Hägglund (2005): AMIGO

Características del proceso:

$(K_c, t_c)$  obtenidas de una experiencia de oscilación mantenida

$(K, T_p, T_o)$  obtenidas de una experiencia en lazo abierto

Estable en lazo abierto

Criterio de sintonía: a elección del usuario

Máximo de la función de sensibilidad ( $M_s=1.4$ ), para garantizar

$\phi_m \geq 41^\circ$  y  $A_m \geq 3.5$

Características de las fórmulas:

Controladores: PI, PID

Importancia de las fórmulas:

Las más ambiciosas, intentan reemplazar a las de ZN



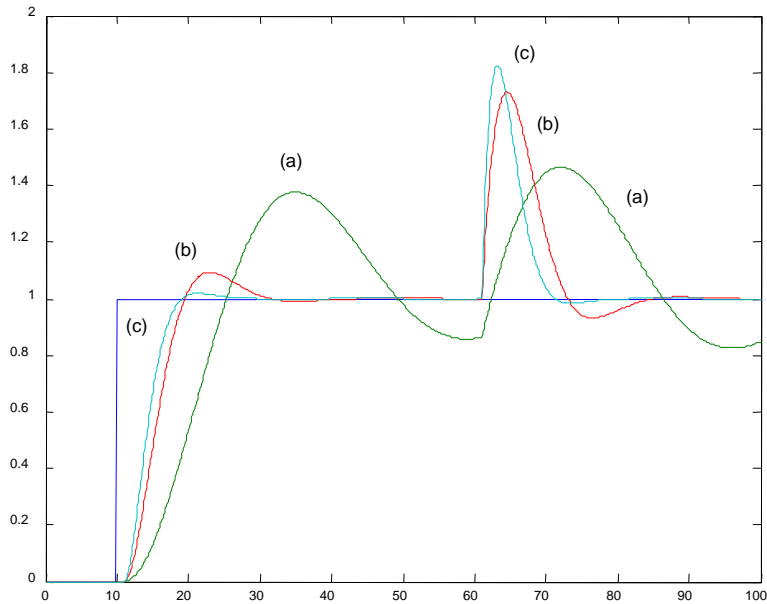
# 7 Fórmulas de sintonía

## Aström y Hägglund (2005): AMIGO

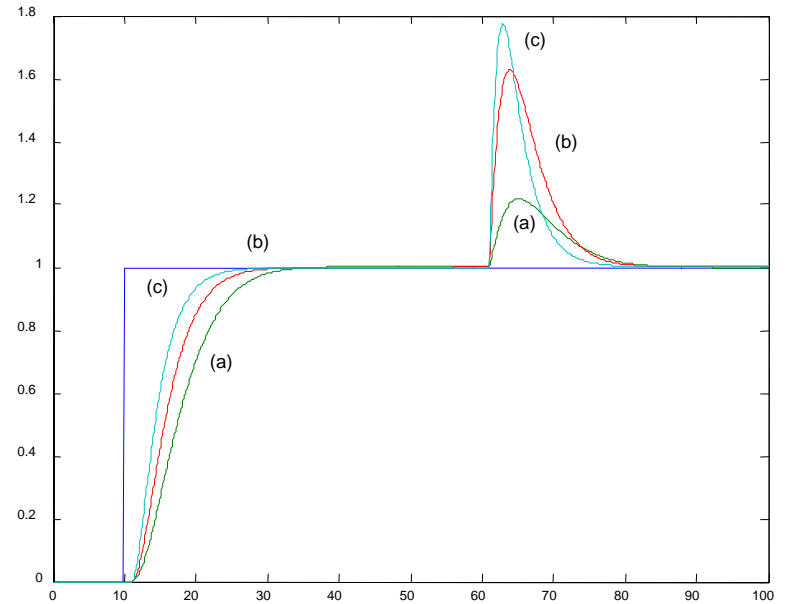
Controlador	Parámetros	Lazo cerrado	Lazo abierto
PI	$K_P$	$\frac{0.16}{k_c}$	$\frac{0.15}{K} + \left( 0.35 - \frac{T_o T_p}{(T_o + T_p)^2} \right) \frac{T_p}{K T_o}$
	$T_I$	$\frac{t_c}{1 + 4.5 \frac{k_c}{K}}$	$0.35 T_o + \frac{13 T_o T_p^2}{T_p^2 + 12 T_o T_p + 7 T_o^2}$
PID no interactivo	$K_P$	$\frac{0.3 - 0.1 \left( \frac{k_c}{K} \right)^4}{k_c}$	$\frac{1}{K} \left( 0.20 + 0.45 \frac{T_p}{T_o} \right)$
	$T_I$	$\frac{0.6 t_c}{1 + 2 \frac{k_c}{K}}$	$\frac{0.4 T_o + 0.8 T_p}{T_o + 0.1 T_p} T_o$
	$T_D$	$\frac{0.15 \left( 1 - \frac{k_c}{K} \right) t_c}{1 - 0.95 \frac{k_c}{K}}$	$\frac{0.5 T_o T_p}{0.3 T_o + T_p}$

# 7 Fórmulas de sintonía

## Aström y Hägglund (2005): AMIGO



PI, en lazo cerrado



PI, en lazo abierto

# 7 Fórmulas de sintonía

## Características

- Aproximación en un paso al ajuste deseado.
- Se suelen complementar con un Paso 3 (**ajuste fino**).
- Rango limitado de aplicación.

ZN y fórmulas con criterios integrales;  $0.1 < T_o/T_p < 1$

Fórmulas con criterios frecuenciales;  $\phi_m$  entre  $45$  y  $60^\circ$ ,  $A_m$  entre  $3$  y  $4$

AMIGO;  $kc/K > 0.2$  ;  $\frac{T_o}{T_o + T_p} \leq 0.2$  (si PID)

- Aplicables a controladores PID discretos:
  - Como si fueran continuos
  - Con  $K_c$  y  $t_c$  obtenidos con el mismo período de muestreo
  - Con retardo corregido  $T_o+h/2$



# 7 Fórmulas de sintonía

## ¿Ajustes para el intercambiador de calor?

Características del proceso:

Respuesta monótona creciente  
( $K=0.22$ ,  $T_p=5.45$ ,  $T_o=0.51$ )  
“Fácil” de controlar

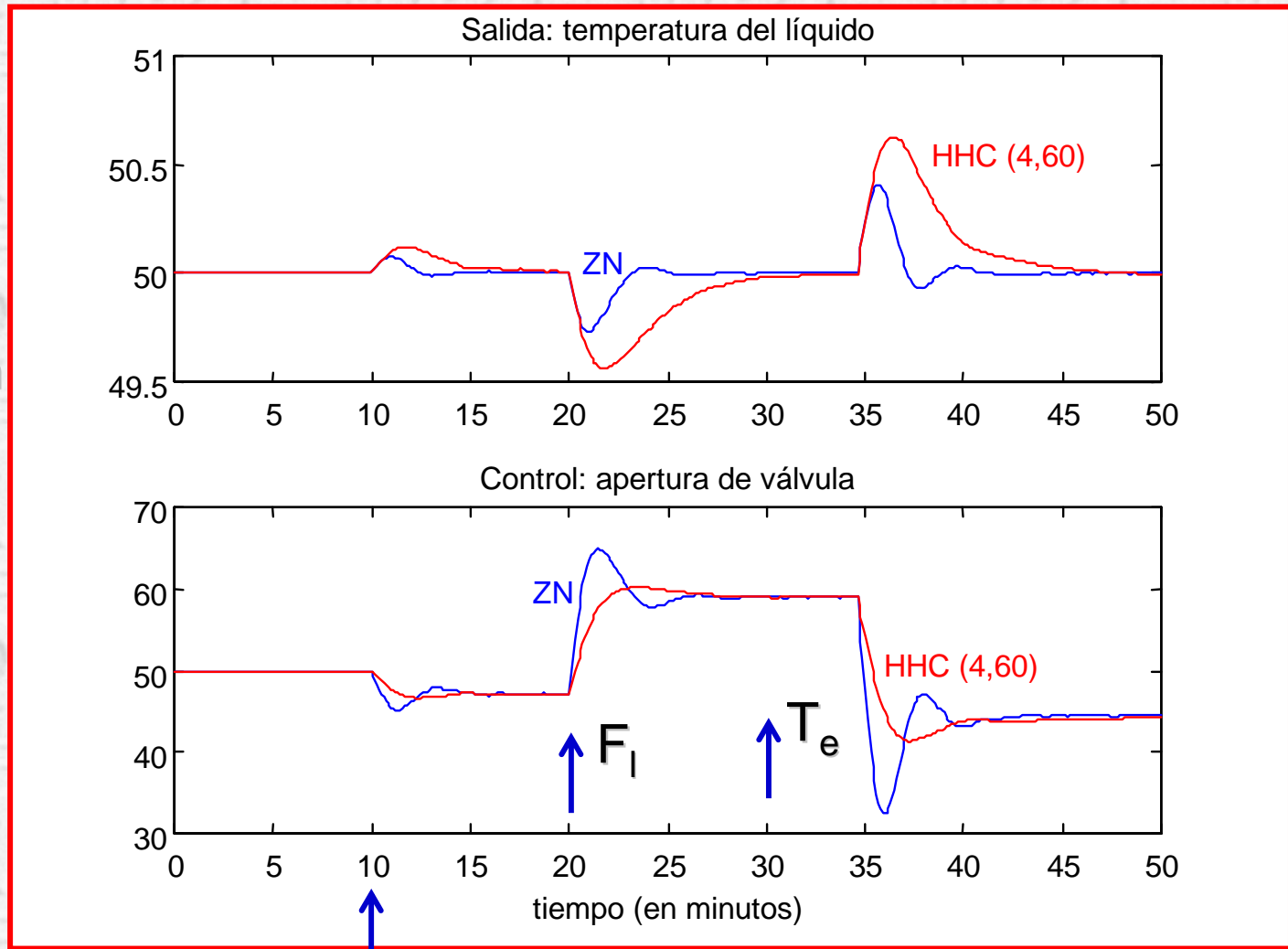
No se pueden emplear todas las fórmulas de sintonía.

	Fórmula	Especificaciones	$K_P$	$T_I$	$T_D$
PI	ZNIa		43.7	1.7	0
PI	HAH		7.5	2.2	0
PI	MITAE	consigna	23.3	5.4	0
PI	HHC	$\phi_m=60$ y $A_m=4$	18.7	3.2	0
PI	AMIGO		13.9	3.2	0

# 7 Fórmulas de sintonía

## Resultados de los ajustes para el intercambiador

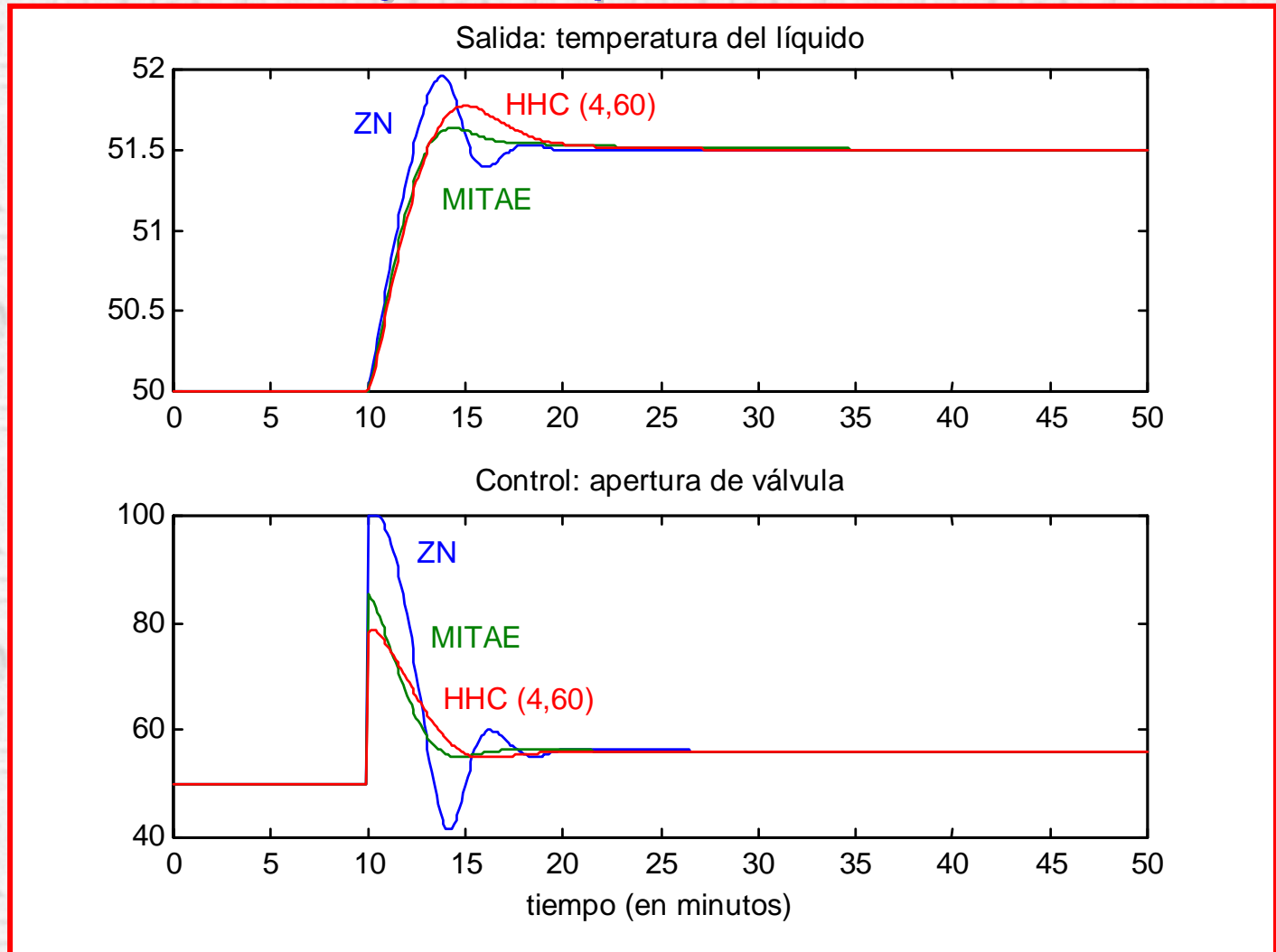
PI continuo  
En regulación



# 7 Fórmulas de sintonía

## Resultados de los ajustes para el intercambiador

PI continuo  
En servo

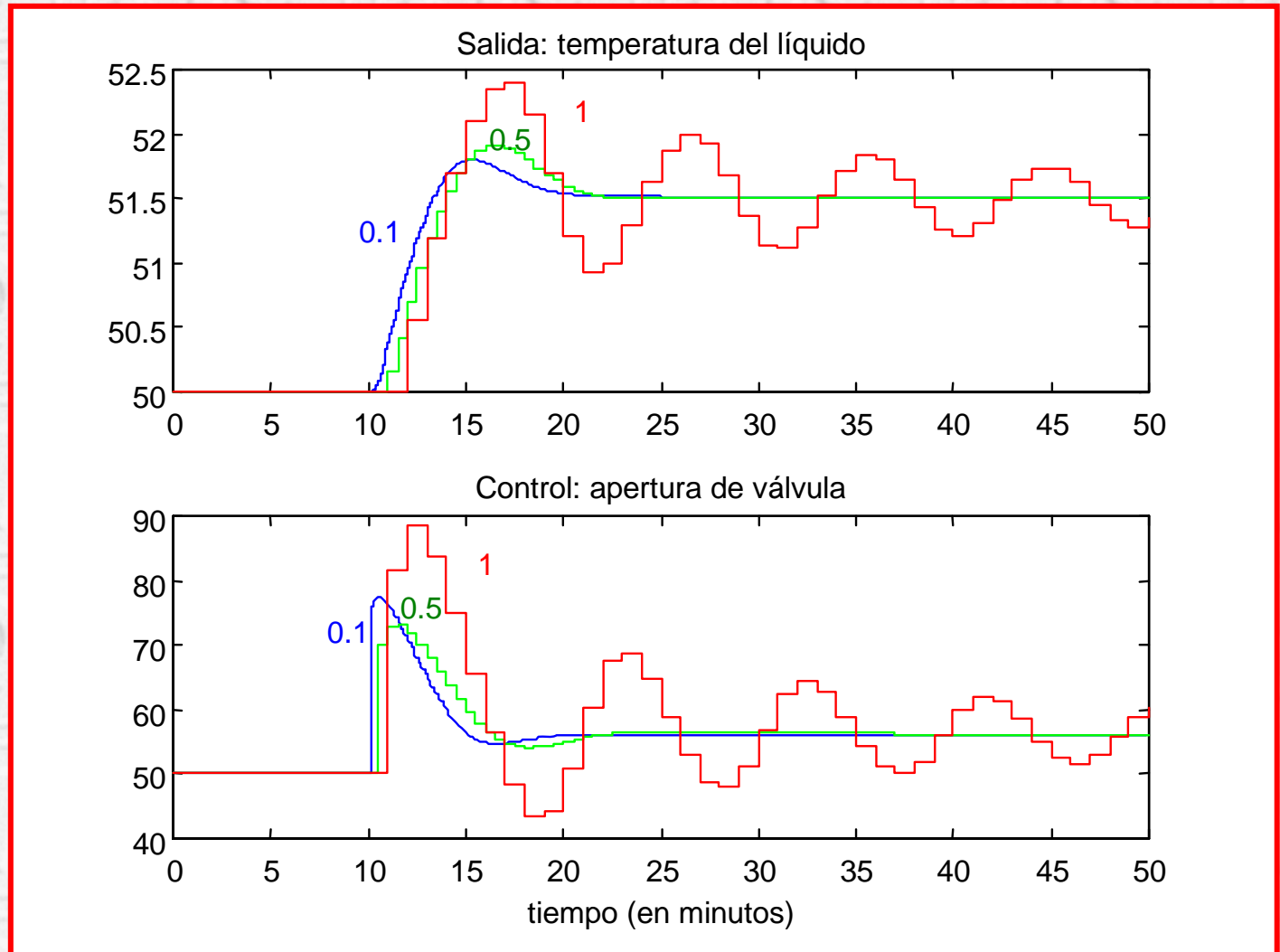




# 7 Fórmulas de sintonía

## Resultados de los ajustes para el intercambiador

PI discreto  
HHC (4,60)  
Varios h



# **AJUSTE EN FRECUENCIA**

**Fernando Morilla García**

**Dpto. de Informática y Automática**

**ETSI de Informática, UNED**

**Sevilla 28 de noviembre de 2007**

# Contenido

---

**AJUSTE ANALÍTICO**

**AJUSTE EN EL DOMINIO EN FRECUENCIA**

**Por MF, por MG**

**AJUSTE COMBINADO POR MF Y MG**

**AJUSTE POR MÁXIMO DE SENSIBILIDAD**

**AJUSTE CON GANANCIAS INDEPENDIENTES**

**EJEMPLOS CON PIDGUI y CON PIDLoopShaping**



# Ajuste analítico

---

## ¿Qué se entiende por ajuste analítico?

Procedimiento sistemático para la determinación de los parámetros de control. (Ej. El ajuste por asignación de polos)

Particularizaciones de un método de diseño.

## ¿Qué características presentan?

Admiten un **modelo genérico** del proceso.

Ofrecen **grados de libertad** al usuario.

Se apoyan en herramientas de análisis y diseño clásicas.

Permiten alcanzar las especificaciones, sin necesidad de un posterior ajuste fino.

# 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

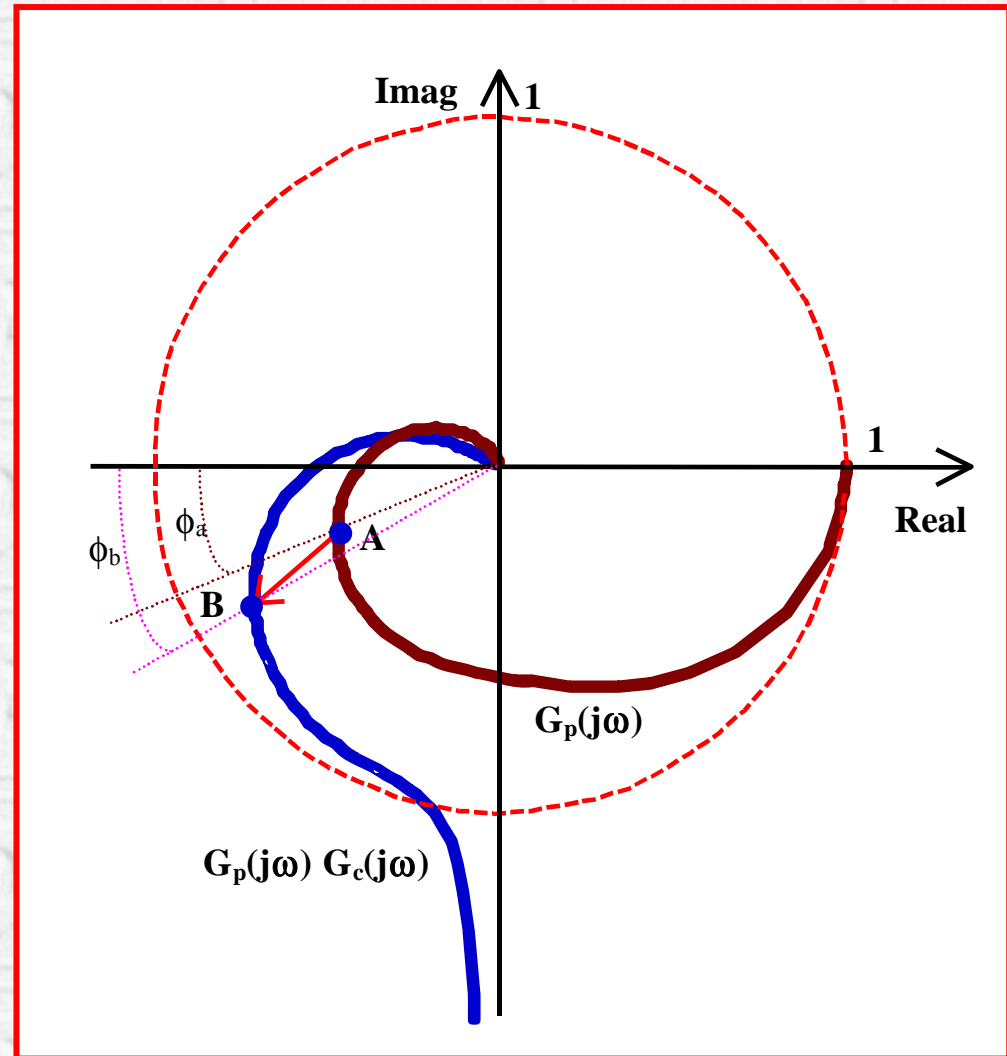
Es un ejemplo de Ajuste Analítico

Dados:

A (origen) y B (destino)

¿Qué parámetros de control permiten  $A \rightarrow B$  ?

Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)

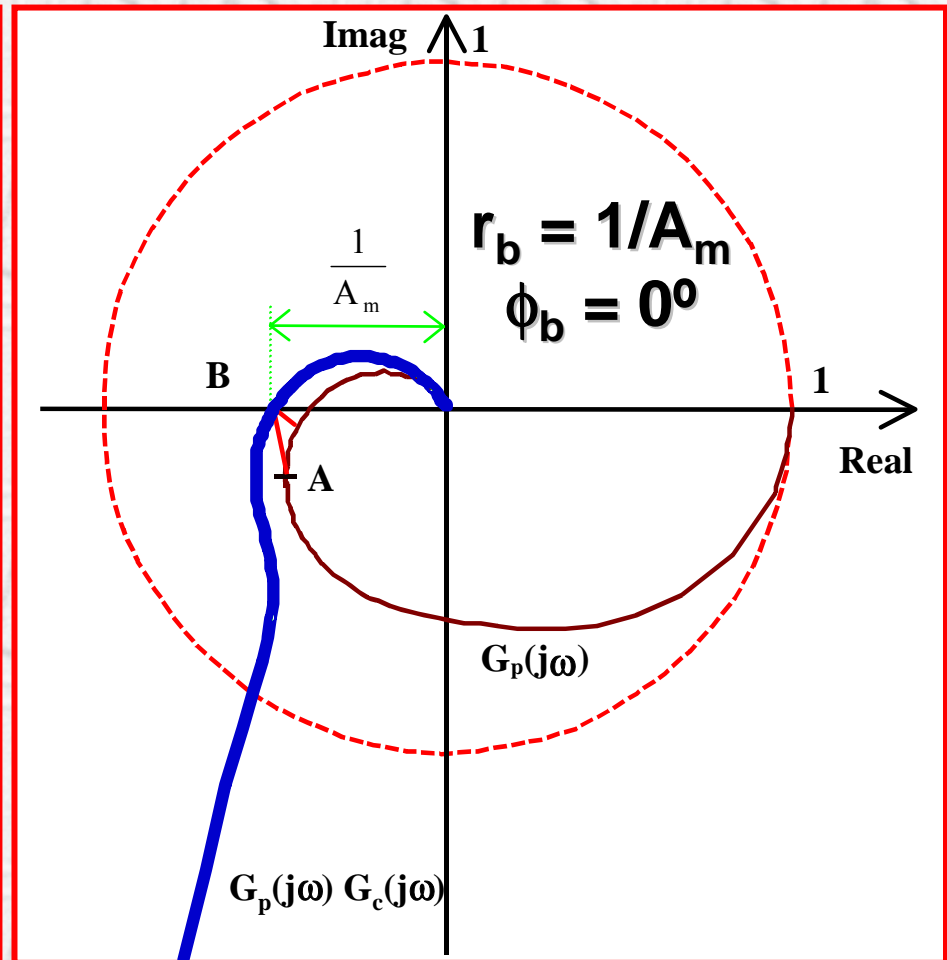
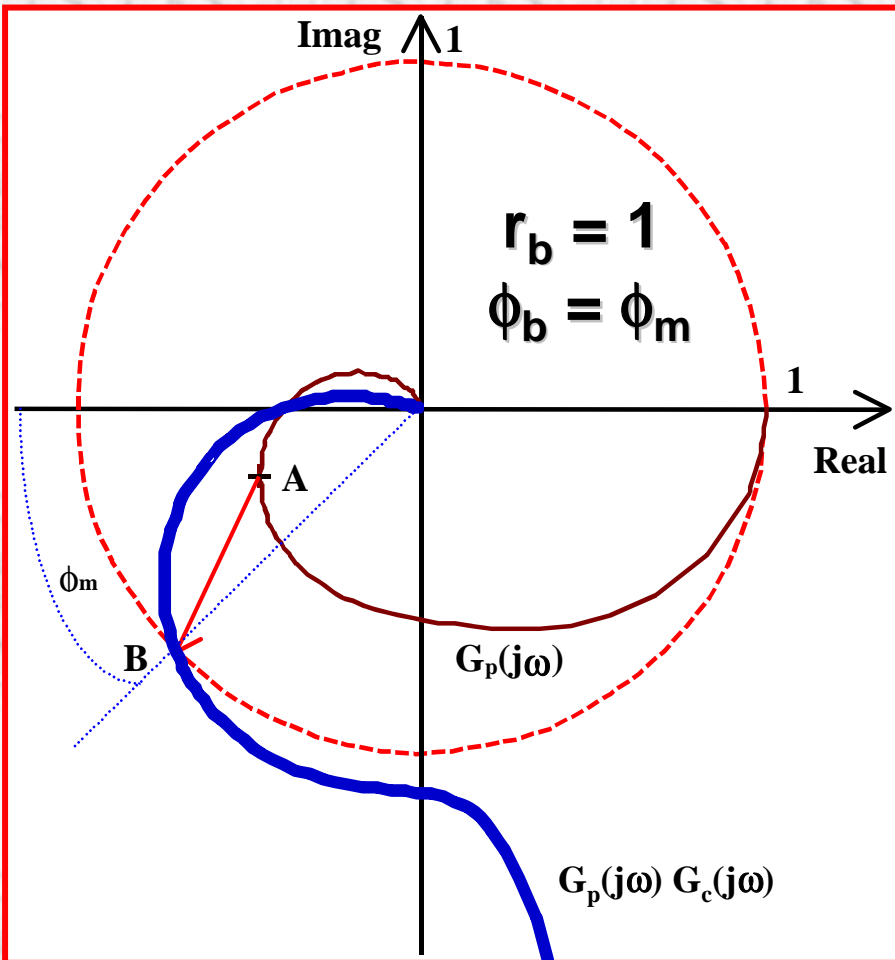


# 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Incluye como casos particulares (Tabla 5-1)

Ajuste por margen de fase

Ajuste por margen de ganancia





# 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Aström y Hägglund (1995)

**Controladores PID no interactivos**

$$G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

**Cálculo de parámetros**

$$K_P = \frac{r_b \cos(\phi_b - \phi_a)}{r_a}$$

$$T_I = \frac{1}{2 \alpha \omega_a} \left( \operatorname{tg}(\phi_b - \phi_a) + \sqrt{4 \alpha + \operatorname{tg}^2(\phi_b - \phi_a)} \right)$$

$$T_D = \alpha T_I$$

La razón  $\alpha = T_D/T_I$  constituye un parámetro de diseño

## 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

---

Se puede particularizar para otros controladores

PI 
$$T_I = - \frac{1}{\omega_a \operatorname{tg}(\phi_b - \phi_a)}$$

PD 
$$T_D = \frac{\operatorname{tg}(\phi_b - \phi_a)}{\omega_a}$$

PID interactivo o paralelo =

= conversión (PID no interactivo)

PID con filtro derivativo  $\cong$  PID

# 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

---

## Casos interesantes

**Caso 1:** El punto A no se puede elegir sino que ya viene prefijado, por ejemplo porque proviene de una experiencia de oscilación mantenida y por tanto está situado en el eje real negativo, ¿cuáles son los posibles puntos destino B?

**Caso 2:** Conocida la función de transferencia  $G_p(s)$  de un modelo del proceso y la fase del punto B, por ejemplo porque se ha especificado el margen de fase o el margen de ganancia, ¿cuál es el rango de frecuencias para el que existe solución con un controlador PI, PD o PID?

**Caso 3:** Conocido el rango de frecuencias para el que existe solución con un controlador PI o PID, ¿qué valor, dentro de ese rango, se debe elegir como frecuencia de diseño?

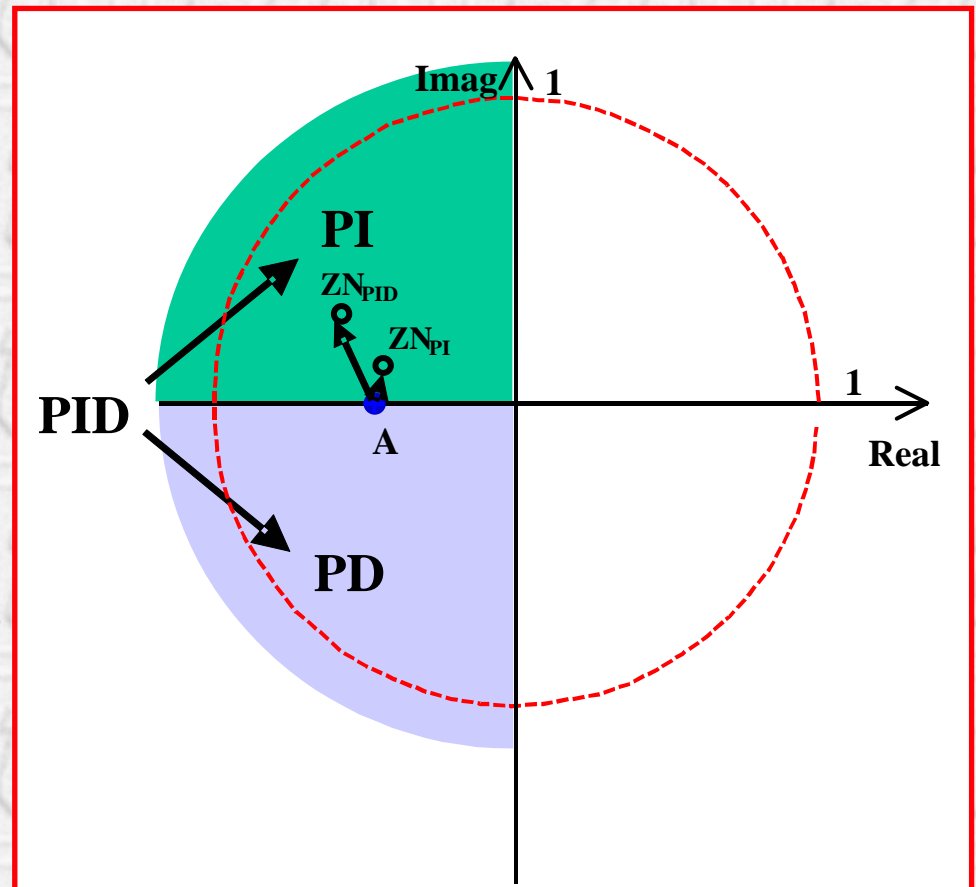


## 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se conoce un punto A situado en el eje real  
¿Cuáles son los posibles puntos destino B?

**Solución :**  
**Depende del controlador**

**Caso particular :**  
**Fórmulas de Ziegler y Nichols**

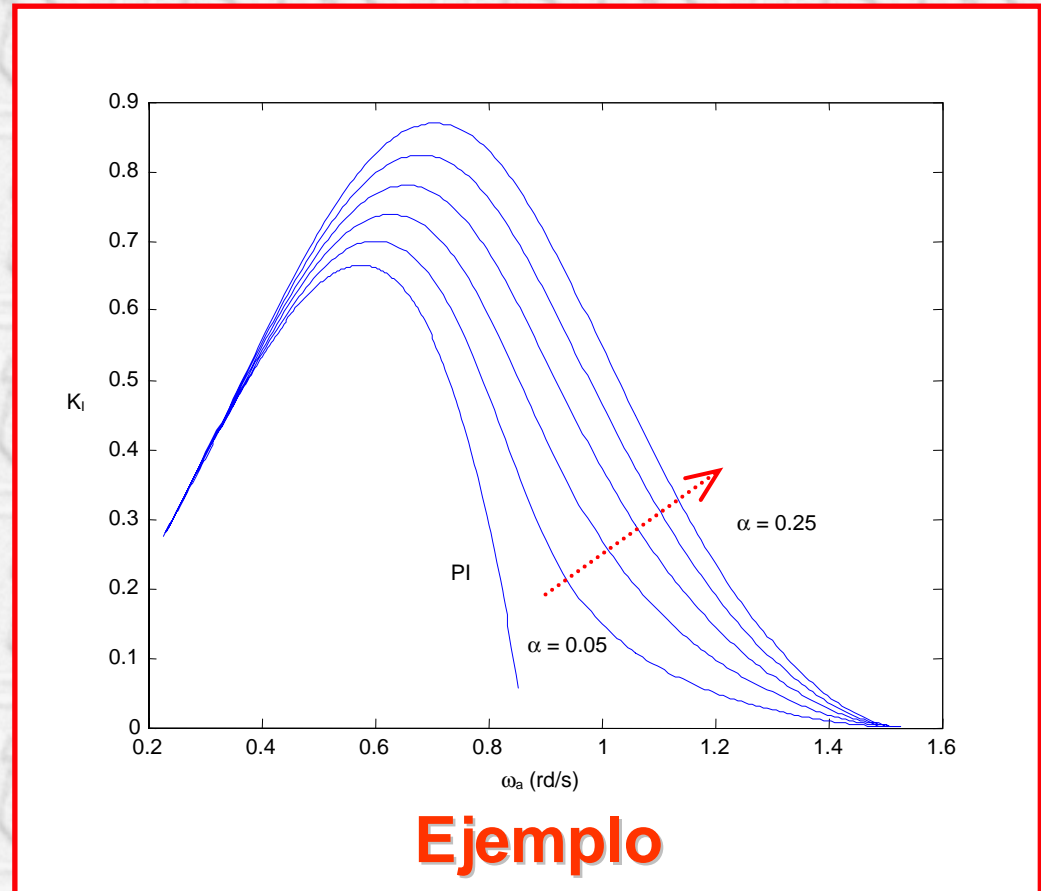




## 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se conoce el rango de frecuencias en el que existe solución, ¿qué frecuencia de diseño se debe elegir?

Para ajustes PI y PID es normal elegir aquella frecuencia de diseño que permite conseguir la máxima ganancia integral. El motivo es que al maximizar  $K_I$  se está minimizando la integral de error (IE) frente a cambios en la carga.



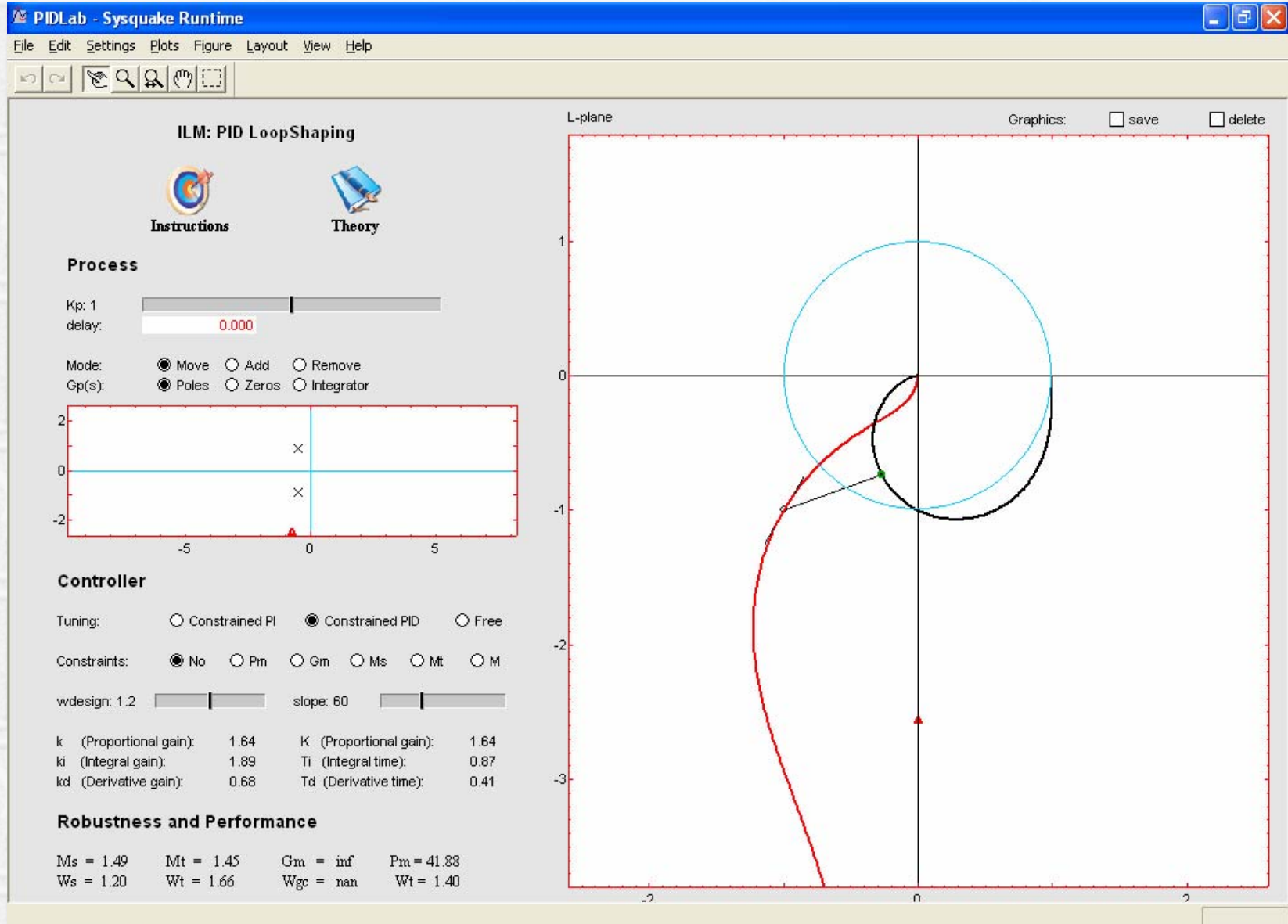


# PIDLoopShaping (1/2)

---

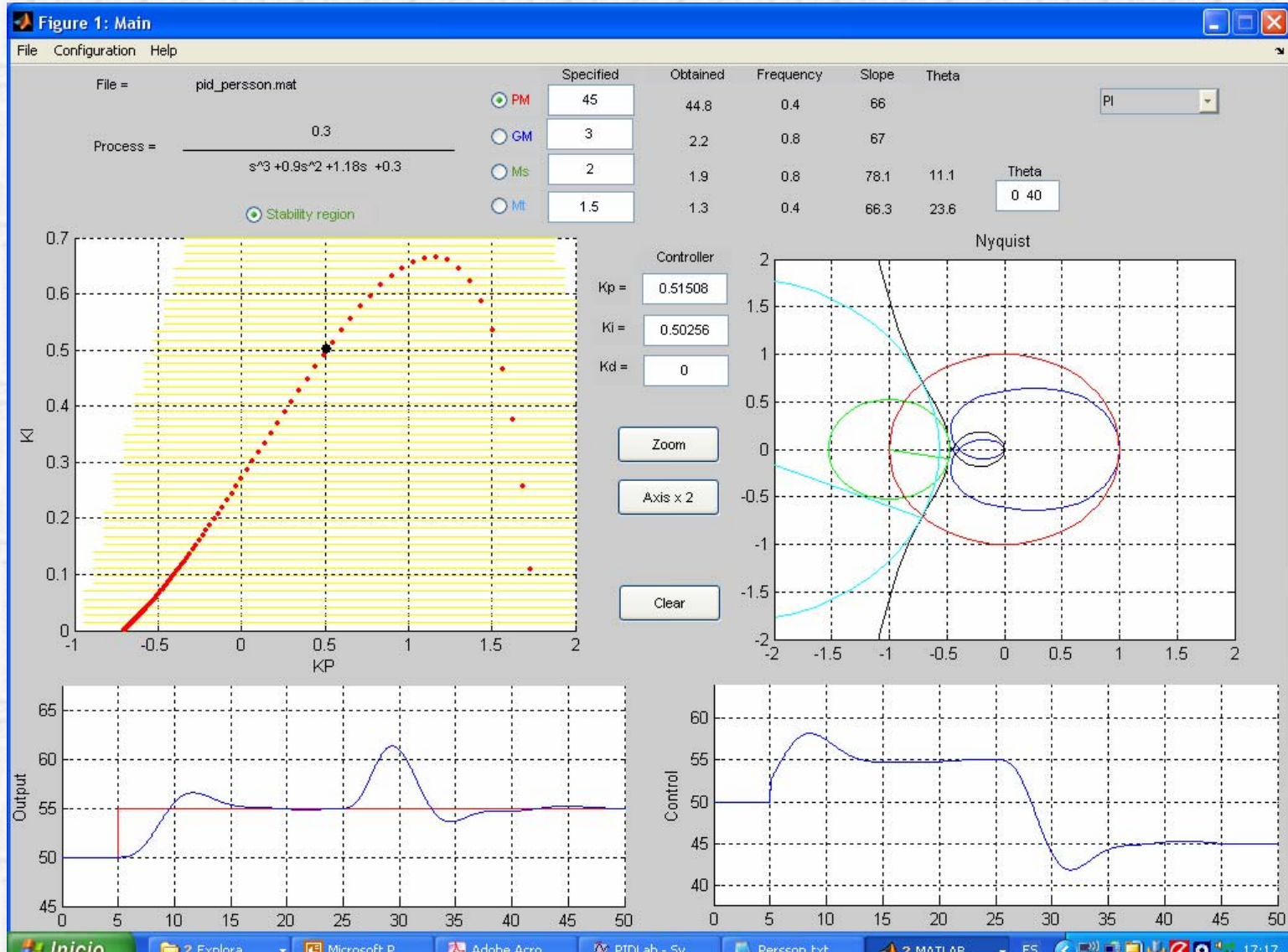
- ◆ **El tercer módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project**
  - J.L. Guzmán (U. Almería), S. Dormido (UNED), K.J. Aström (Lund Institute, Sweden) y T. Hägglund
- ◆ **Complemento al libro “Advanced PID Control” de Aström y Hägglund, 2005**
- ◆ **En evaluación (invitación personal de los autores) desde diciembre de 2005**
- ◆ **Manual de usuario y ejecutable disponible en el curso virtual**
- ◆ **Desarrollado en Sysquake 3 ([www.calerga.com](http://www.calerga.com))**

# PIDLoopShaping (1/2)



# 2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

## Ejemplo con PIDGUI (herramienta en Matlab)





# 3 Ajuste combinado por MF y MG

Dados:

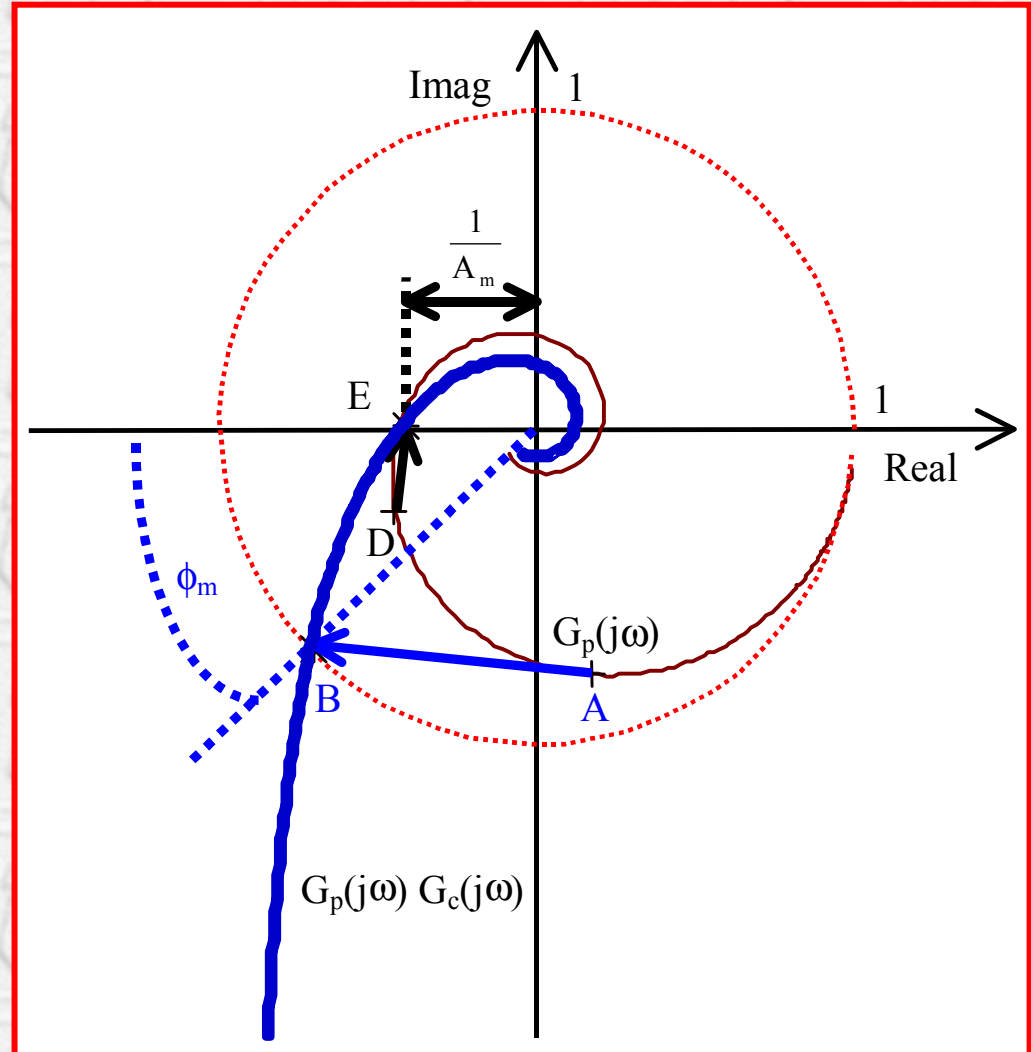
A (origen) y B (destino) MF

D (origen) y E (destino) MG

¿Qué parámetros de control permiten simultáneamente

$A \rightarrow B$  y  $D \rightarrow E$ ?

Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)



# 3 Ajuste combinado por MF y MG

- Posible si existe una pareja de frecuencias  $(\omega_a, \omega_d)$

$$\frac{\cos(\phi_m - \phi_a)}{r_a} = \frac{\cos(-\phi_d)}{A_m r_d}$$

$$\frac{1}{\omega_a} \left( \operatorname{tg}(\phi_m - \phi_a) + \sqrt{4\alpha + \operatorname{tg}^2(\phi_m - \phi_a)} \right) = \frac{1}{\omega_d} \left( \operatorname{tg}(-\phi_d) + \sqrt{4\alpha + \operatorname{tg}^2(-\phi_d)} \right)$$

- Parámetros de control ( $K_P$ ,  $T_I$  y  $T_D$ ) por MF a  $\omega_a$  o por MG a  $\omega_d$

# 3 Ajuste combinado por MF y MG

---

Ajuste combinado por margen de fase y margen de ganancia

## Ventajas:

- Garantiza estabilidad
- Desaparece el grado de libertad en frecuencia
- Permanece el grado de libertad en  $T_D/T_1$

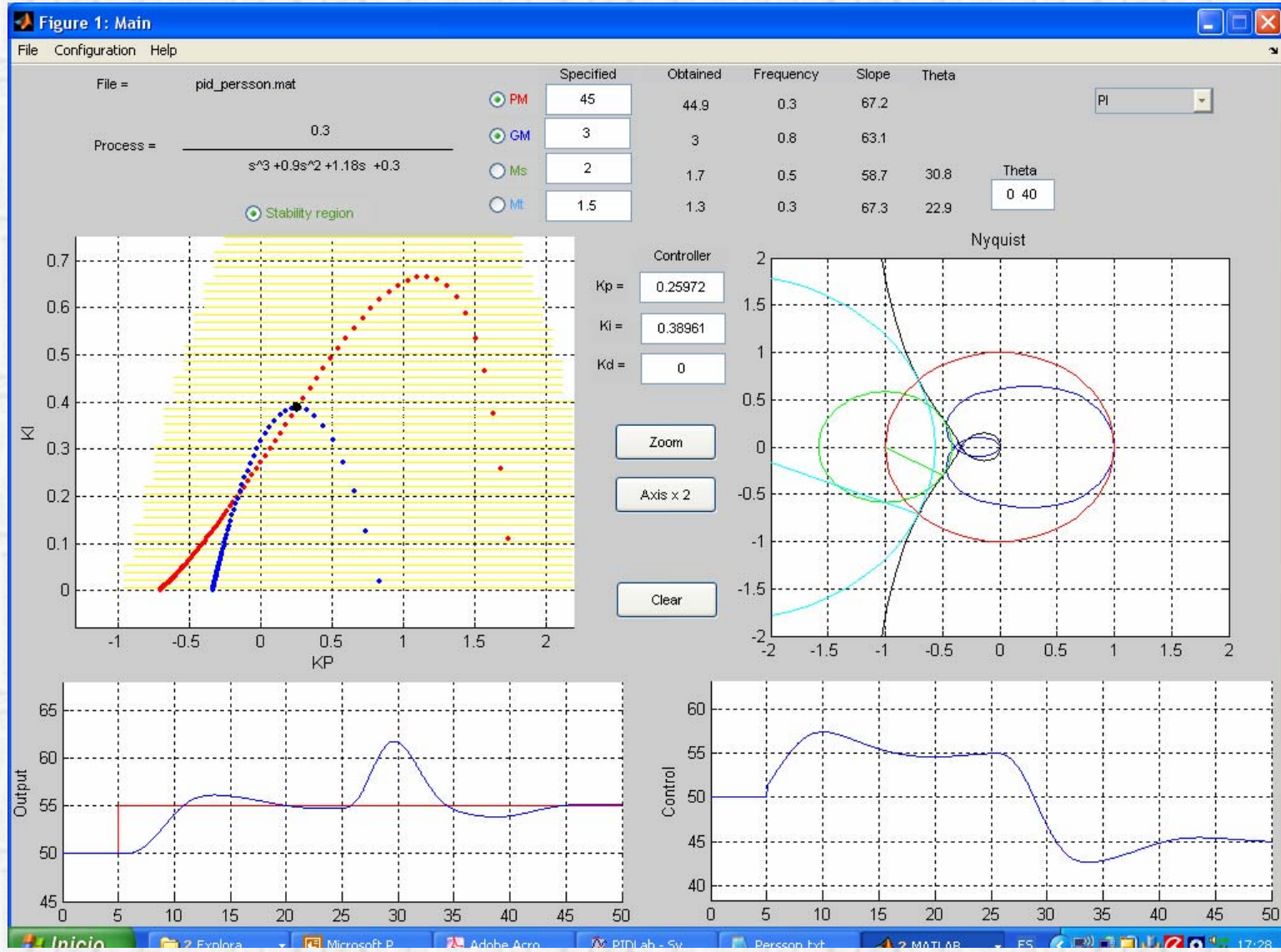
## Desventajas:

- La solución puede no existir
- La solución no es inmediata (sist. de ecuaciones no lineales)
- Se recomienda recurrir a la solución gráfica



# 3 Ajuste combinado por MF y MG

## Ejemplo con PIDGUI (herramienta en Matlab)



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

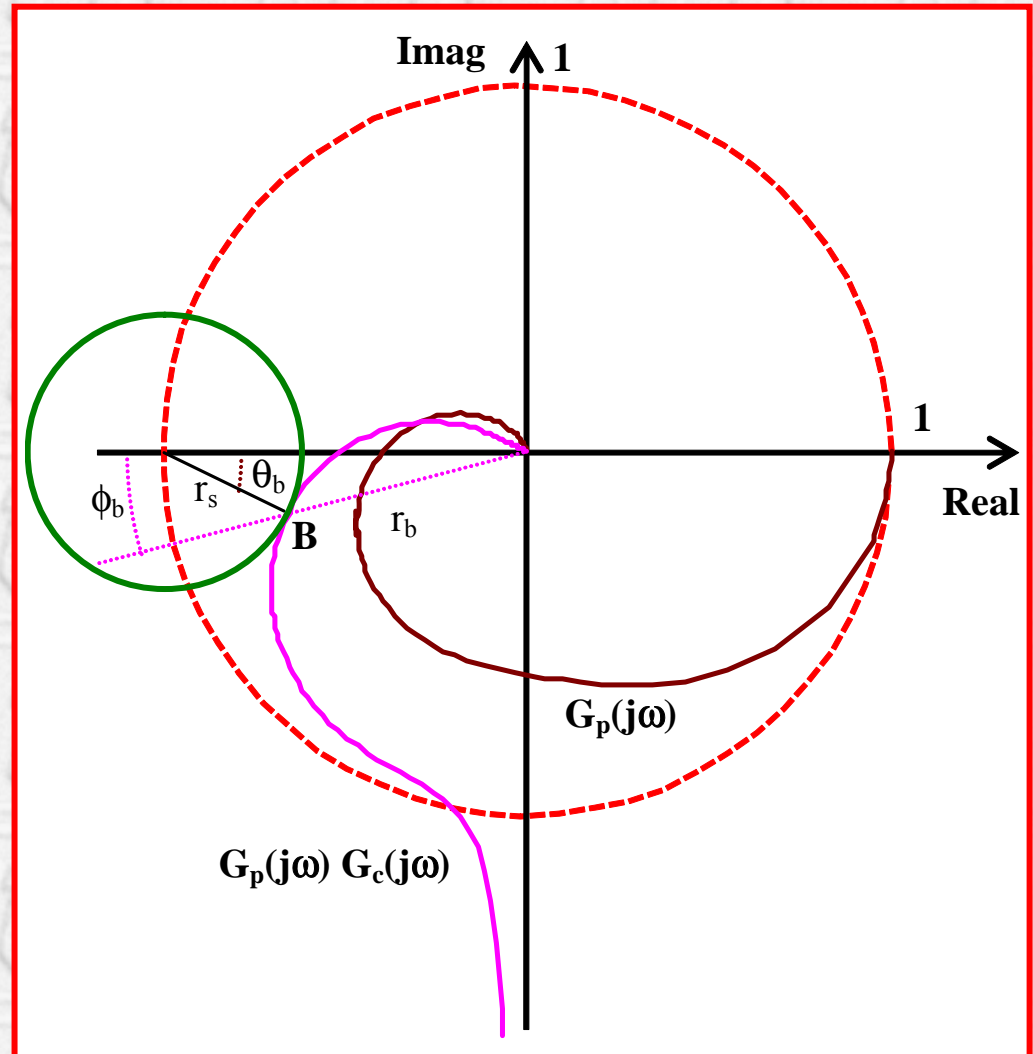
Dados:

A (origen) y B (destino) del círculo  $M_s$

¿Qué parámetros de control permiten simultáneamente  $A \rightarrow B$  y que  $G_p(j\omega)G_c(j\omega)$  no invada al círculo  $M_s$ ?

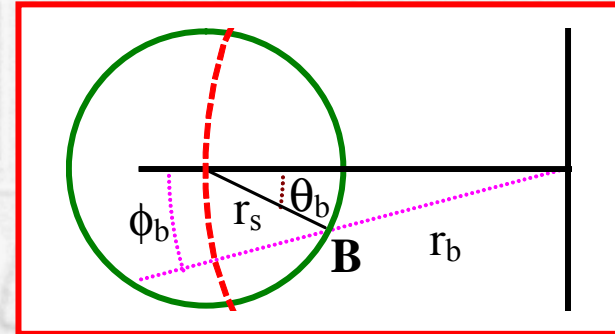
Metodología para este tipo de ajuste (Dormido y Morilla, 2004)

Justificación: con una sola especificación  $M_s$ , se imponen restricciones al MF y al MG.



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Dormido y Morilla (2004)

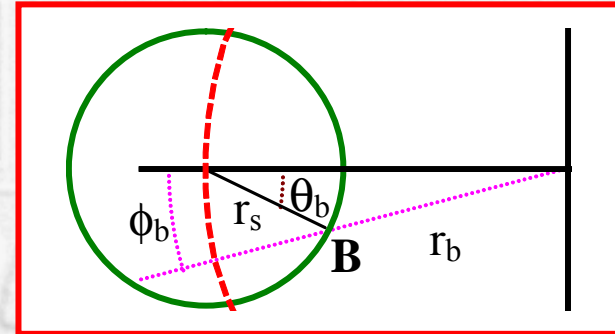


- Fijar B especificando su posición relativa  $\theta_b$  ( $0^\circ$  a  $45^\circ$ ) en el círculo de radio  $r_s=1/M_s$  y centro  $(-1,0)$
- Convertir a coordenadas  $r_b$  y  $\phi_b$
- Aplicar el procedimiento general de ajuste  $A \rightarrow B$  para el rango de frecuencias de interés
- Evaluar la condición de tangencia de todas las soluciones
- Elegir la frecuencia de diseño  $\omega_a$  que minimiza la condición de tangencia



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Dormido y Morilla (2004)



- **Conversión a coordenadas  $r_b$  y  $\phi_b$**

$$\phi_b = \text{atan} \frac{r_s \text{ sen } \theta_b}{1 - r_s \text{ cos } \theta_b}$$

$$r_b = \frac{r_s \text{ sen } \theta_b}{\text{sen } \phi_b}$$

- **En la condición de tangencia intervienen las derivadas de  $r_b$  y  $\phi_b$  respecto a la frecuencia**

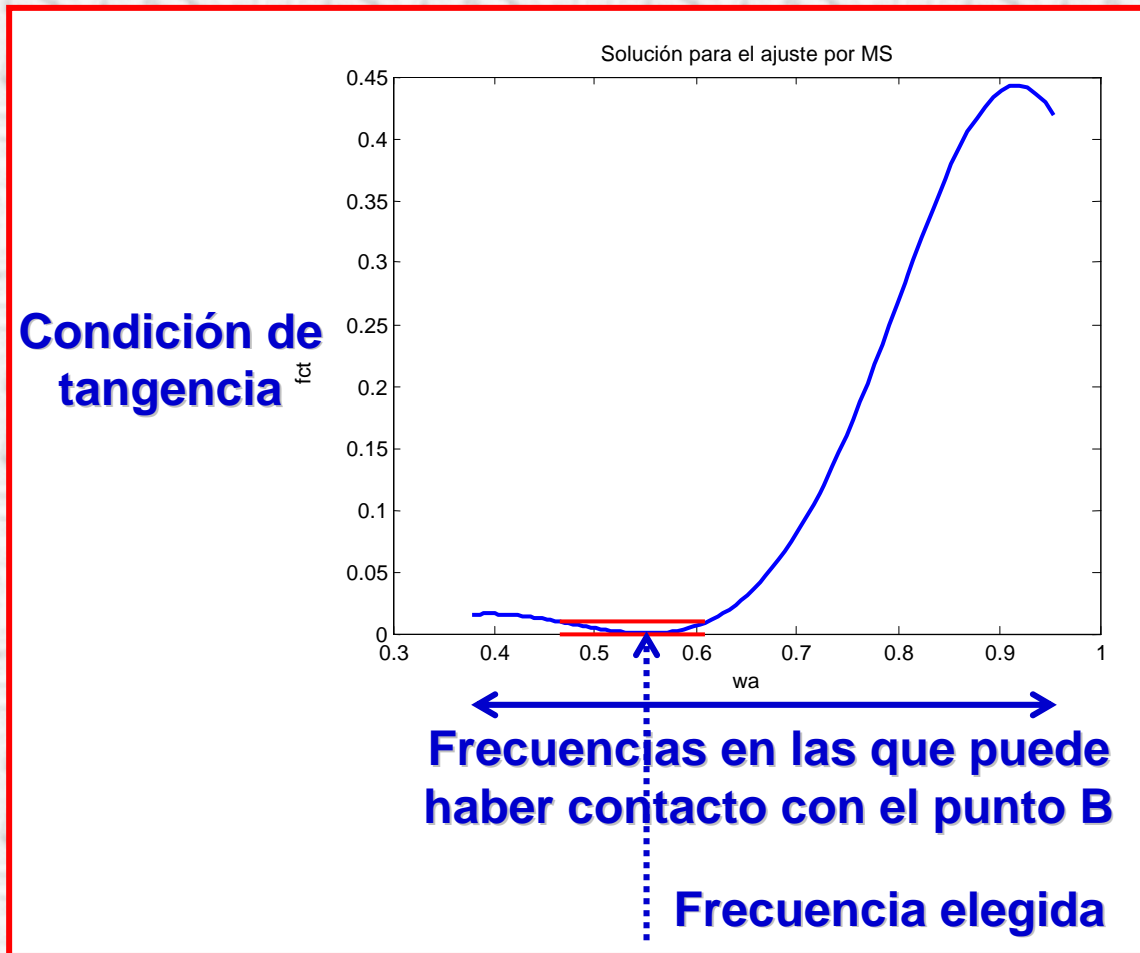
$$r_b r'_b - r'_b \text{ cos } \phi_b + r_b \phi'_b \text{ sen } \phi_b = 0$$

..... ver desarrollo completo en el documento

# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PI  
para  $M_s=2$  y  $\theta_b=30^\circ$

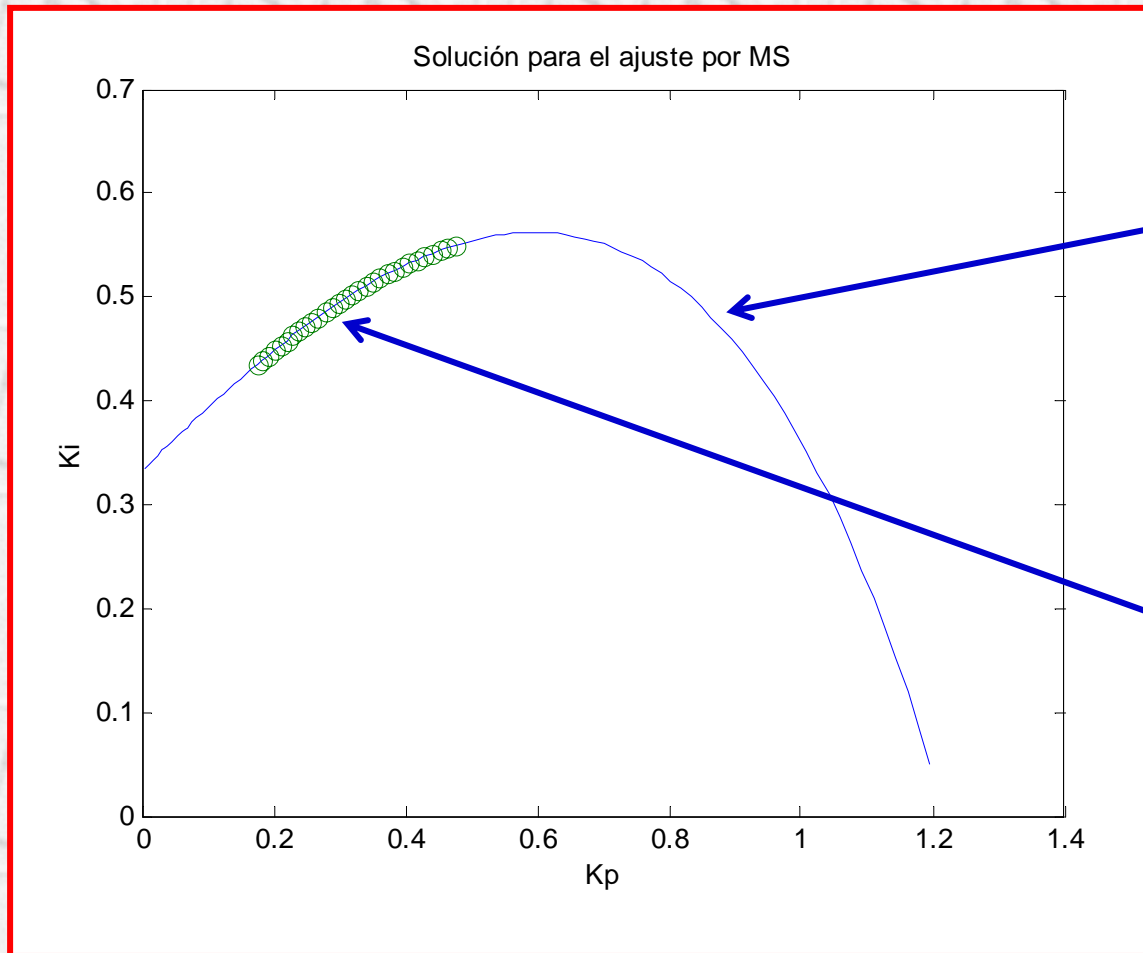
$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)(s^2 + 0.6s + 1)}$$



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PI  
para  $M_s=2$  y  $\theta_b=30^\circ$

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)(s^2 + 0.6s + 1)}$$



Parejas  $(K_p, K_i)$  que  
puede producir  
contacto con el  
punto B

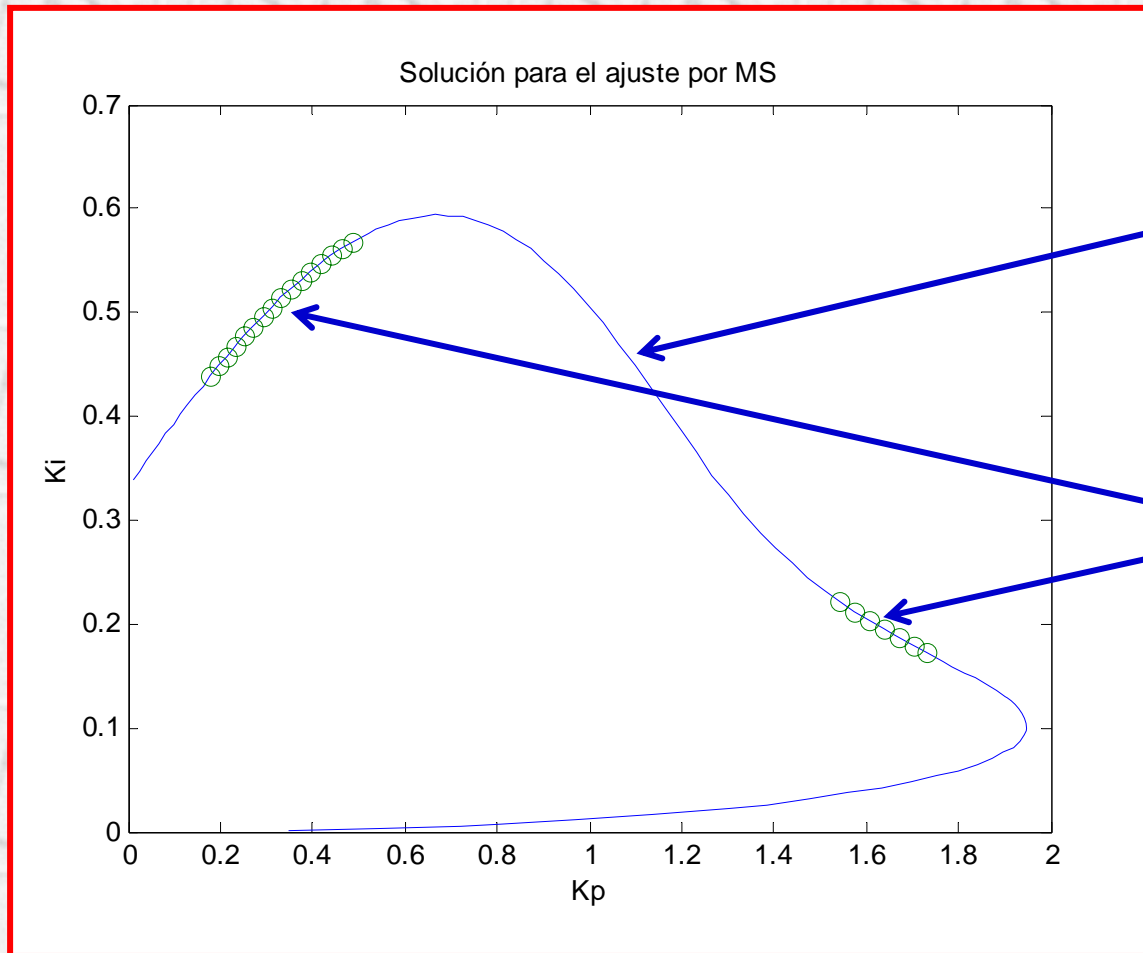
Parejas  $(K_p, K_i)$  que  
garantizan  
condición de  
tangencia dentro  
de la tolerancia  
exigida



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID  
( $T_D/T_I=0.1$ ) para  $M_s=2$  y  $\theta_b=30^\circ$

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)(s^2 + 0.6s + 1)}$$



Parejas ( $K_p, K_i$ ) que puede producir contacto con el punto B

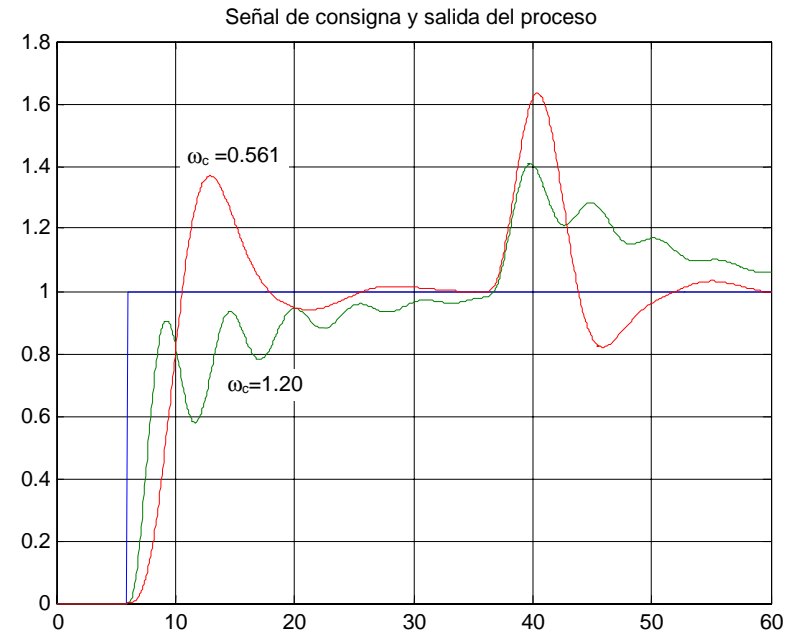
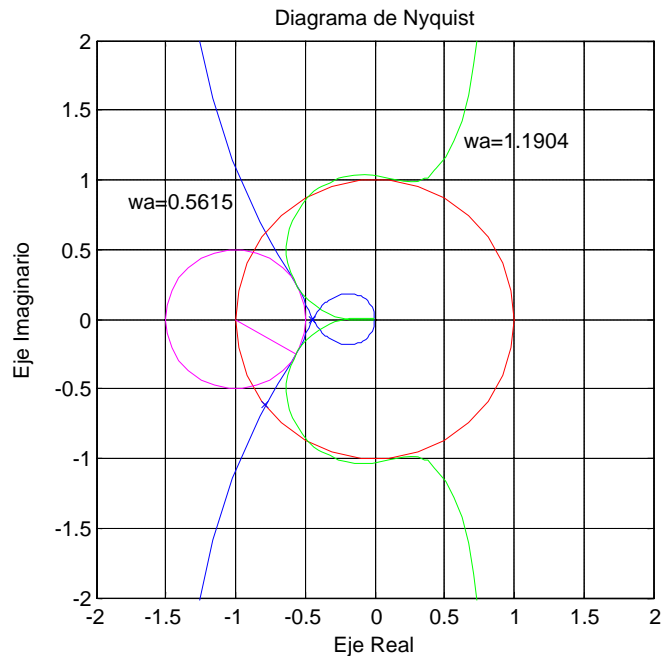
Parejas ( $K_p, K_i$ ) que garantizan condición de tangencia dentro de la tolerancia exigida

# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID  
( $T_D/T_I=0.1$ ) para  $M_s=2$  y  $\theta_b=30^\circ$

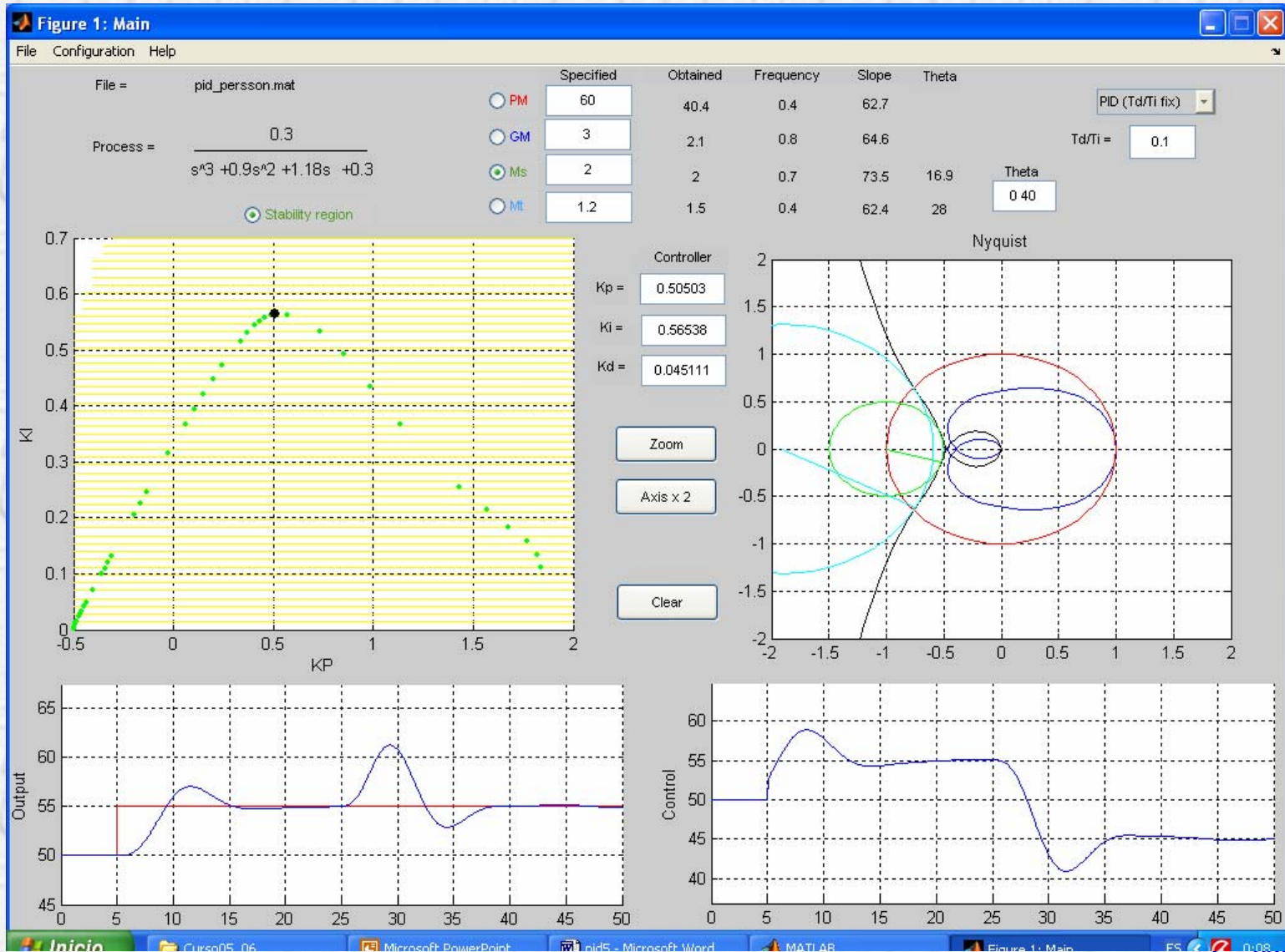
¿qué solución es mejor?

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)(s^2 + 0.6s + 1)}$$



# 4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID ( $T_D/T_I=0.1$ ) para  $M_s=2$  y  $\theta_b=[0^\circ \ 40^\circ]$





# 4 Ajuste con acciones independientes

Sin imponer relaciones entre los parámetros de control y sin restricciones en sus signos.

**Controladores PID paralelos**

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

**Cálculo de parámetros**

$$K_P = \frac{r_b \cos(\phi_b - \phi_a)}{r_a}$$

$$\omega_a K_D - \frac{K_I}{\omega_a} = \frac{r_b \sin(\phi_b - \phi_a)}{r_a}$$

Pero añadiendo una condición geométrica (por ejemplo la pendiente en el punto B) a la respuesta en frecuencia que aporte una nueva expresión preferiblemente entre  $K_I$  y  $K_D$ .

# 4 Ajuste con acciones independientes

Ejemplo con PIDLoopShaping (MG=2, con pendiente 90°).

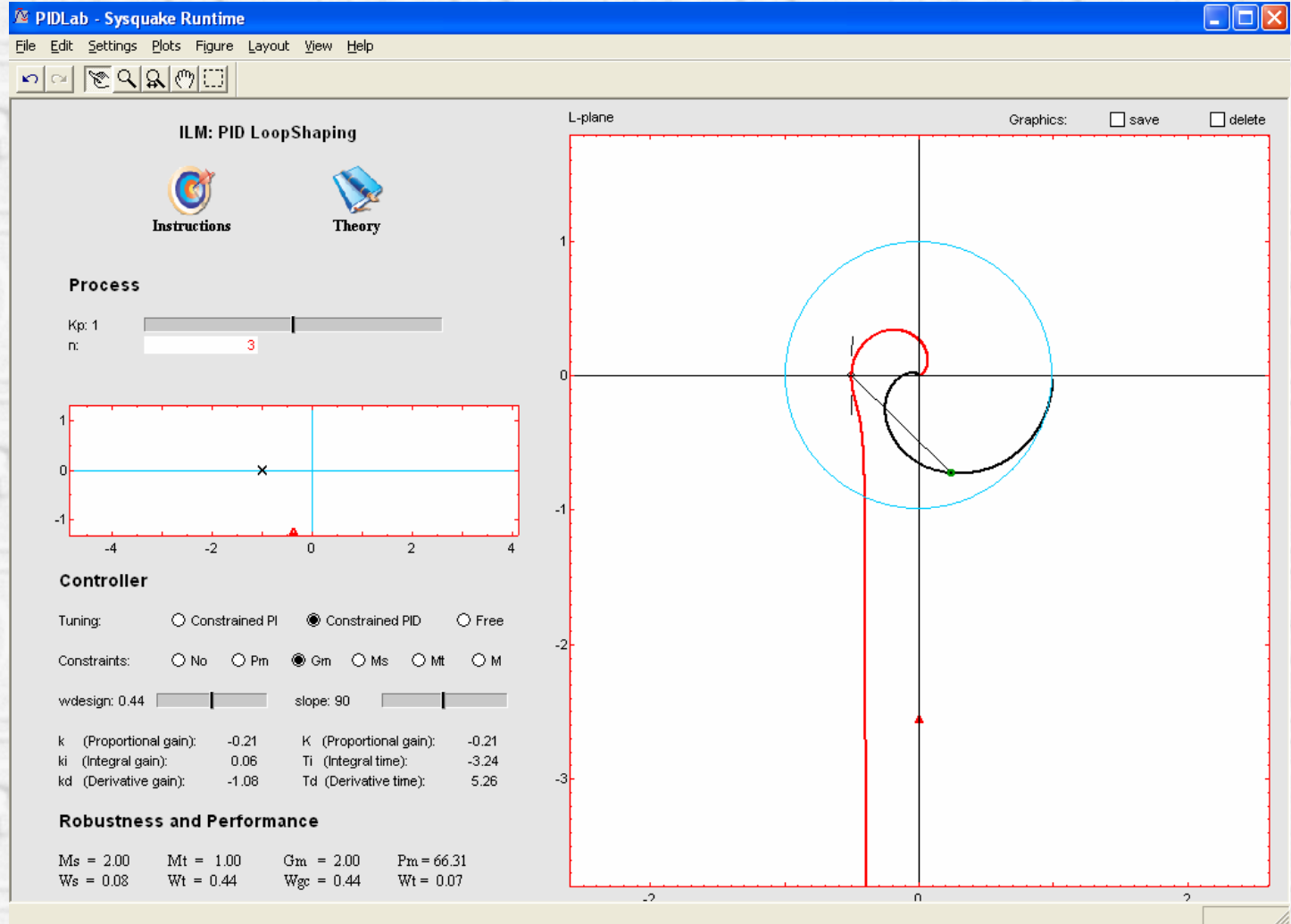
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

Se observa:

$$K_P < 0$$

$$K_I > 0$$

$$K_D < 0$$



# 5 Ejemplo: intercambiador de calor

---

- Utilizar un modelo del proceso (aunque sea simple)
- Elegir el controlador PI o PID (con  $\alpha$  acotado o fijo)
- Utilizar como especificación el MF o el MG
- Incorporar elección automática de la frecuencia de diseño (y de  $\alpha$ )
- Probar a combinar MF y MG
- Probar ajuste por  $M_s$



# Ajustes en frecuencia

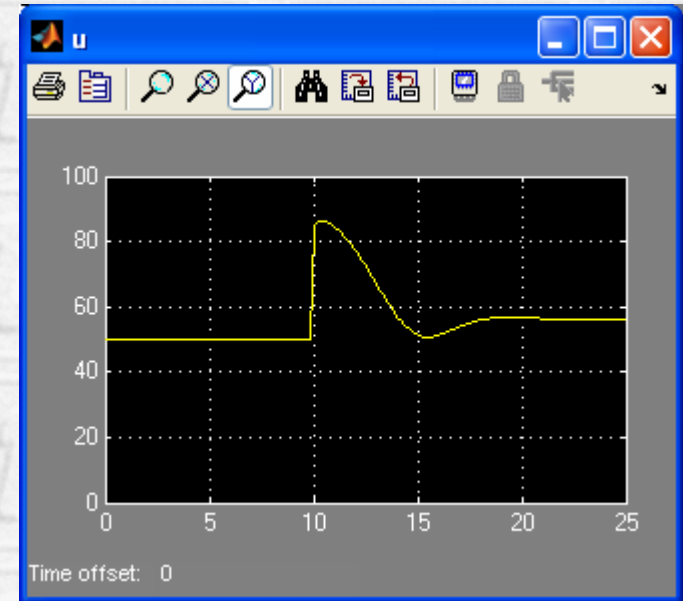
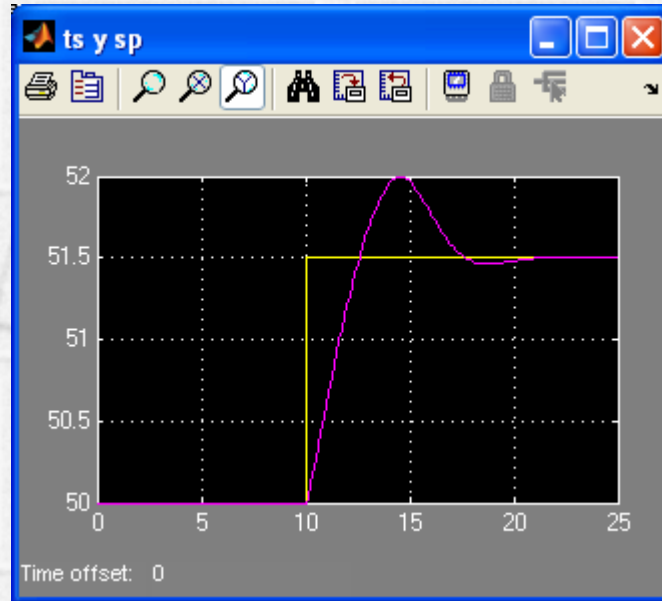
Para el intercambiador de calor

$$G(s) = \frac{0.22}{(5.45s + 1)} e^{-0.51s}$$

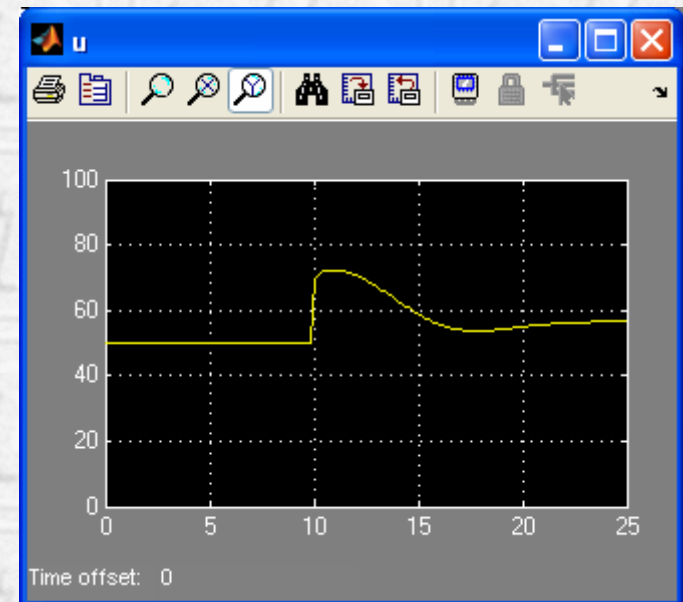
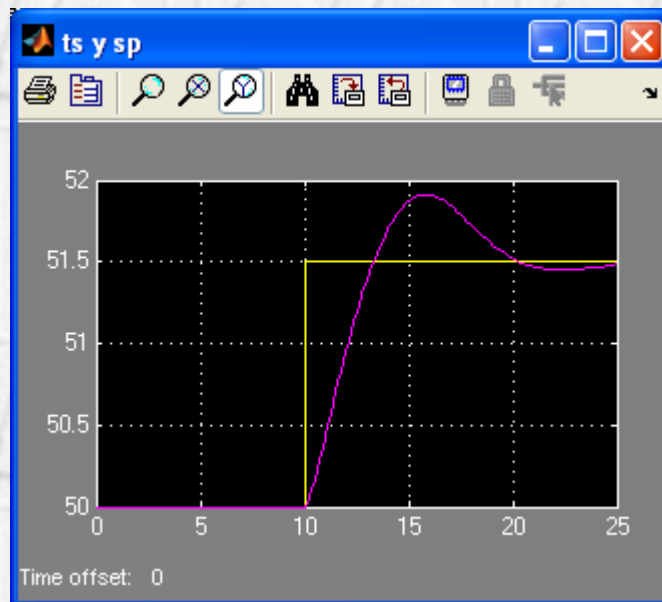
	Ajuste	Especificaciones	$K_P$	$T_I$	$T_D$
PI	MF y MG	45° y 3	22.9	2.0	0
PI	MF y MG	60° y 4	18.4	3.3	0
PID	MF y MG	45° y 3	30.3	1.6	0.16
PID	MF y MG	60° y 4	20.2	2.4	0.24
PI	$M_s$	1.4 con 30°	12.9	2.0	0
PID	$M_s$	1.4 con 30°	21.5	1.7	0.17

# Pruebas con el modelo Simulink del intercambiador

PI;  $\phi_m=45^\circ$   
y  $A_m=3$

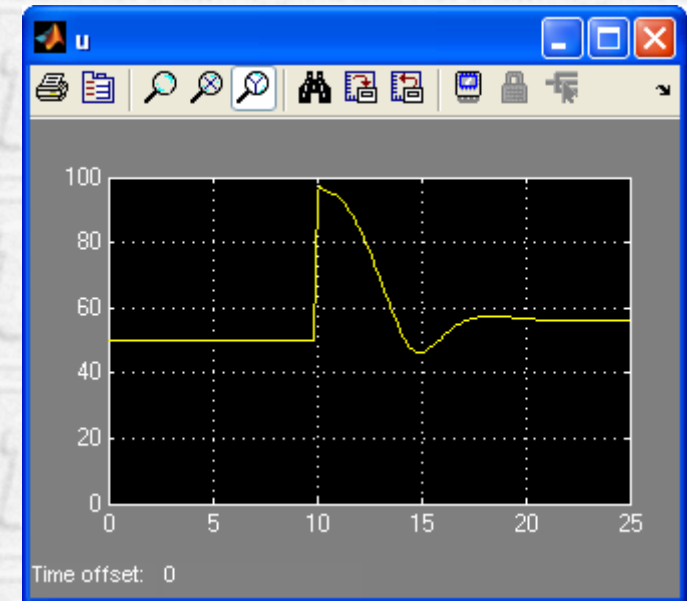
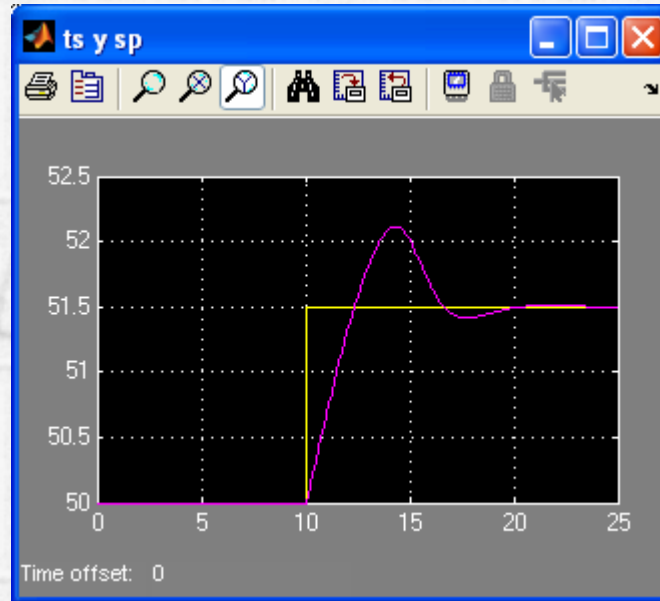


PI;  $M_s=1.4$   
con  $30^\circ$

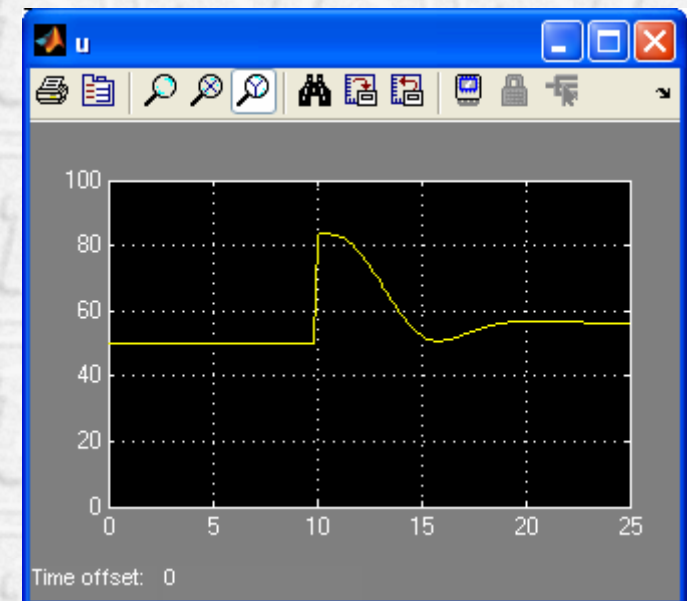
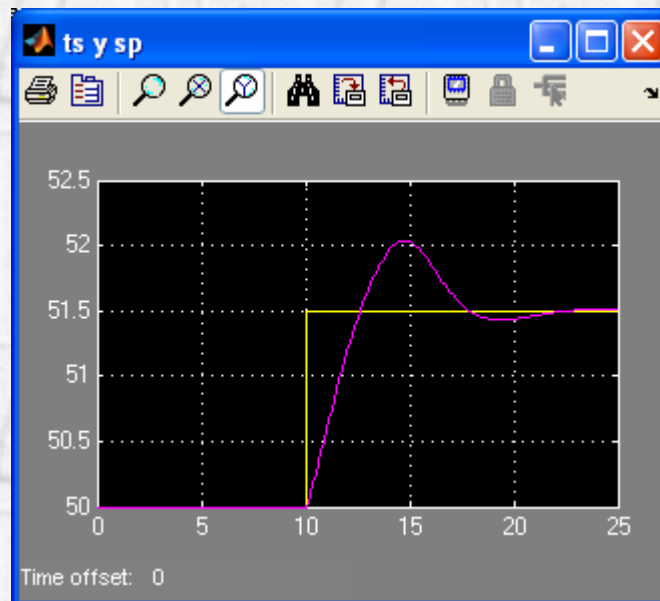


# Pruebas con el modelo Simulink del intercambiador

PID;  
 $\phi_m=45^\circ$  y  
 $A_m=3$



PID;  $M_s=1.4$   
con  $30^\circ$





# **Control PID Multivariable**

**Fernando Morilla García**

**Dpto. de Informática y Automática**

**ETSI de Informática, UNED**

**Sevilla 29 de noviembre de 2007**

# Contenido

---

**¿Control centralizado o descentralizado?**

**Diseño de control centralizado**

**Compensación multivariable**

**Control centralizado por desacoplo**

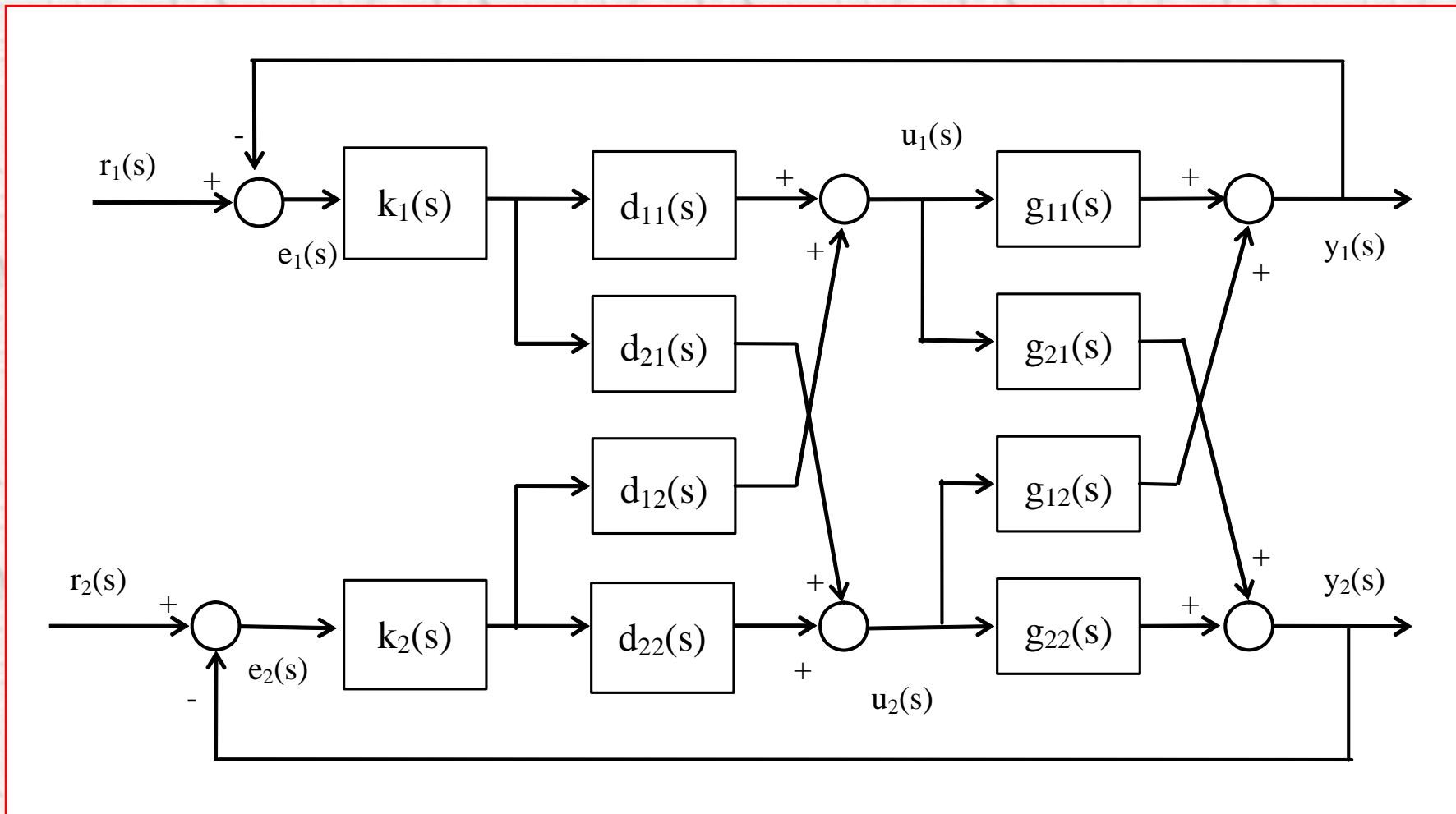
**Control descentralizado**

**Control centralizado con cuatro PIDs**

**Ejemplos sobre una columna de destilación**

# ¿Control centralizado o descentralizado? (1/4)

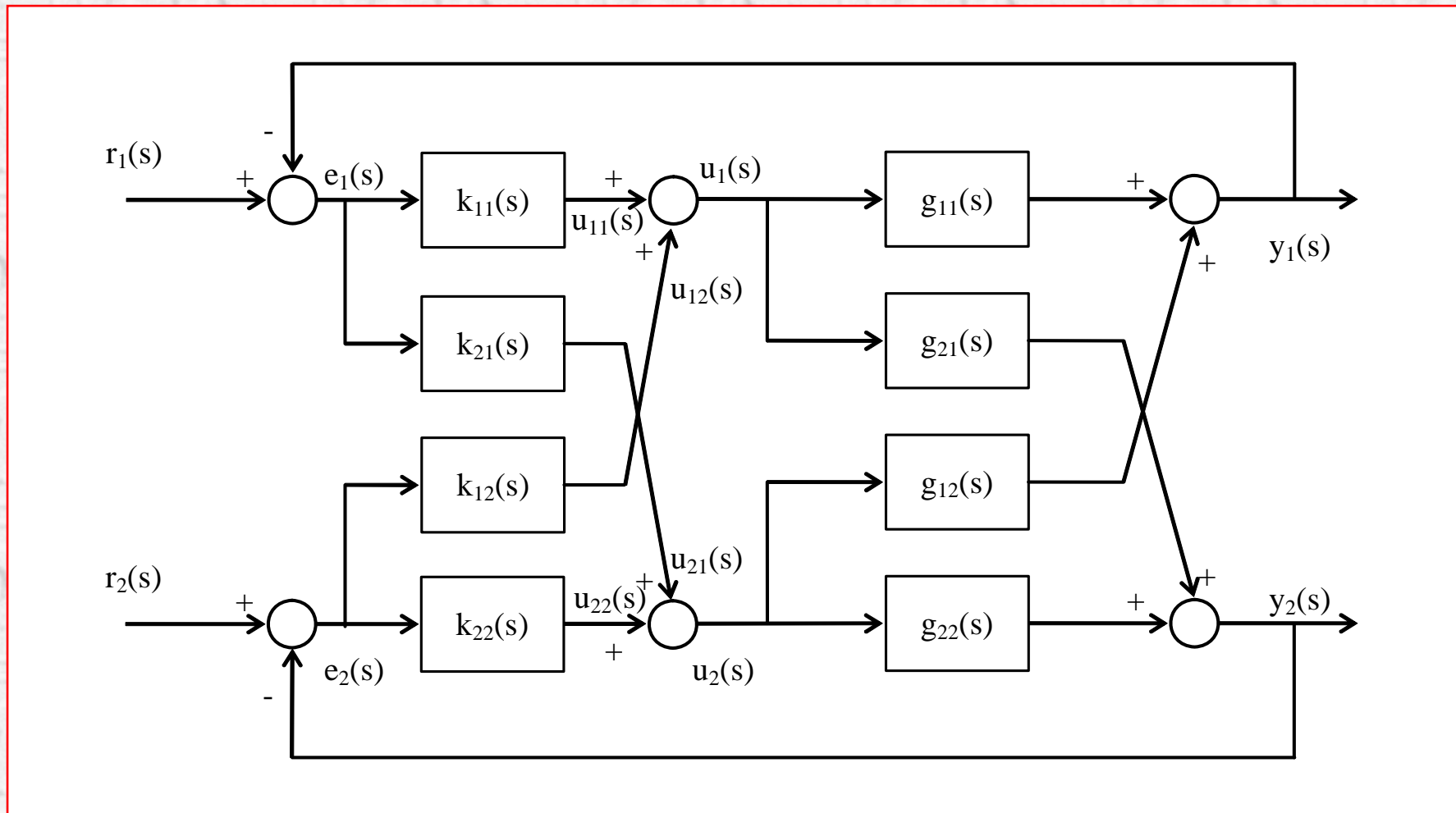
## Control centralizado 2x2 con red de desacoplo explicita





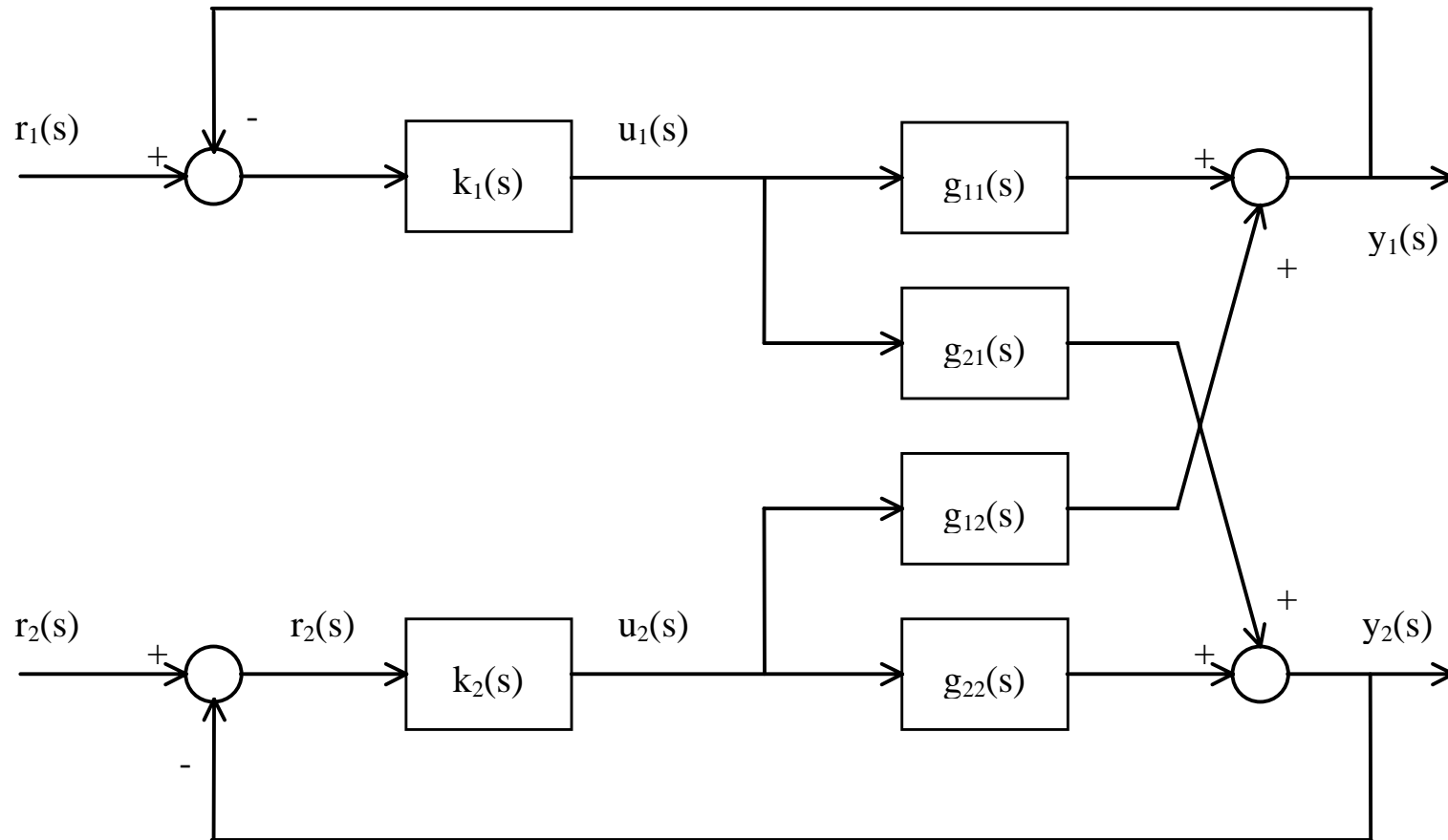
# ¿Control centralizado o descentralizado? (2/4)

## Control centralizado 2x2



# ¿Control centralizado o descentralizado? (3/4)

## Control descentralizado 2x2



# ¿Control centralizado o descentralizado? (4/4)

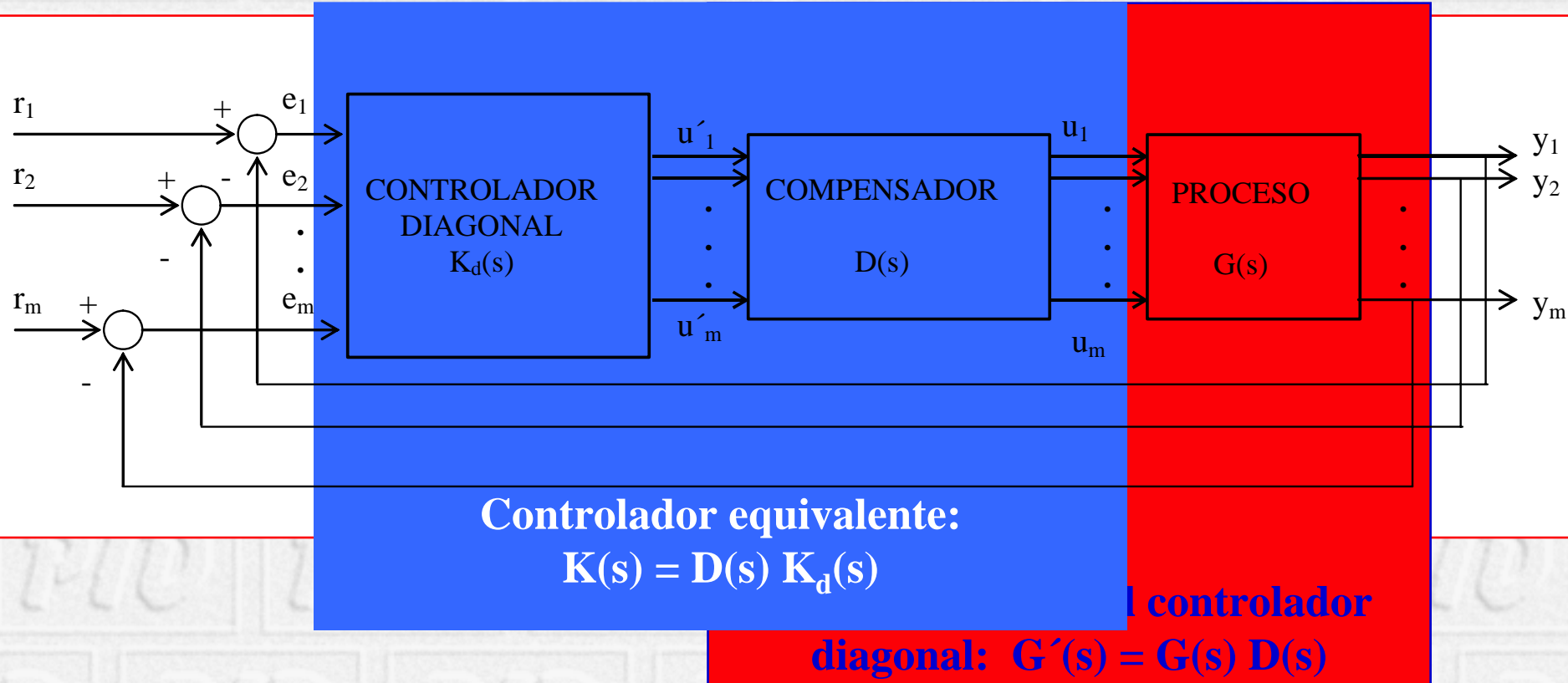
---

- ◆ La dificultad no reside en el número de variables sino en el grado de interacción entre ellas
- ◆ El análisis de la interacción es aconsejable si se decide utilizar control centralizado
- ◆ El análisis de la interacción es necesario para elegir entre centralizado y descentralizado
- ◆ Medida de interacción más utilizada
  - RGA (Matriz de ganancias relativas). Medida estática, en el caso 2x2 basta con un elemento, el  $\lambda_{11}$

Entorno TITO (Morilla y Vázquez)



# Diseño de control centralizado



- ◆ Skogestad y Postlethwaite (1996):
  - Diseño de  $D(s)$  para facilitar el control de  $G(s)$
  - Diseño de  $K_d(s)$  para  $G'(s) = G(s) D(s)$
  - Controlador final dado por  $K(s) = D(s) K_d(s)$
- ◆ Wang (2003): Diseño de  $K(s)$  por desacoplo

# Compensación multivariable

---

- ◆ **Objetivo:** determinar  $D(s)$  para que el conjunto  $G(s) D(s)$  no presente interacción entre sus variables o la mínima posible
- ◆ **Tipos:**
  - **Desacoplo dinámico**, pretende anular la interacción en todas las frecuencias, con una matriz de funciones de transferencia
  - **Desacoplo en estado estacionario**, pretende anular la interacción a frecuencia nula, con una matriz de ganancias

# Ejemplo de desacoplo dinámico

## Proceso 2 x 2

$$G(s) W(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} g_{11}(s) d_{11}(s) + g_{12}(s) d_{21}(s) & g_{11}(s) d_{12}(s) + g_{12}(s) d_{22}(s) \\ g_{21}(s) d_{11}(s) + g_{22}(s) d_{21}(s) & g_{21}(s) d_{12}(s) + g_{22}(s) d_{22}(s) \end{pmatrix}$$

**Se consigue desacoplo dinámico eligiendo adecuadamente  $d_{ij}(s)$**

$$g_{11}(s) d_{12}(s) + g_{12}(s) d_{22}(s) = 0$$

$$g_{21}(s) d_{11}(s) + g_{22}(s) d_{22}(s) = 0$$

**4 incógnitas  
2 ecuaciones**



# Ejemplo de desacoplo dinámico

**Proceso  
2x2**

**Se tienen 2  
grados de  
libertad y  
se fijan  
 $d_{ii}(s) = 1$**

$$\begin{aligned} G(s) D(s) &= \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} g_{11}(s) + g_{12}(s) d_{21}(s) & g_{11}(s) d_{12}(s) + g_{12}(s) \\ g_{21}(s) + g_{22}(s) d_{21}(s) & g_{21}(s) d_{12}(s) + g_{22}(s) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} g_{11}(s) - g_{12}(s) \frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 0 \\ 0 & -g_{21}(s) \frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} + g_{22}(s) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Compensador  
2 bloques unitarios  
2 bloques dinámicos**

$$d_{21}(s) = - \frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} \qquad d_{12}(s) = - \frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)}$$

# Ejemplo de desacoplo dinámico

- ◆ Otras posibilidades de desacoplo es fijar a 1 dos de los  $d_{ij}$  y despejar los otros dos. No tienen porque ser los de la diagonal, como se hacía en al caso anterior.
- ◆ También se consigue el desacoplo perfecto eligiendo (Nordfeldt):

$$d_{11}(s) = g_{22}(s) ; d_{12}(s) = -g_{12}(s) ; d_{21}(s) = -g_{21}(s) ; d_{22}(s) = g_{11}(s)$$

**Problema:** la red resultante presenta la misma complejidad que la matriz de funciones de transferencia del proceso

**Punto de partida de una nueva metodología (Nordfeldt) que parte de que la red de desacoplo sólo debe incluir los retardos y la dinámica totalmente imprescindible**

# Ejemplo de desacoplo estático

$$G(s) D = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_{12} \\ d_{21} & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} g_{11}(s) + g_{12}(s) d_{21} & g_{11}(s) d_{12} + g_{12}(s) \\ g_{21}(s) + g_{22}(s) d_{21} & g_{21}(s) d_{12} + g_{22}(s) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} g_{11}(s) - g_{12}(s) \frac{g_{21}(0)}{g_{22}(0)} & -g_{11}(s) \frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} + g_{12}(s) \\ g_{21}(s) - g_{22}(s) \frac{g_{21}(0)}{g_{22}(0)} & -g_{21}(s) \frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} + g_{22}(s) \end{pmatrix}$$

**Proceso  
2 x 2**

**Compensador**

**2 bloques unitarios**

**2 bloques ganancias**

$$d_{21} = - \frac{g_{21}(0)}{g_{22}(0)}$$

$$d_{12}(s) = - \frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)}$$

# Ejemplo de desacoplo estático

## ◆ Siguiendo la idea de Nordfeldt:

$$d_{11} = g_{22}(0) \quad ; \quad d_{12} = -g_{12}(0) \quad ; \quad d_{21} = -g_{21}(0) \quad ; \quad d_{22} = g_{11}(0)$$

## ◆ Metodología incluida en TITO, tanto en dinámico como en estacionario.

- Con el fin de conseguir normalización, se incorpora un reajuste de las ganancias de la red de desacoplo para que el elemento 11 de  $G(s)D(s)$  tenga ganancia 1 en estado estacionario

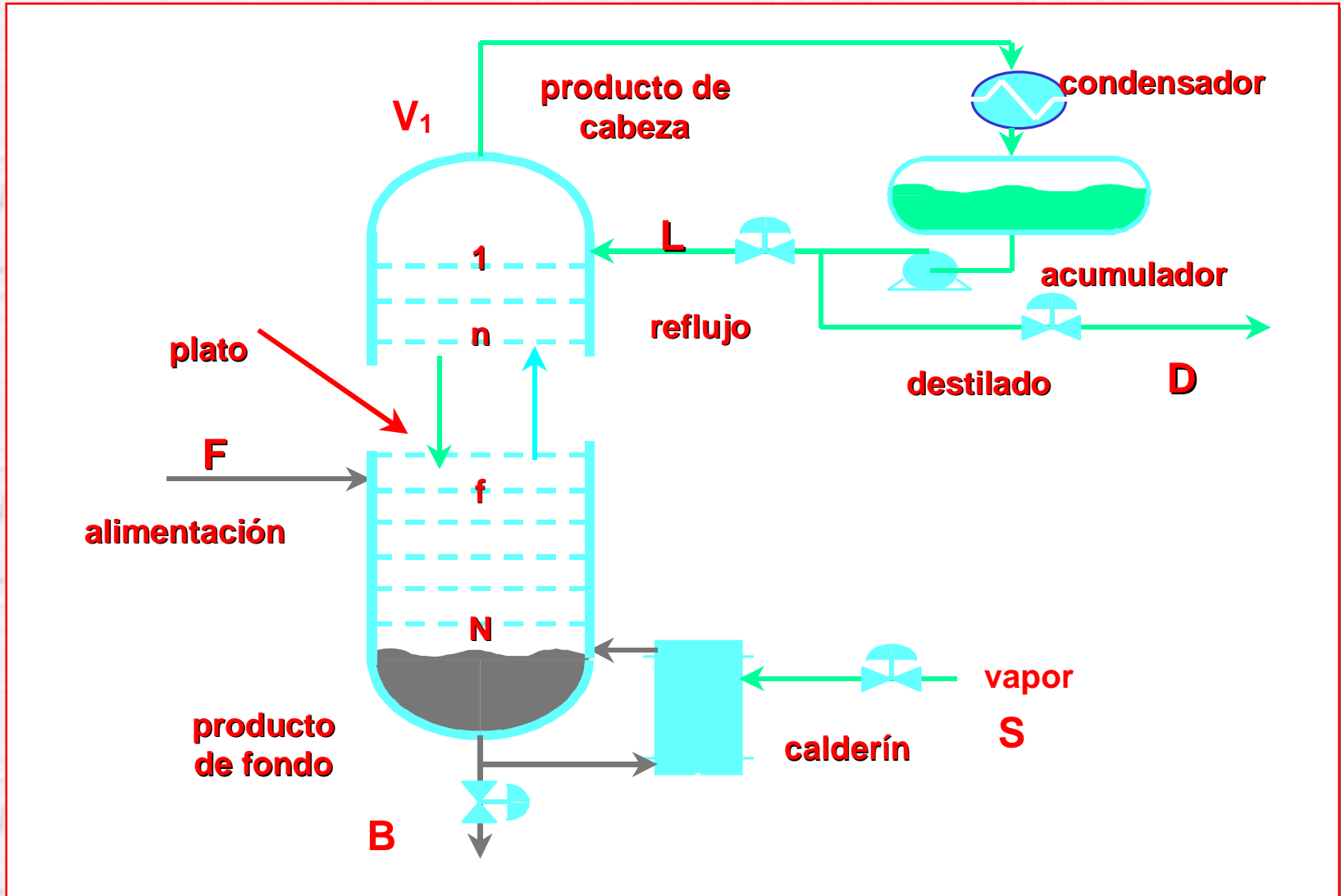


# Problemas del Desacoplo

---

- ◆ **Desacoplo es muy sensible a los errores de modelado y a las incertidumbres. Se debe avanzar en técnicas de desacoplo robusto.**
- ◆ **No garantiza un buen rechazo a las perturbaciones. Para conseguir un buen compromiso entre consignas y perturbaciones se debe acudir a la estructura con dos grados de libertad.**
- ◆ **A los ceros de transmisión del proceso se le suman los del compensador.**
- ◆ **No permite tratar de forma general los sistemas con retardos. Aunque sí el caso 2x2.**

# Ejemplo de proceso multivariable

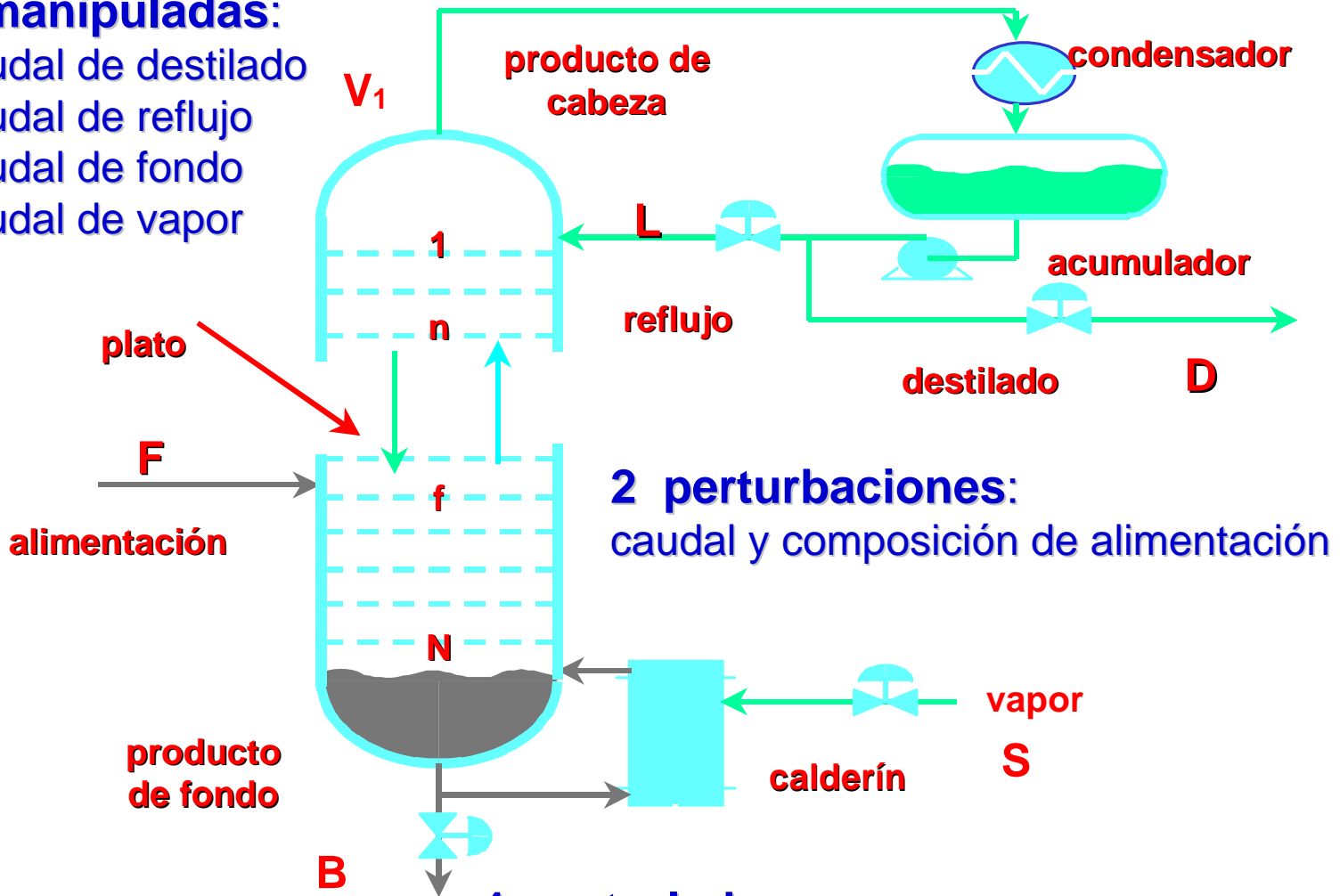


Columna rectificadora

# Ejemplo de proceso multivariable

## 4 manipuladas:

caudal de destilado  
caudal de reflujo  
caudal de fondo  
caudal de vapor



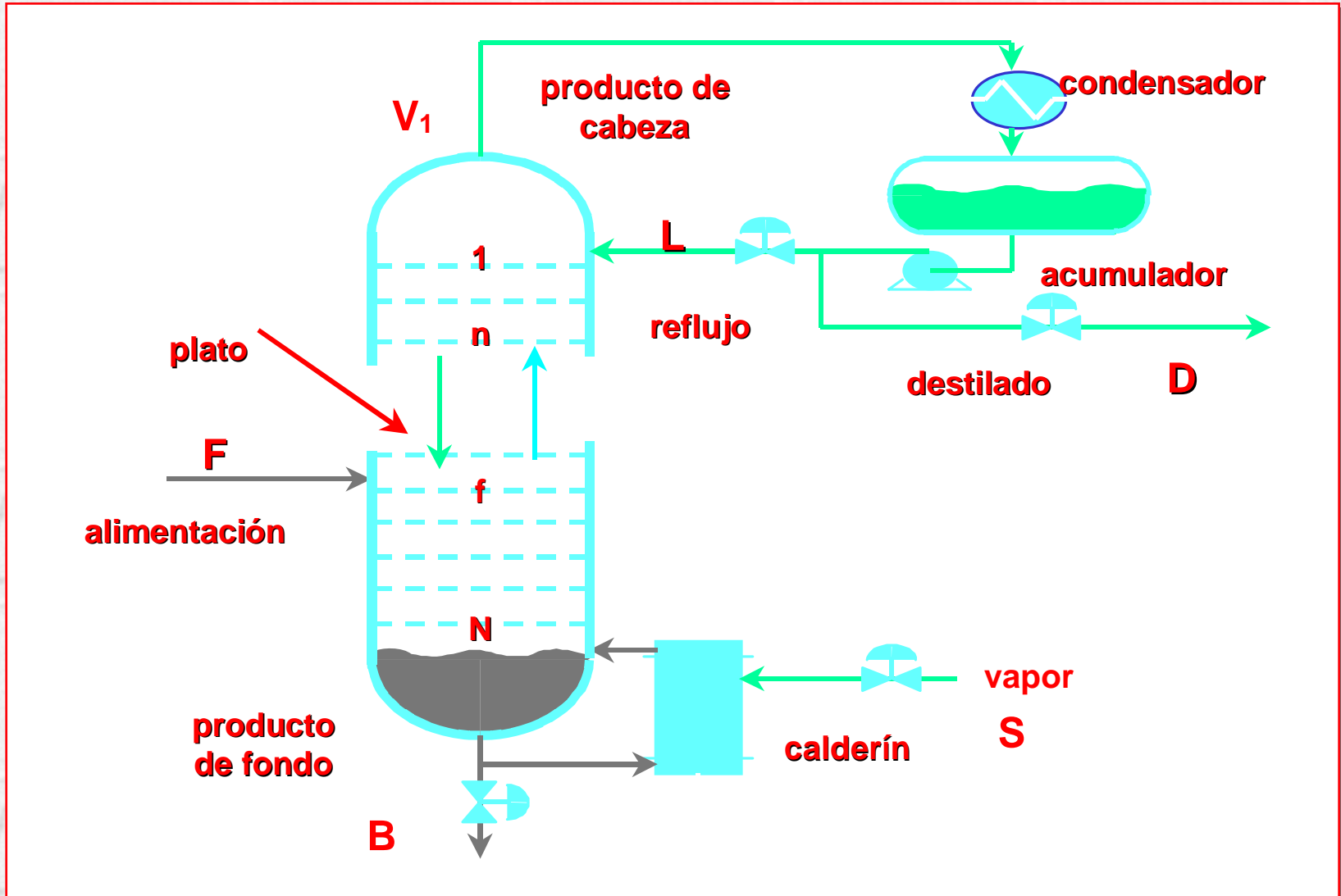
## 2 perturbaciones:

caudal y composición de alimentación

## 4 controladas:

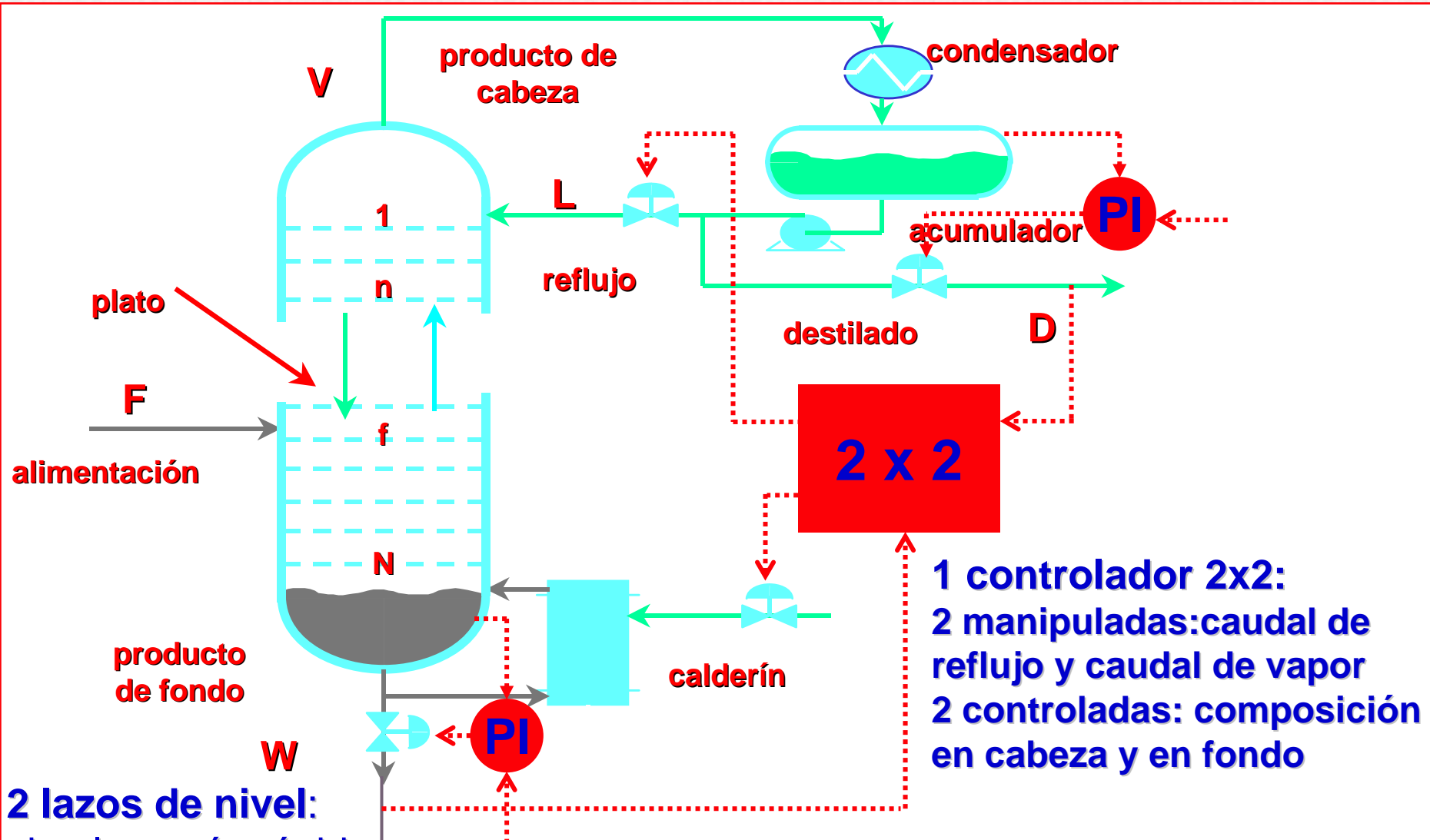
nivel en el acumulador, nivel en el fondo  
composición en cabeza y en fondo

# Ejemplo de proceso multivariable





# Ejemplo de proceso multivariable

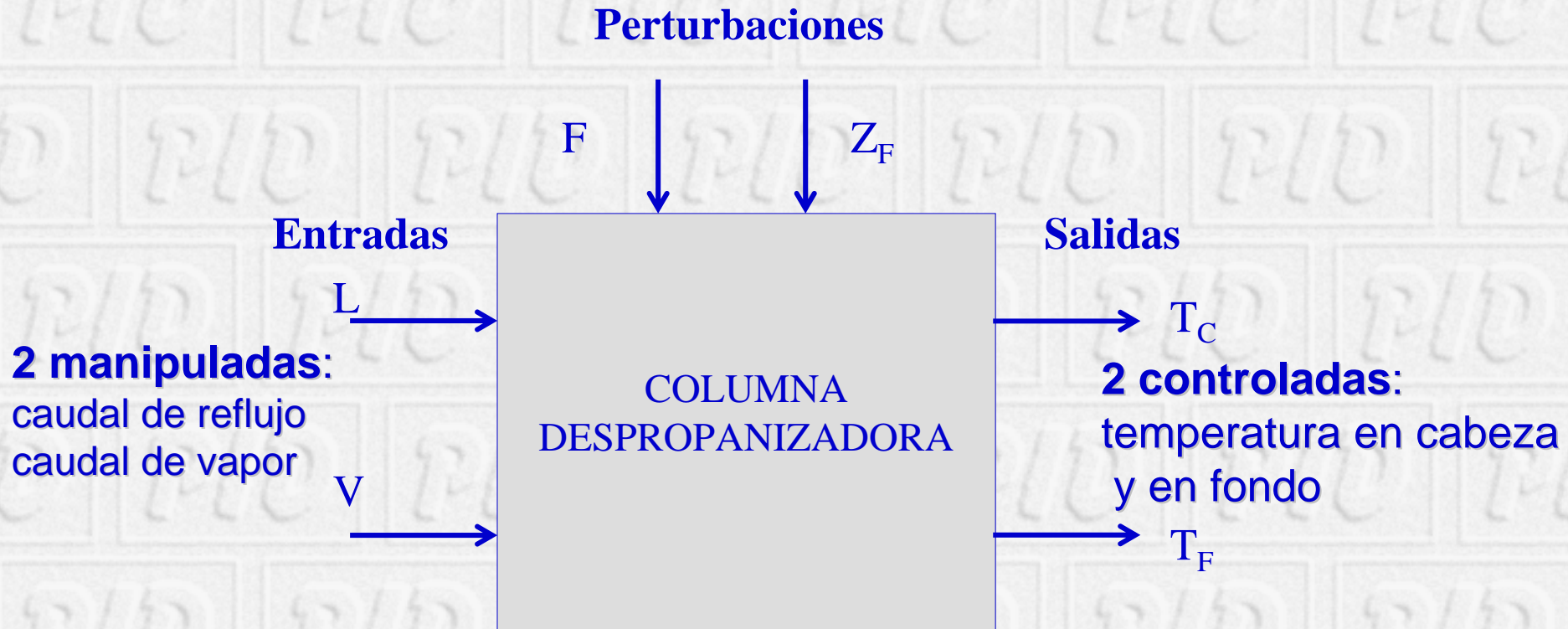


**1 controlador 2x2:**  
**2 manipuladas:** caudal de reflujo y caudal de vapor  
**2 controladas:** composición en cabeza y en fondo

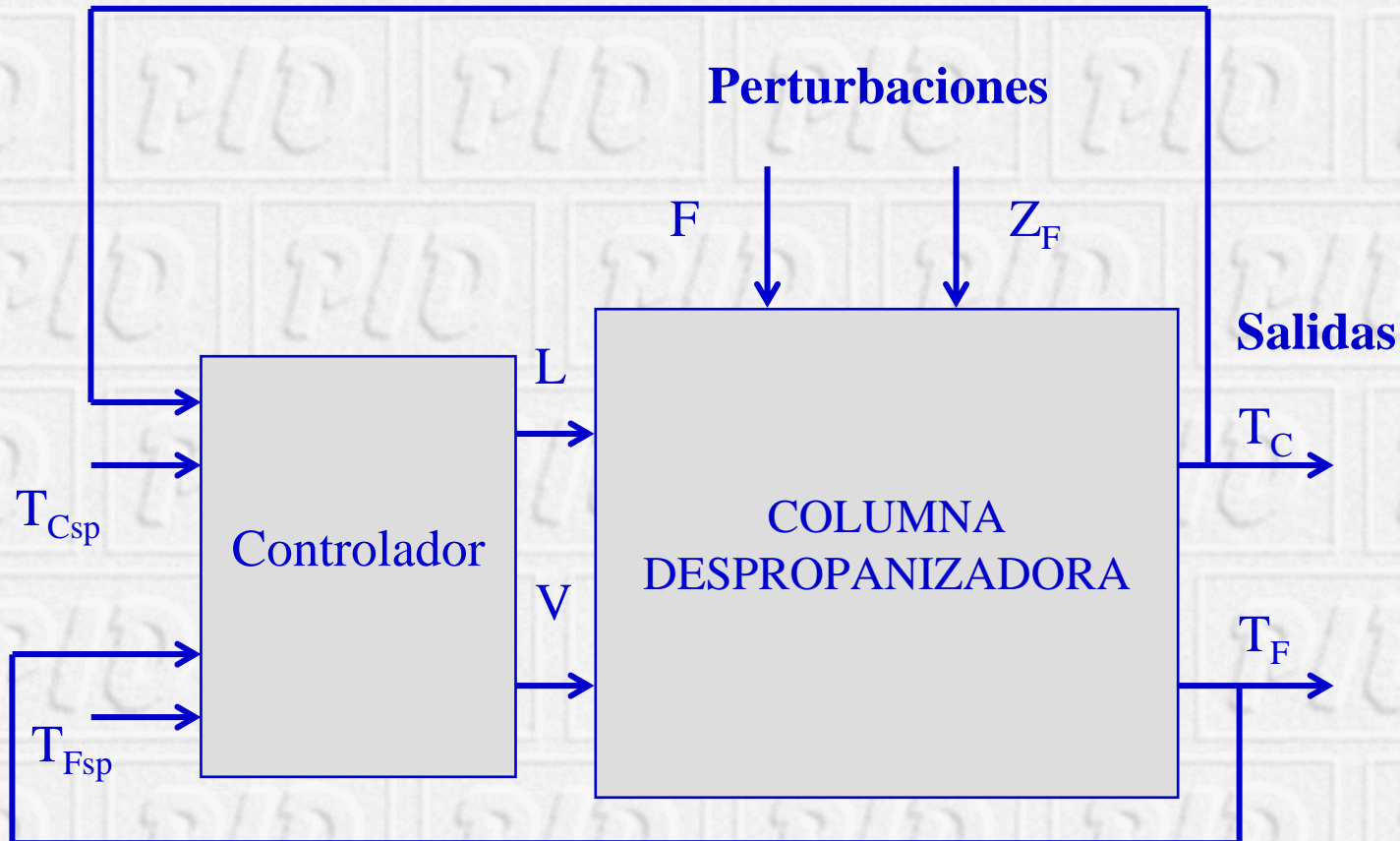
**2 lazos de nivel:**  
simples, más rápidos,  
interaccionan poco entre sí

# Columna vista como proceso 2x2

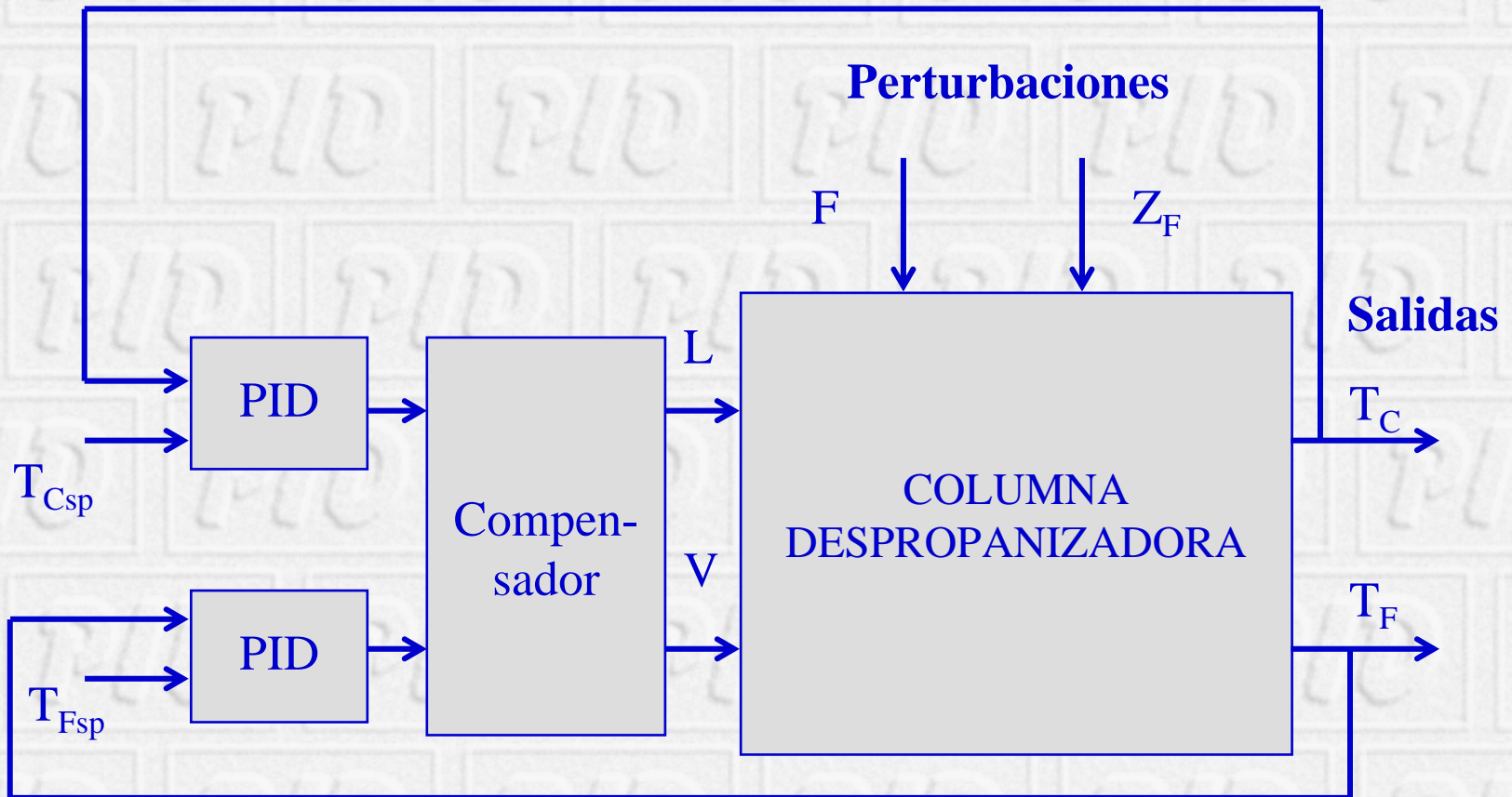
**2 perturbaciones:**  
caudal y composición de alimentación



# Control centralizado de la columna

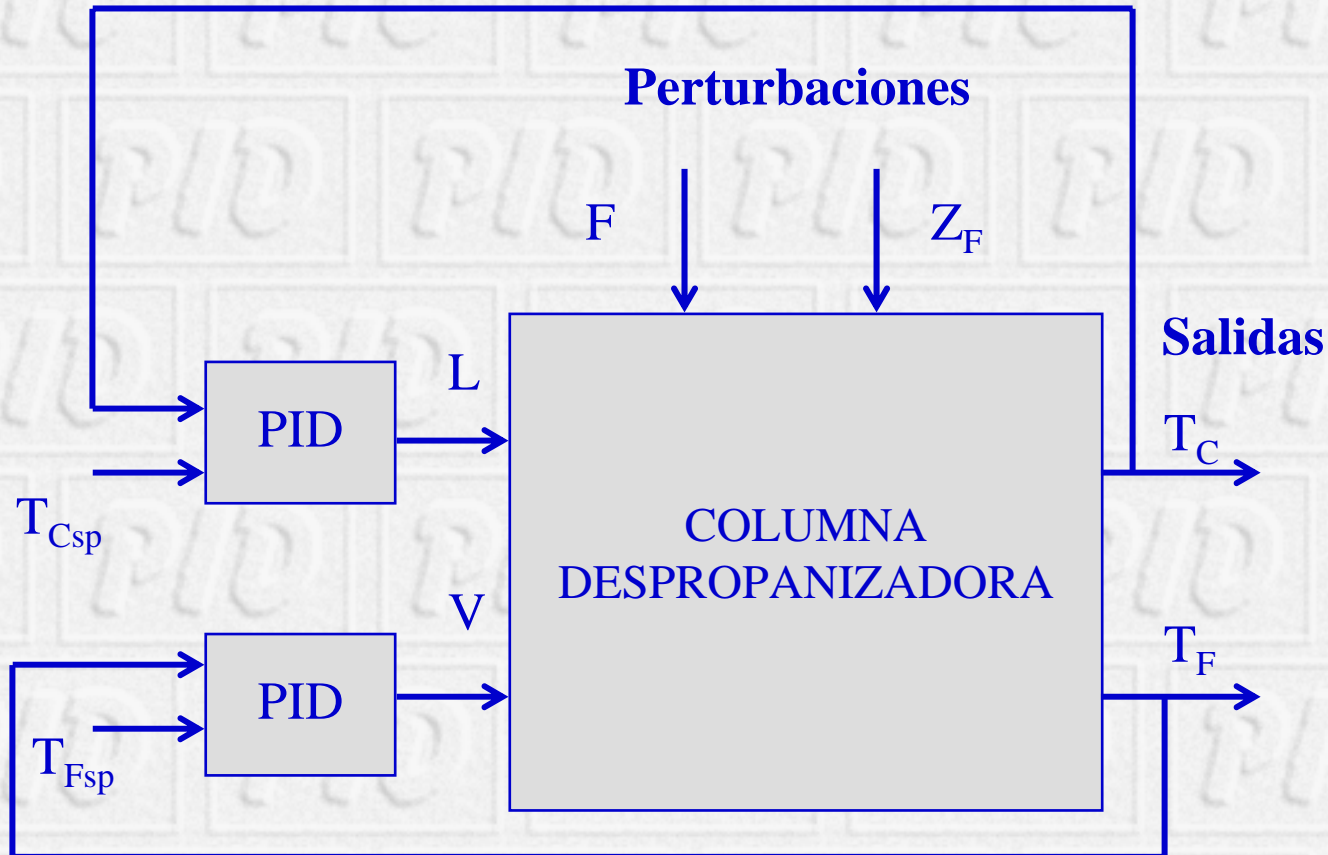


# Control centralizado con desacoplo y PID





# Control descentralizado con PIDs



**Buenos resultados con ajustes individuales y conjuntos si la columna esta bien condicionada ( $\lambda \ll 1$ )**

# Modelo a partir de datos experimentales

**2 manipuladas:**

caudal de reflujo  
caudal de vapor

**2 controladas:**

temperatura en cabeza  
y en fondo

$$G(s) = \begin{pmatrix} -\frac{2.6}{(23.7s+1)(11.8s+1)} & \frac{1}{(17.9s+1)^2} \\ -\frac{0.57}{(19.7s+1)(9.3s+1)} & \frac{2}{(24.3s+1)(8.1s+1)} \end{pmatrix}$$

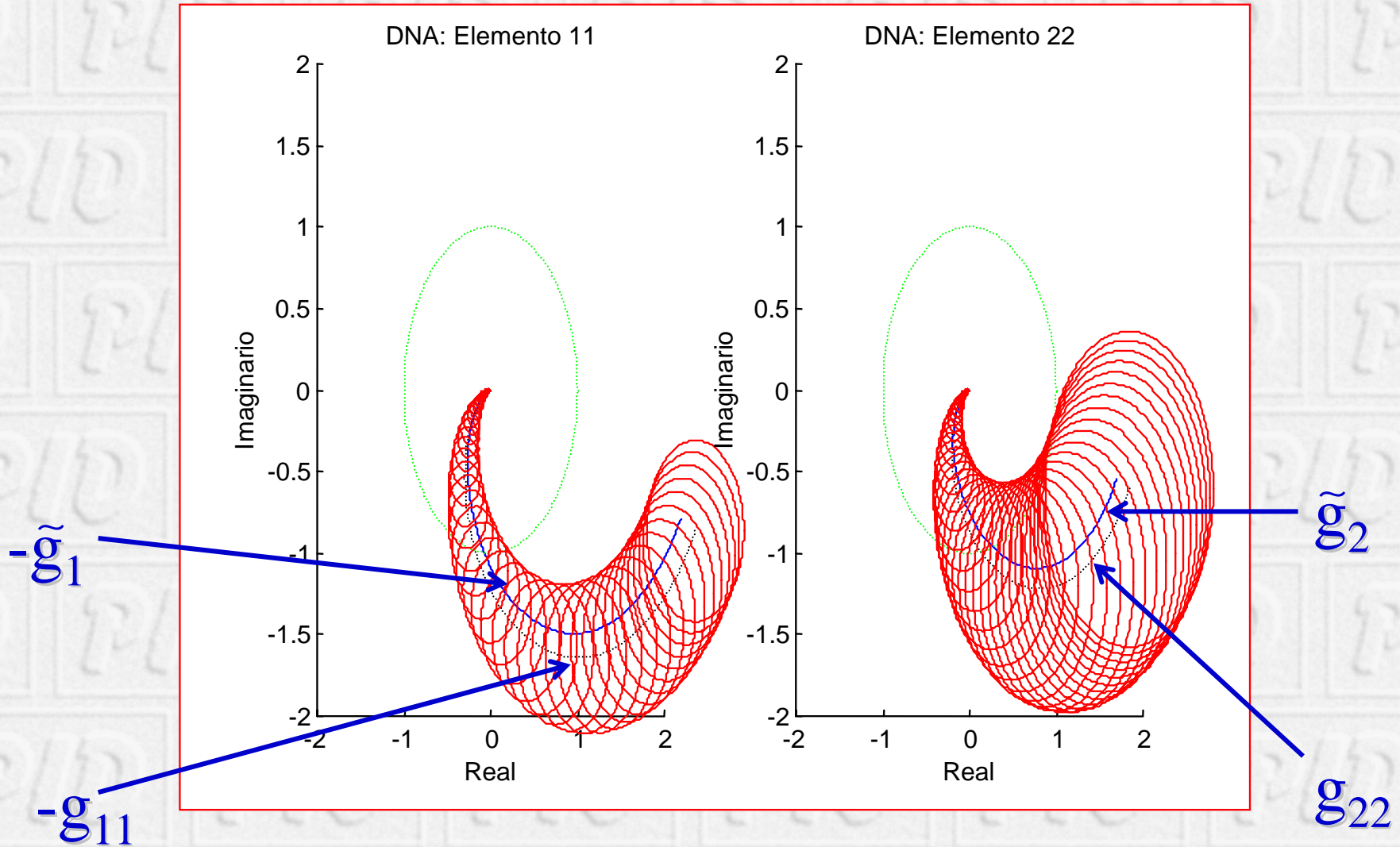


**RGA**

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1.1231 & -0.1231 \\ -0.1231 & 1.1231 \end{pmatrix}$$

Incluye reescalado en el caudal de vapor, presenta poca interacción entre las variables, se aconseja emparejamiento en la diagonal, buena candidata a control descentralizado.

# DNA del modelo de columna rectificadora



# Desacoplos para la columna despropanizadora

$$G(s) = \begin{pmatrix} -\frac{2.6}{(23.7s+1)(11.8s+1)} & \frac{1}{(17.9s+1)^2} \\ -\frac{0.57}{(19.7s+1)(9.3s+1)} & \frac{2}{(24.3s+1)(8.1s+1)} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{11} = 1.1231$$

**Admite las cuatro opciones. Con la opción  $d_{11}(s) = d_{22}(s) = 1$ , los otros elementos son**

	Desacoplo dinámico	Desacoplo estacionario
$d_{12}(s)$	$\frac{279.7s^2 + 35.5s + 1}{833.1s^2 + 93.08s + 2.6}$	0.3846
$d_{21}(s)$	$\frac{112.2s^2 + 18.47s + 0.57}{366.4s^2 + 58s + 2}$	0.2850

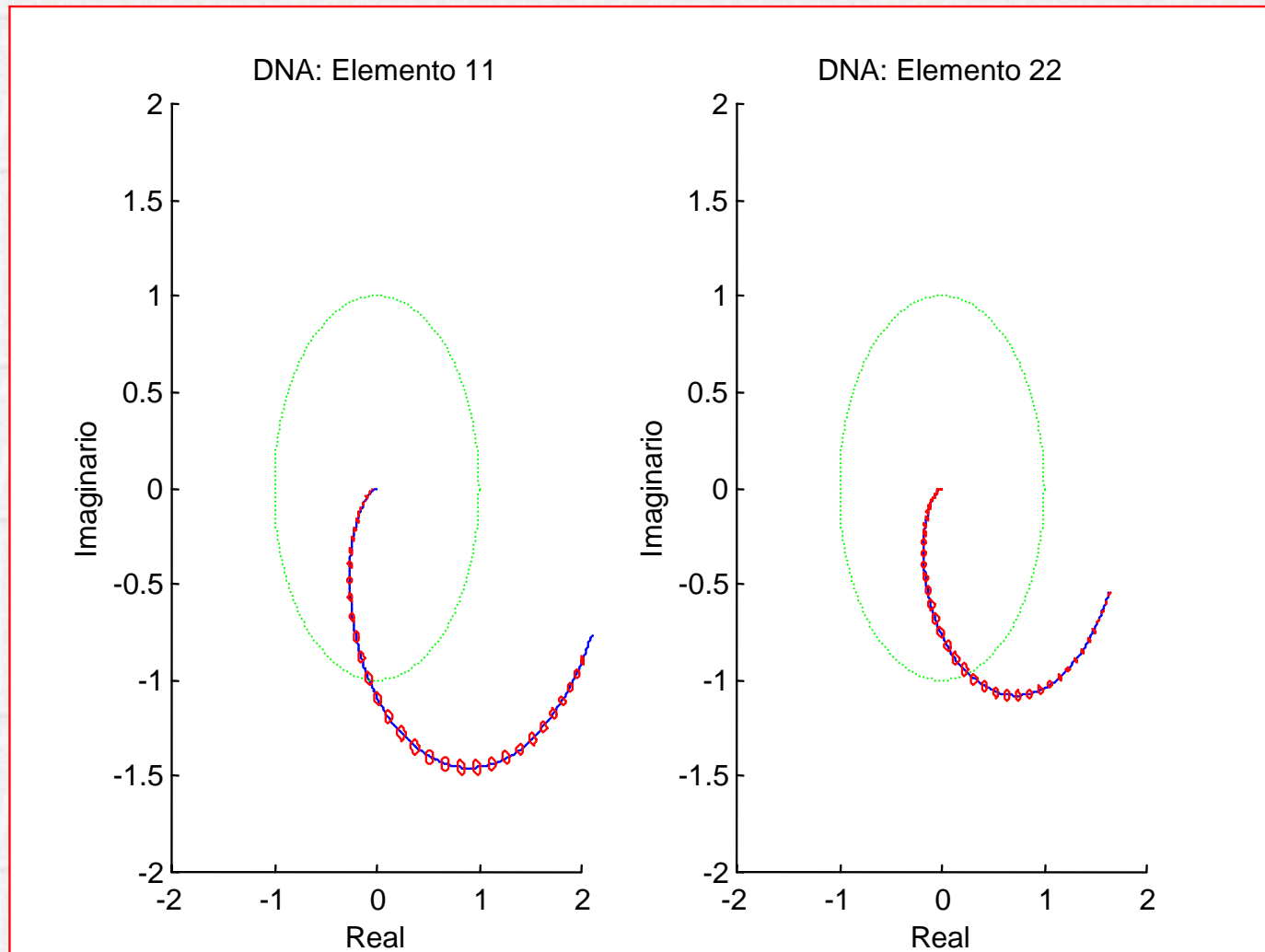


# Desacoplos para la columna despropanizadora

---

- ◆ **El proceso equivalente,  $G(s)D(s)$ , presenta  $RGA = I$  (matriz identidad) en todos los casos.**
  - Con desacoplo dinámico, porque los elementos de fuera de la diagonal son nulos.
  - Con desacoplo estático, porque las ganancias en estado estacionario de los elementos de fuera de la diagonal son nulos.
- ◆ **El proceso equivalente presenta una dinámica similar al proceso original en los elementos de la diagonal.**

# DNA de la columna + desacoplo en estado estacionario



**En este caso, el desacoplo en estado estacionario elimina casi totalmente la interacción, poniendo condiciones ideales al control descentralizado.**

# Desacoplos para la columna despropanizadora

## ◆ Usando la metodología de Nordfeldt:

- Como no existen retardos, ni ceros y polos comunes entre los elementos de la misma fila de  $G(s)$ , los resultados sólo incluyen un ajuste de ganancias respecto a la solución de partida
- No recomendable en este caso pues el proceso equivalente  $G(s) D(s)$  presenta una dinámica más lenta

	Desacoplo dinámico	Desacoplo estacionario
$d_{11}(s)$	$\frac{-0.002358}{1.074 s^2 + 0.1768 s + 0.005458}$	-0.432
$d_{12}(s)$	$\frac{0.0006741}{s^2 + 0.1117 s + 0.003121}$	0.216
$d_{21}(s)$	$\frac{-0.000672}{s^2 + 0.1583 s + 0.005458}$	-0.1231
$d_{22}(s)$	$\frac{0.001753}{0.8728 s^2 + 0.1108 s + 0.003121}$	0.5616

# Control Centralizado por Desacoplo

- ◆ **Controlador multivariable  $K(s)$  calculado como conjunto de desacoplo + controlador diagonal**

$$K(s) = \begin{pmatrix} k_{11}(s) & k_{12}(s) \\ k_{21}(s) & k_{22}(s) \end{pmatrix}$$
$$D(s) K_d(s) = \begin{pmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1(s) & 0 \\ 0 & k_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11}(s) k_1(s) & d_{12}(s) k_2(s) \\ d_{21}(s) k_1(s) & d_{22}(s) k_2(s) \end{pmatrix}$$

- ◆ **Controlador  $K(s)$  resultante en un caso particular de desacoplo dinámico**

$$K(s) = \begin{pmatrix} k_1(s) & -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} k_2(s) \\ -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} k_1(s) & k_2(s) \end{pmatrix}$$



# Control Centralizado por Desacoplo

- ◆ **Proceso equivalente  $G(s) D(s)$  calculado como conjunto de desacoplo + proceso original**

$$G(s) D(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{11}(s) & d_{12}(s) \\ d_{21}(s) & d_{22}(s) \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} g_{11}(s) d_{11}(s) + g_{12}(s) d_{21}(s) & g_{11}(s) d_{12}(s) + g_{12}(s) d_{22}(s) \\ g_{21}(s) d_{11}(s) + g_{22}(s) d_{21}(s) & g_{21}(s) d_{12}(s) + g_{22}(s) d_{22}(s) \end{pmatrix}$$

- ◆ **Proceso equivalente, visto por el controlador diagonal, en un caso particular de desacoplo dinámico**

$$G(s) D(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 0 \\ 0 & g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{11}(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(s) & 0 \\ 0 & g_2(s) \end{pmatrix}$$

# Control Centralizado por Desacoplo

- ◆  $k_1$  y  $k_2$  se diseñan con técnicas monovariantes para sus respectivas funciones  $g_1$  y  $g_2$ , que guardan la siguiente relación con los elementos de las funciones del proceso

$$G(s) W(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 0 \\ 0 & g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{11}(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(s) & 0 \\ 0 & g_2(s) \end{pmatrix}$$

# Control Centralizado por Desacoplo

## ◆ Procedimiento propuesto (caso particular 1):

- Diseñar  $k_1$  para la función de transferencia

$$g_{11}(s) = -(g_{12}(s)g_{21}(s))/g_{22}(s)$$

- Diseñar  $k_2$  para la función de transferencia

$$g_{22}(s) = -(g_{12}(s)g_{21}(s))/g_{11}(s)$$

- Asignar  $k_1$  a la componente  $k_{11}$  del controlador y  $k_2$  a la  $k_{22}$

- Calcular  $k_{12}$  como  $-(g_{12}/g_{11})k_{22}$

- Calcular  $k_{21}$  como  $-(g_{21}/g_{22})k_{11}$

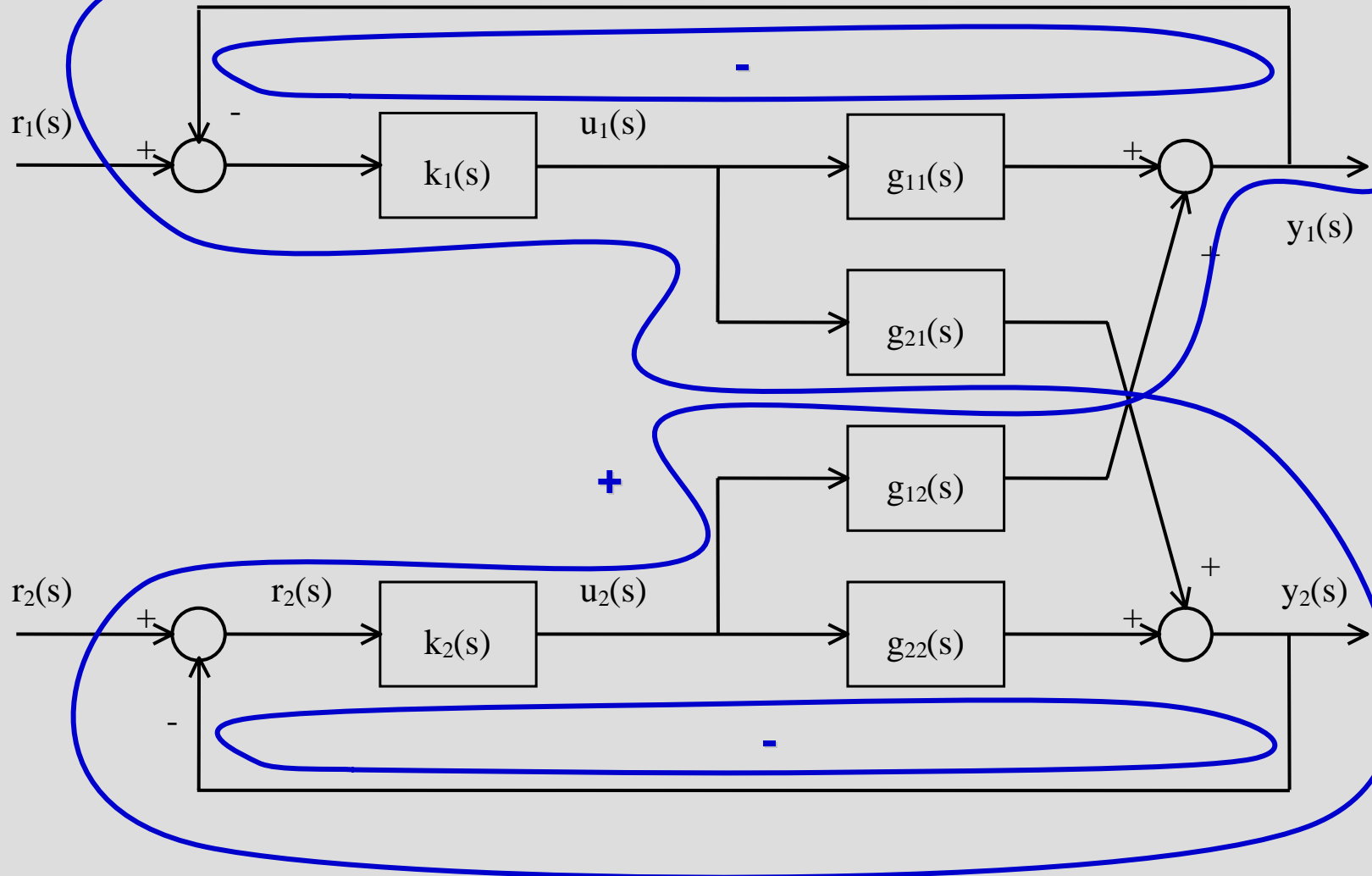


# Control Centralizado por Desacoplo

- ◆ Con desacoplo dinámico de Nordfeldt, el proceso equivalente  $G(s) D(s)$  tiene las dos componentes iguales al determinante de la matriz  $G(s)$  del proceso
- ◆ Por tanto es suficiente con diseñar un controlador monovariable  $k(s)$  para el determinante de  $G(s)$
- ◆ Las componentes del controlador  $K(s)$  se forman a partir de  $k(s)$ , de la siguiente forma:
  - $k_{11}(s) = g_{22}(s) k(s)$
  - $k_{12}(s) = -g_{12}(s) k(s)$
  - $k_{21}(s) = -g_{21}(s) k(s)$
  - $k_{22}(s) = g_{11}(s) k(s)$



# Control descentralizado



# Ecuación característica

$$1 + k_1(s) \tilde{g}_1(s) = 0$$

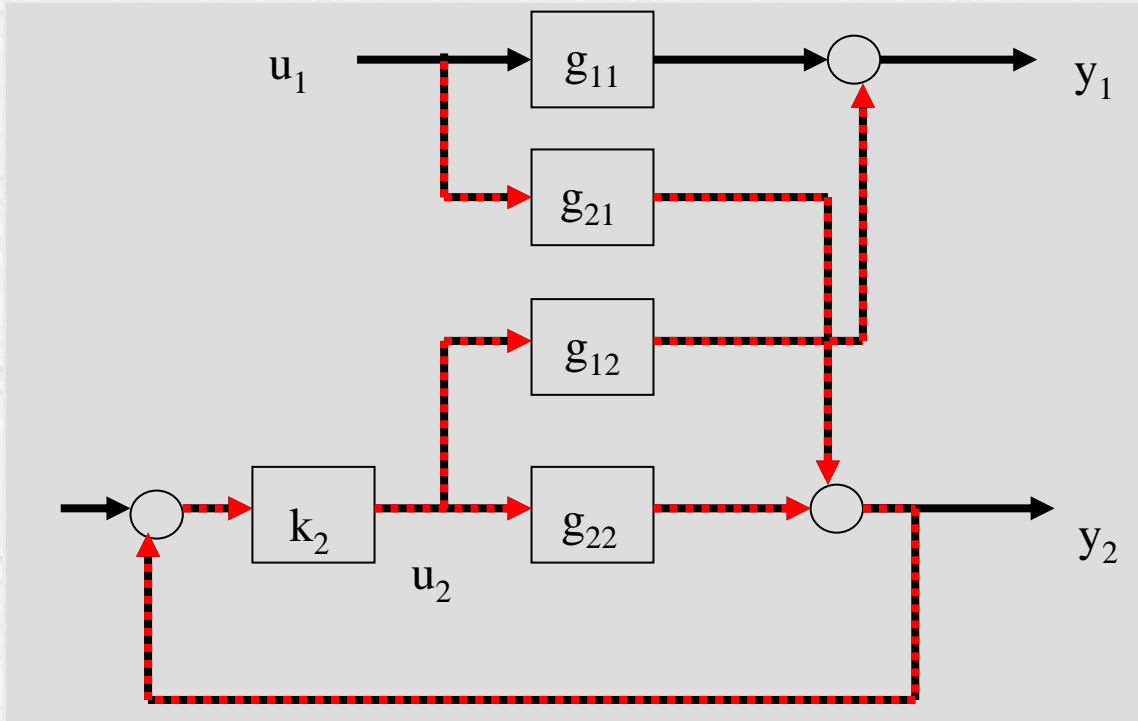
$$\tilde{g}_1(s) = g_{11}(s) + a_1(s) = g_{11}(s) - \frac{k_2(s) g_{12}(s) g_{21}(s)}{1 + k_2(s) g_{22}(s)}$$



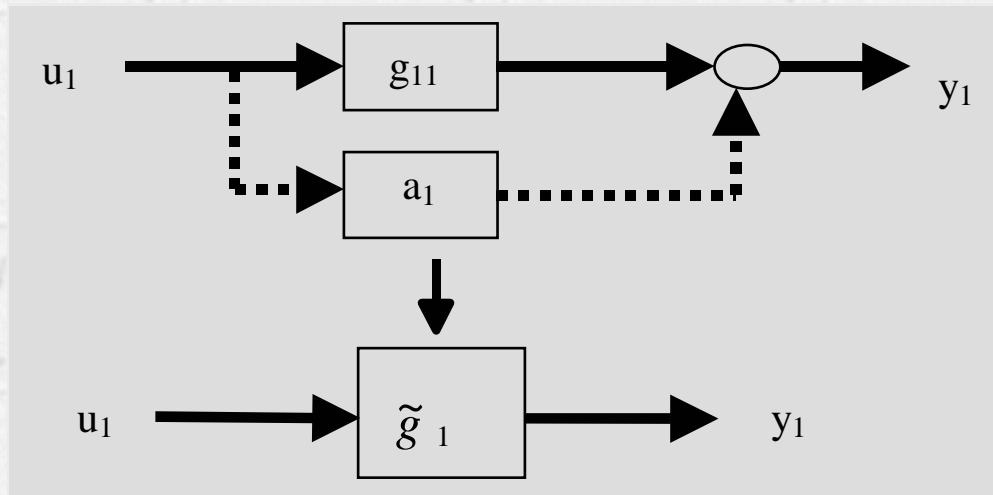
$$(1 + k_1(s) g_{11}(s))(1 + k_2(s) g_{22}(s)) - k_1(s) k_2(s) g_{12}(s) g_{21}(s) = 0$$

# Justificación (2 x 2)

**2 x 2**

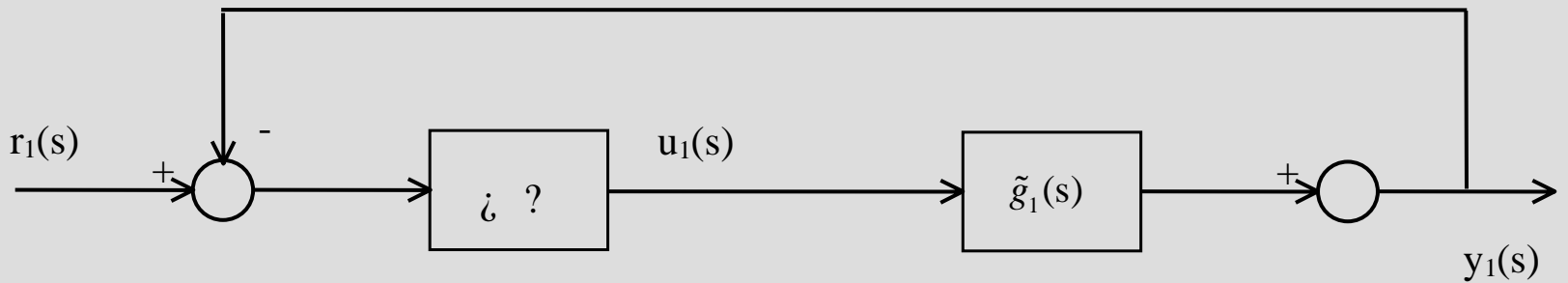
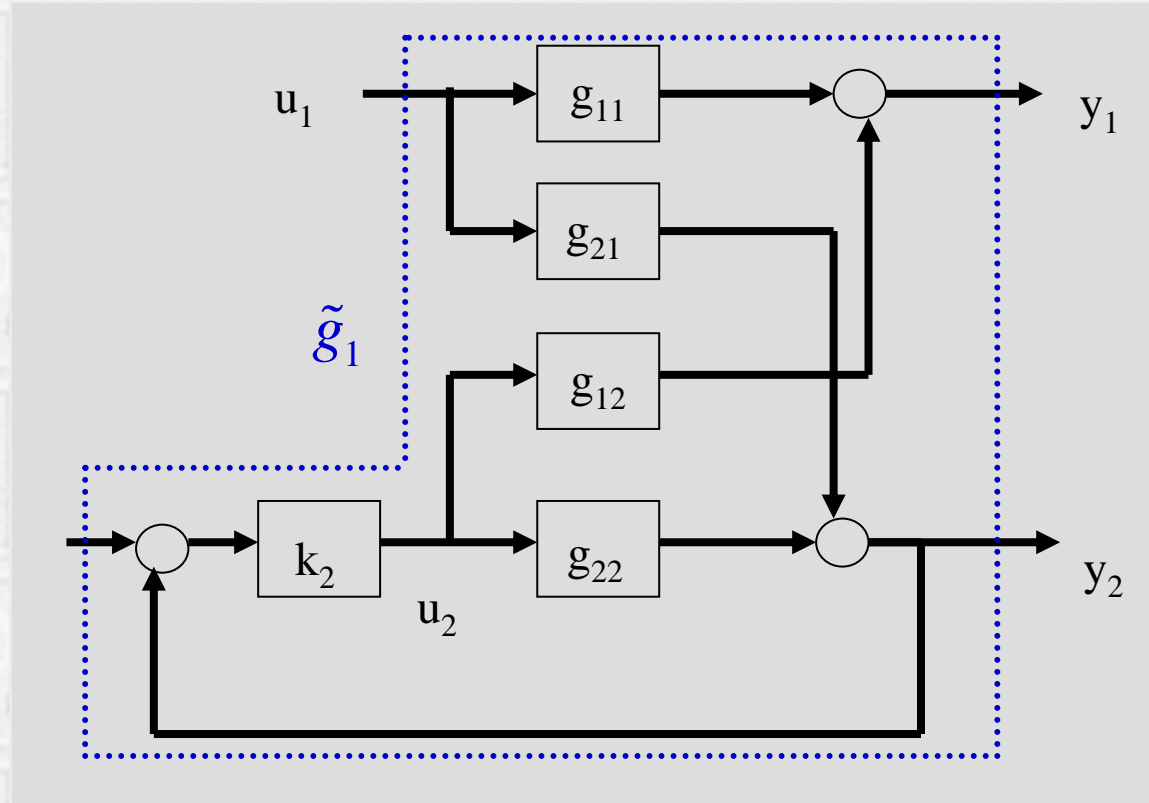


**2**  
**1 x 1**



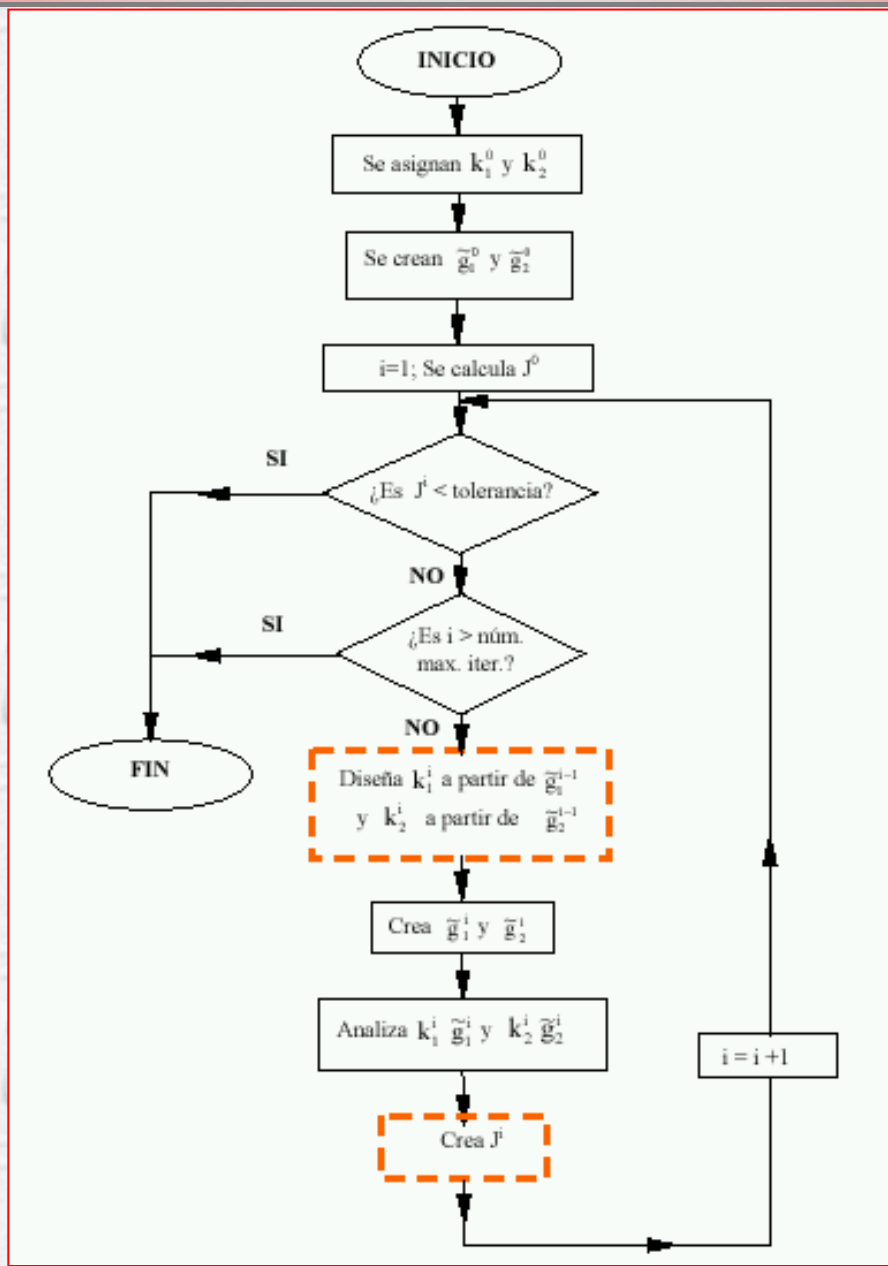
# Propuesta iterativa de Vázquez (2001)

Lazo 1





# Núcleo del algoritmo

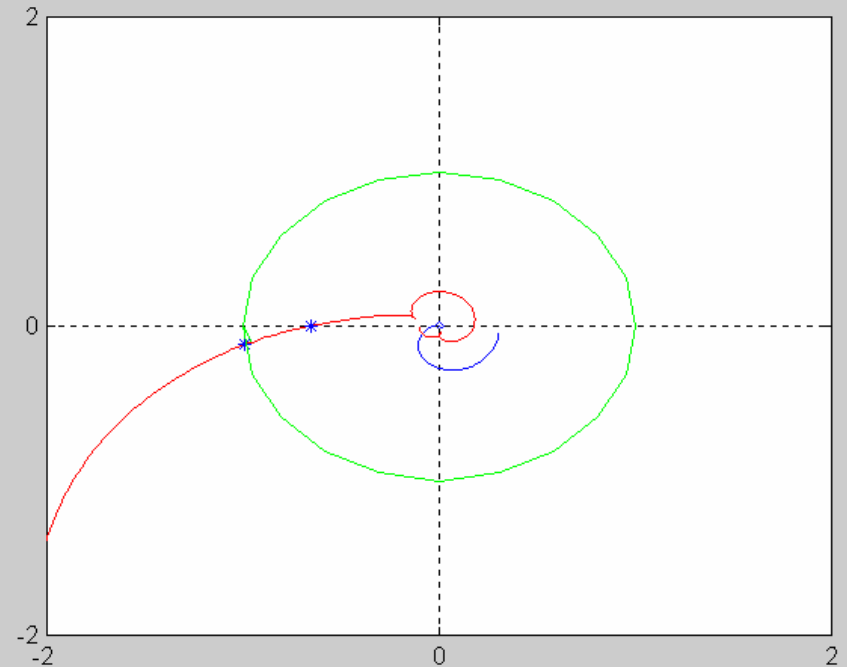
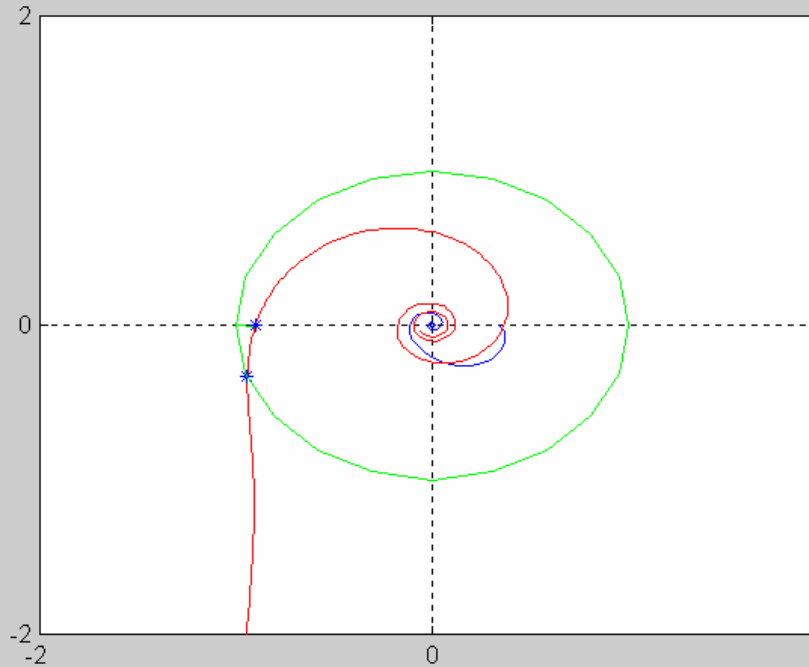


# Características de la propuesta

---

- ◆ **Iteraciones del caso SISO**
  - **¿Cualquier método?**
- ◆ **Opciones (ambos lazos):**
  - **Ajuste por MF**
  - **Ajuste por MG**
  - **Ajuste combinado por MF y MG**
- ◆ **Apoyo informático**
  - **Herramienta TITO (simulación + análisis+ sintonía)**

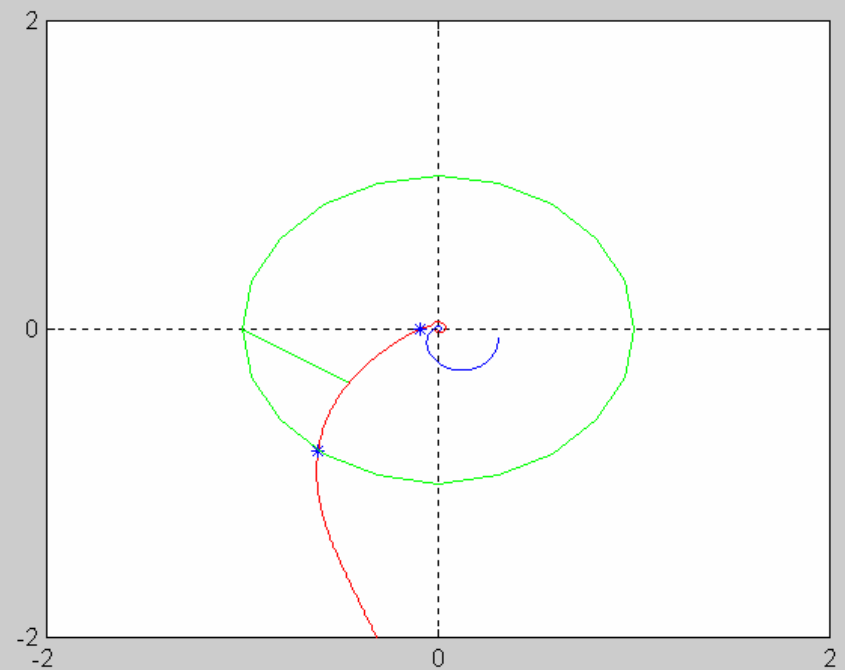
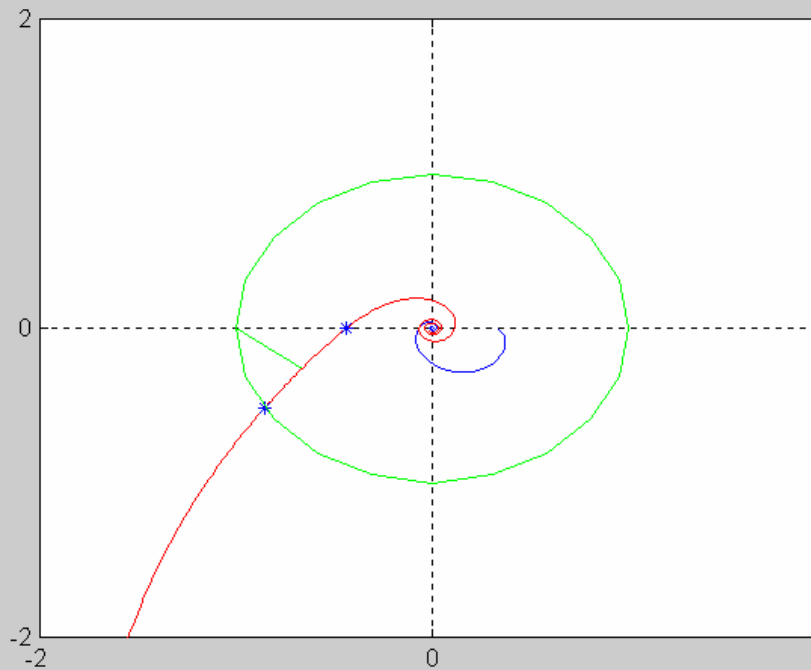
# Ejemplo: Ajuste por Margen de Fase



Iteración 1

Especificaciones: MF1 =  $45^\circ$  MF2 =  $60^\circ$

# Ejemplo: Ajuste por Margen de Fase

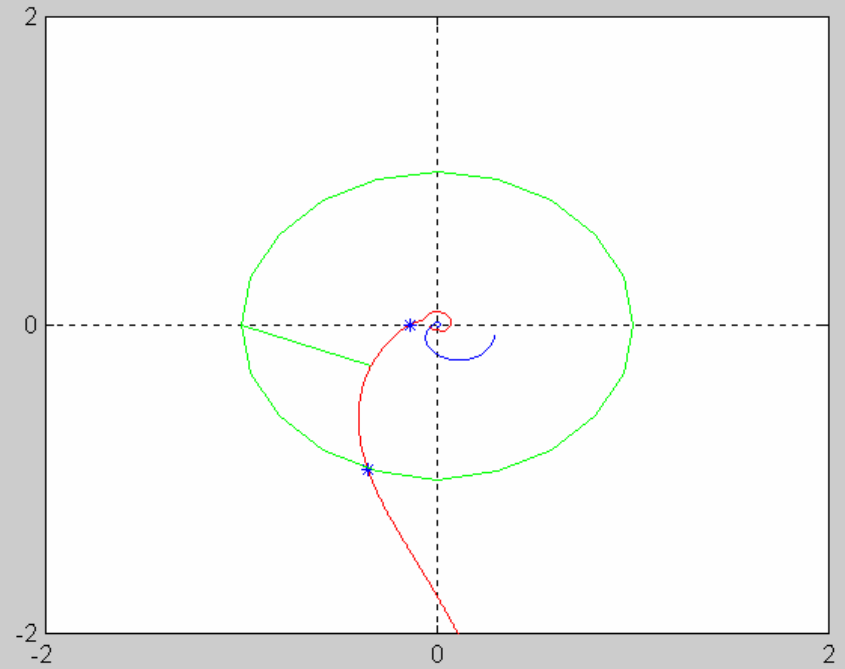
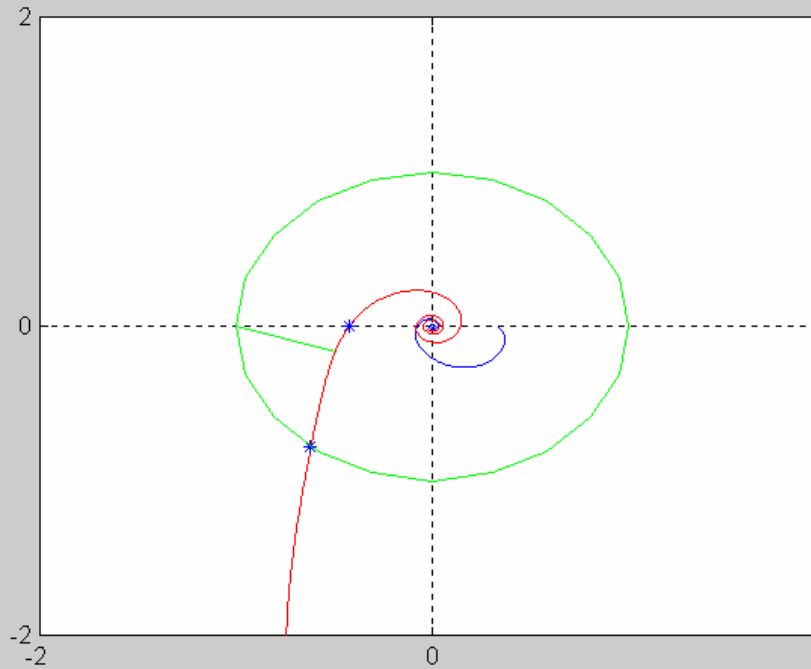


Iteración 2

Especificaciones:  $MF1 = 45^\circ$   $MF2 = 60^\circ$



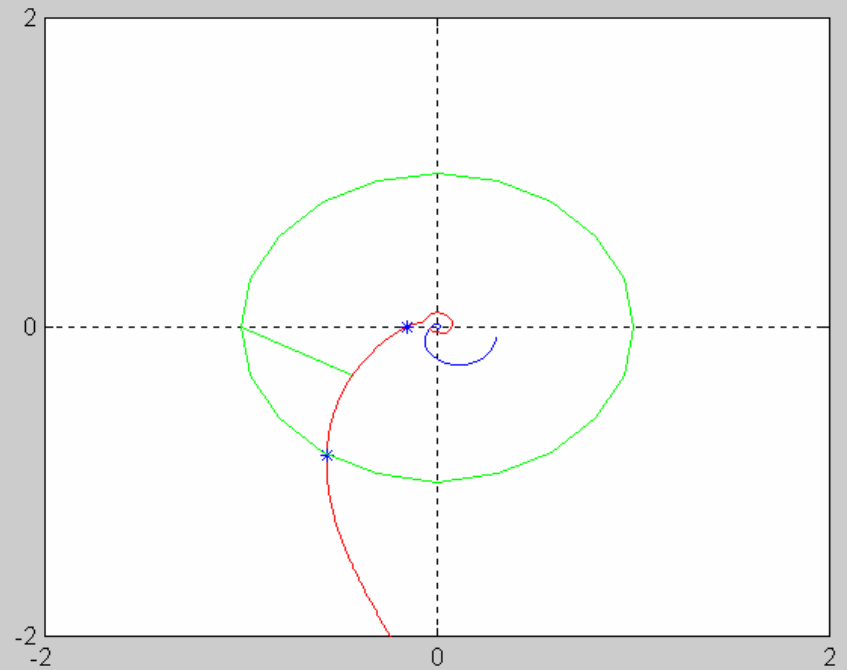
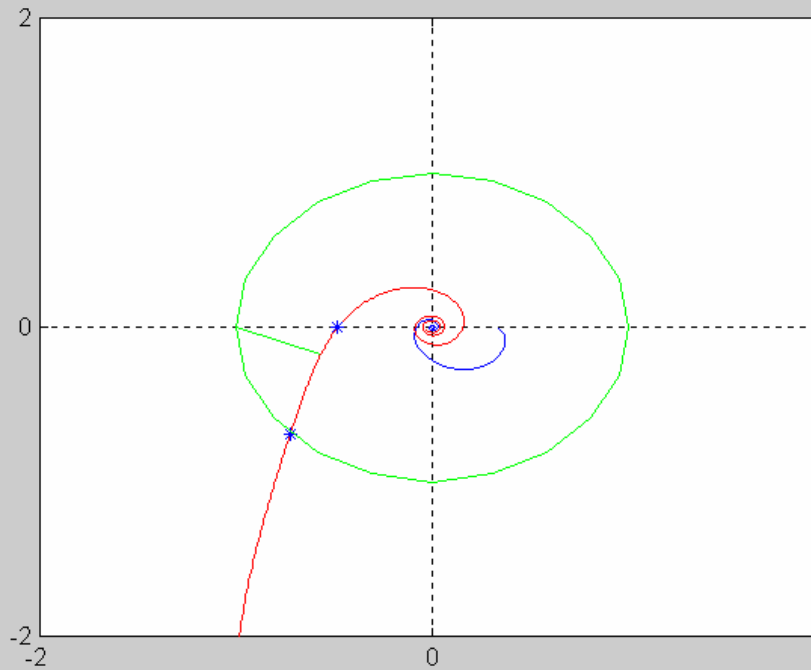
# Ejemplo: Ajuste por Margen de Fase



Iteración 3

Especificaciones:  $MF1 = 45^\circ$   $MF2 = 60^\circ$

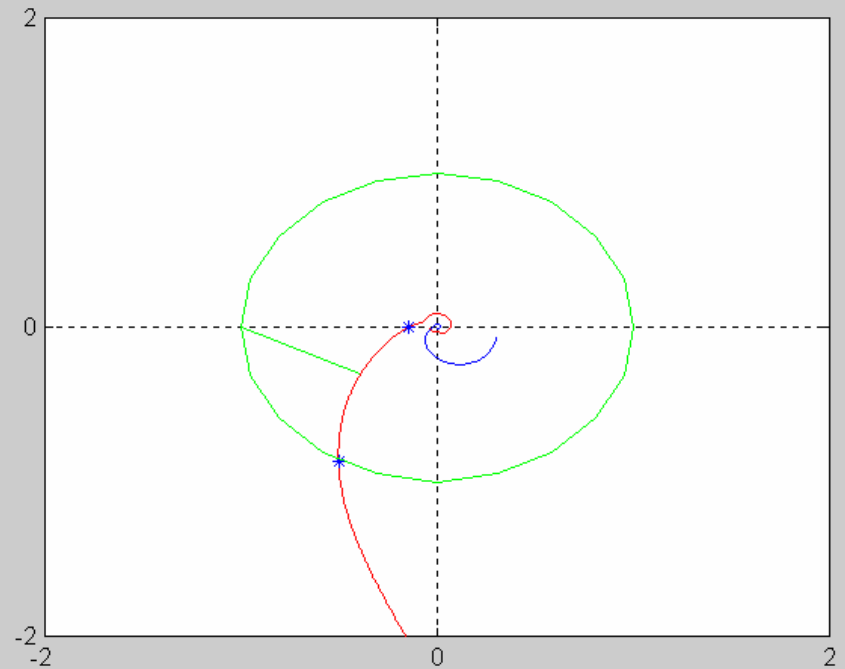
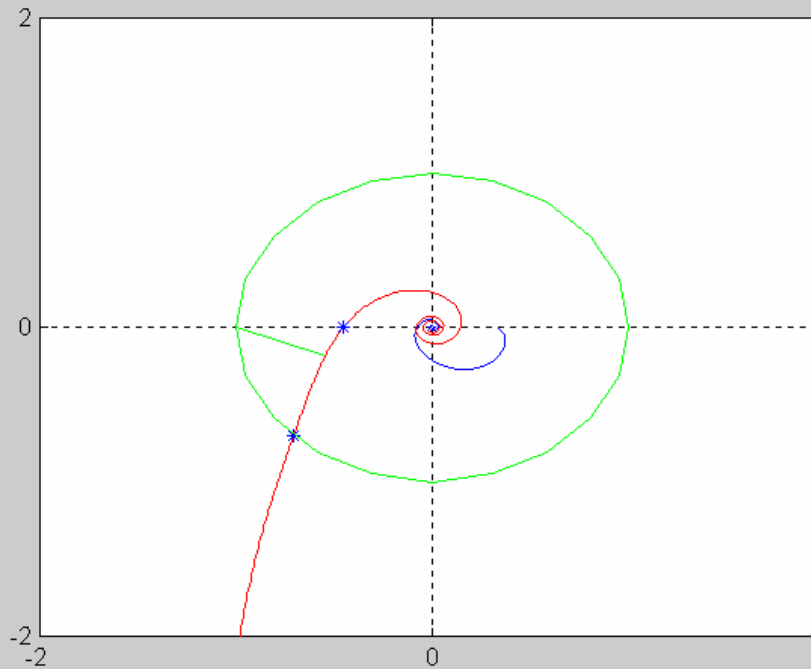
# Ejemplo: Ajuste por Margen de Fase



Iteración 4

Especificaciones: MF1 =  $45^\circ$  MF2 =  $60^\circ$

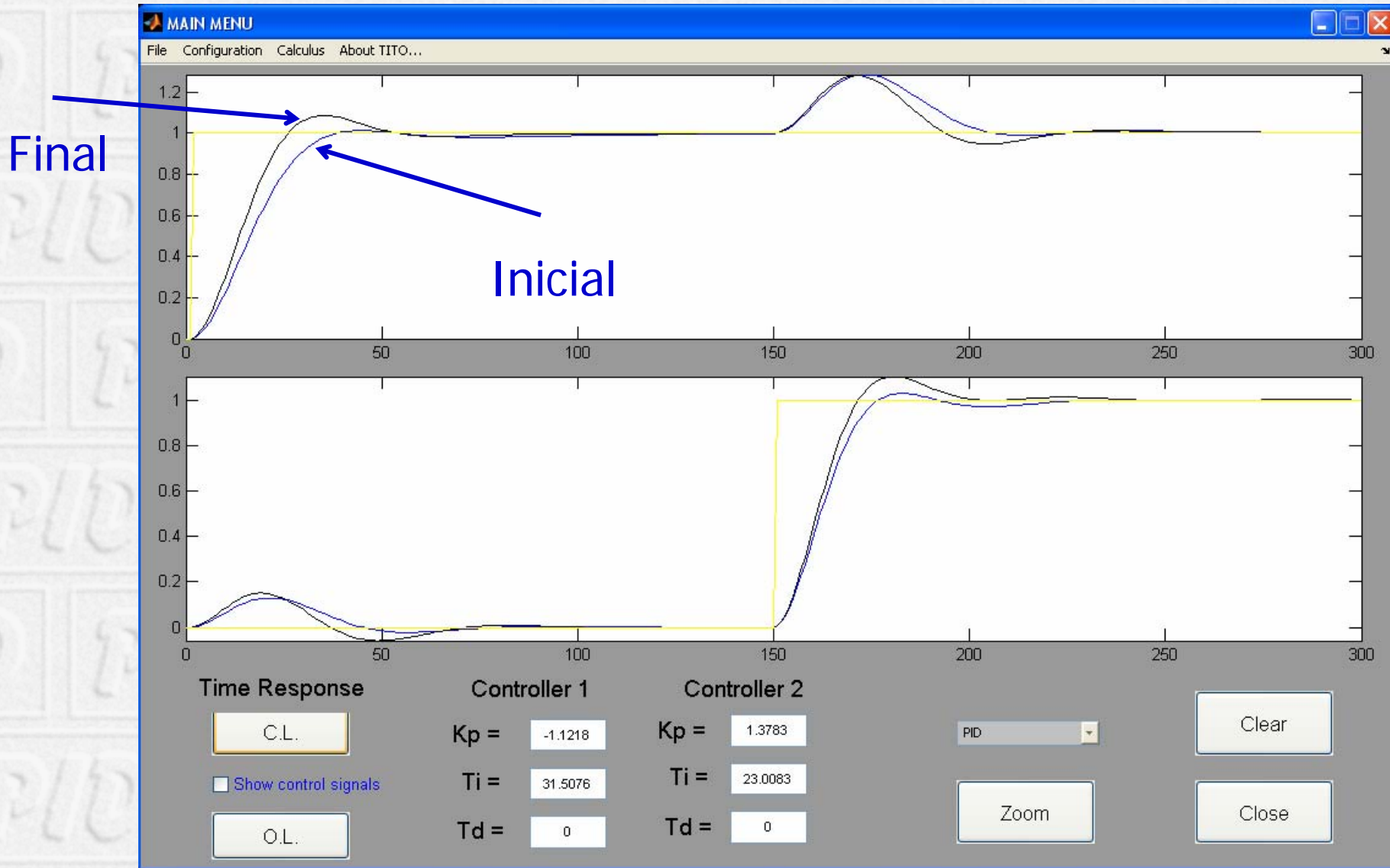
# Ejemplo: Ajuste por Margen de Fase



Iteración 5

Especificaciones:  $MF1 = 45^\circ$   $MF2 = 60^\circ$

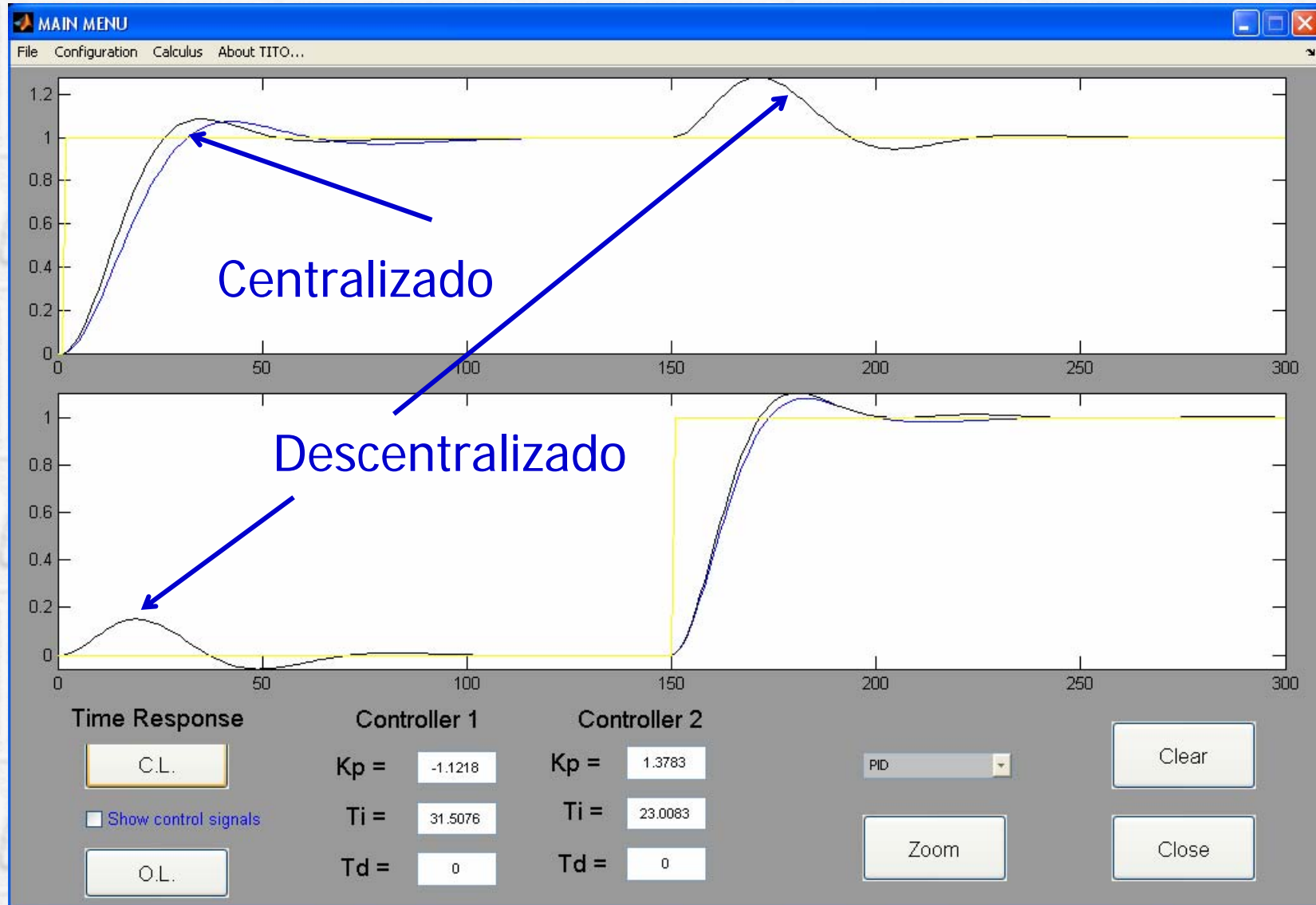
# Control descentralizado de la columna



Especificaciones:  $MF1 = 60^\circ$   $MF2 = 60^\circ$



# Control de la columna



Especificaciones:  $MF1 = 60^\circ$   $MF2 = 60^\circ$

# Control Centralizado con 4 PIDs

- ◆ Propuesta de control con 4 PIDs
  - Usar desacoplo en estado estacionario
  - Ajustar  $k_1$  y  $k_2$  de tipo PI o PID
  - Las cuatro componentes del controlador  $K(s)$  son PI o PID
  - $k_{11}$  y  $k_{21}$  tendrán las mismas constantes  $T_i$  y  $T_D$
  - Lo mismo para  $k_{22}$  y  $k_{12}$
- ◆ Caso particular

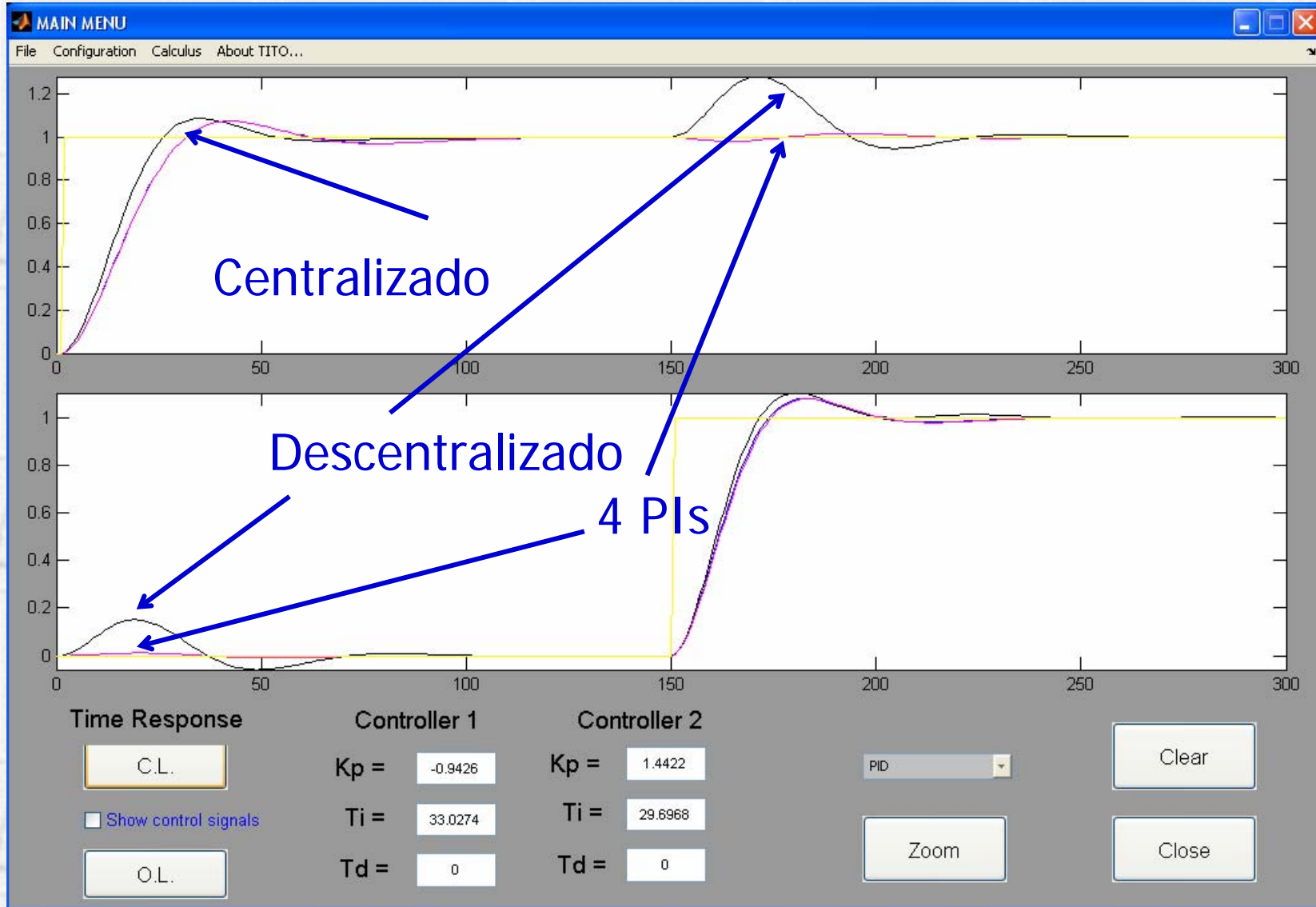
$$K(s) = \begin{pmatrix} k_1(s) & -\frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} k_2(s) \\ -\frac{g_{21}(0)}{g_{22}(0)} k_1(s) & k_2(s) \end{pmatrix}$$

# Control Centralizado con 4 PID

- ◆ Es preciso iterar en el ajuste de  $k_1$  y  $k_2$ , pues el proceso equivalente  $G(s) D(0)$  sigue presentando interacción
- ◆ Caso particular

$$G(s) D(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s) g_{21}(0)}{g_{22}(0)} & g_{12}(s) - \frac{g_{11}(s) g_{12}(0)}{g_{11}(0)} \\ g_{21}(s) - \frac{g_{22}(s) g_{21}(0)}{g_{22}(0)} & g_{22}(s) - \frac{g_{21}(s) g_{12}(0)}{g_{11}(0)} \end{pmatrix}$$

# Control de la columna despropanizadora



Especificaciones:  $MF1 = 60^\circ$   $MF2 = 60^\circ$



# Otras experiencias

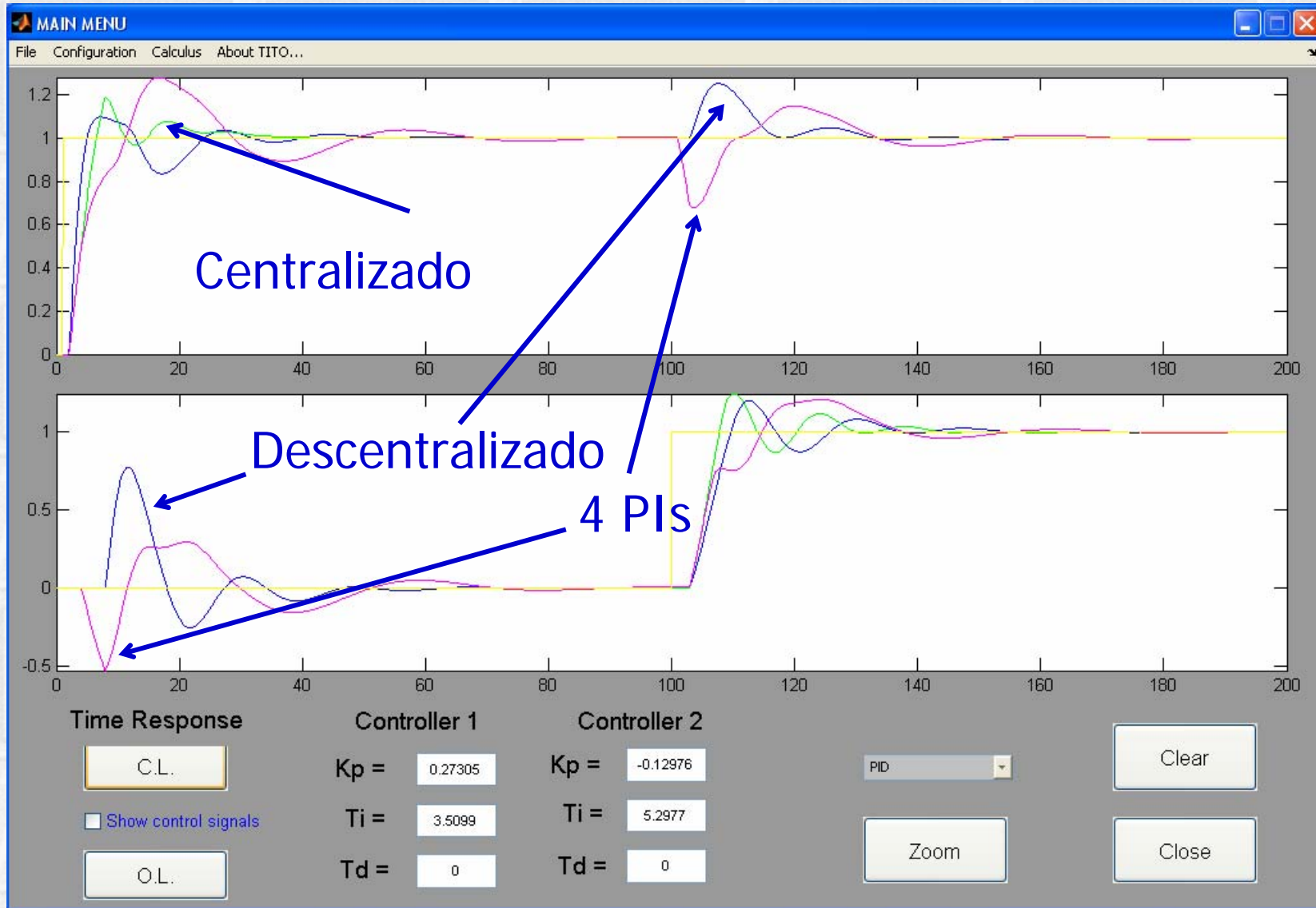
## ◆ Columna de Wood and Berry (1973)

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{12.8}{16.7s + 1} e^{-s} & \frac{-18.9}{21.0s + 1} e^{-3s} \\ \frac{6.6}{10.9s + 1} e^{-7s} & \frac{-19.4}{14.4s + 1} e^{-3s} \end{pmatrix}$$

## ◆ Grandes retardos y gran interacción

- ◆ No es posible obtener buenos resultados con 4 PIs ni con control descentralizado

# Control de la columna Wood & Berry



Especificaciones:  $MF1 = 60^\circ$   $MF2 = 60^\circ$