

Diseño de Sistemas de Control Multivariable por Desacoplo con Controladores PID

J. Garrido ^{a,*}, F. Vázquez^a, F. Morilla^b

^a Dpto. Informática y Análisis Numérico, Universidad de Córdoba, Campus de Rabanales, 14071 Córdoba, España.

^b Departamento de Informática y Automática, Universidad Nacional de Educación a Distancia, C/ Juan del Rosal 16, 28040, Madrid, España.

Resumen

Este trabajo presenta el marco del problema y los propósitos de la tesis doctoral “Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID” que se encuentra en fase de desarrollo. Tras ello, se exponen algunos breves antecedentes sobre el control por desacoplo. Posteriormente, se explican los principales avances llevados a cabo en la metodología de control basada en desacoplo inverso, la cual ha sido generalizada para procesos cuadrados de cualquier dimensión. Dos ejemplos en simulación, uno 2×2 y otro 3×3 , han sido usados para ilustrar la aplicación del método y comparar los resultados con los de otros autores.

Palabras Clave:

Control multivariable, control por desacoplo, control PID, control centralizado.

1. Introducción

La mayoría de los sistemas (naturales o artificiales) tienen varias variables de medida (salidas) para ser controladas y varias variables manipulables (entradas), en cuyo caso se dice que son multivariables. Muchos procesos industriales típicos son de naturaleza esencialmente multivariable: calderas, mezclas, plantas de papel, columnas de destilación, reactores químicos, intercambiadores de calor, redes de distribución de vapor, sistemas de aire acondicionado, etc. Un fenómeno único de los sistemas multivariables es la interacción que se presenta entre sus variables, de tal forma que una variable de entrada afecta a varias variables de salida, lo cual puede dificultar en gran medida el diseño del sistema de control.

Tradicionalmente los problemas de control de procesos se han abordado mediante lazos de control monovariables e independientes, donde una variable de medida es controlada con una variable manipulada. En dichos lazos, el controlador proporcional-integral-derivativo (PID) es el más extendido, ya que se puede entender e implementar fácilmente. Además, se puede integrar en estructuras de control más avanzadas y bien conocidas como el control en cascada, control feedforward, control por proporción, etc. Estos enfoques se han desarrollado a lo largo de varios años de experiencia, y funcionan

adecuadamente cuando las interacciones entre las diferentes variables del proceso son pequeñas. Sin embargo, cuando las interacciones son importantes, el control de un sistema multivariable se puede volver mucho más difícil. Por ejemplo, el ajuste de uno de los lazos puede afectar considerablemente al rendimiento de otros, hasta el punto incluso de desestabilizarlos. En estos casos, los tradicionales y bien asentados métodos de sintonía monovariable no consiguen una respuesta del sistema satisfactoria, y a menudo los controladores se ajustan de manera ineficiente. Generalmente, el controlador del lazo más importante es sintonizado para obtener una buena respuesta, mientras que los otros lazos se desajustan intencionadamente hasta que las interacciones con el lazo principal son aceptables. Ello justifica el interés por el desarrollo de metodologías de diseño de control multivariable que tengan en cuenta el problema de la interacción.

Una filosofía de diseño es desacoplar el sistema, que plantea el control multivariable con la intención de eliminar o reducir las interacciones entre las variables del proceso. De esta forma, el sistema multivariable se descompondría en varios sistemas monovariables donde no habría acoplamientos entre las variables de referencia deseadas y las salidas controladas de la planta. Hay que decir que el control por desacoplo no es solo popular porque simplifique el sistema

* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: juan.garrido@uco.es (J. Garrido),

fvazquez@uco.es (F. Vázquez.),

fmorilla@dia.uned.es (F. Morilla)

URL: www.dia.uned.es/~fmorilla/ (F. Morilla)

multivariable, sino porque además, es una característica deseada en muchas aplicaciones prácticas. En primer lugar, el desacoplamiento es necesario para facilitar la labor de los técnicos, al menos en la industria química y de procesos, ya que de lo contrario, sería muy difícil decidir los múltiples valores de referencia del sistema multivariable para alcanzar los objetivos finales. En segundo lugar, un buen desacoplamiento puede ayudar a mejorar la respuesta en lazo cerrado (Wang, 2003).

En algunos procesos con poca o mediana interacción, los acoplamientos se pueden reducir aceptablemente con un control descentralizado, donde por cada lazo hay un controlador que trabaja independientemente (Vázquez *et al.*, 1999). Sin embargo, en procesos con una interacción severa es necesario acudir a técnicas de mayor complejidad y con un enfoque centralizado para conseguir una respuesta satisfactoria. Para ello, en el ámbito del diseño de sistemas de control lineales podemos encontrar diversos planteamientos, desde el enfoque tradicional basado en matrices de funciones de transferencia hasta otras metodologías como el control lineal cuadrático gaussiano (LQG), el posterior control óptimo H_∞ , el control por modelo interno (IMC) o el control predictivo basado en modelos (MPC), que ya se aplican en algunos sistemas de control industriales.

Una forma de trabajar bajo este enfoque centralizado es diseñar una red de compensación o desacoplamiento en serie con el proceso para minimizar la interacción o hacer al sistema dominante diagonal, y posteriormente diseñar un control descentralizado para el sistema diagonal equivalente procesoread (Skogestad y Postlethwaite, 2005).

Por otro lado, la mayoría de las metodologías basadas en el control por desacoplo, se centran en sistemas con dos entradas y dos salidas (TITO) o procesos 2×2 . La razón es que los sistemas TITO son los sistemas multivariables más comunes bien porque hay procesos de esta naturaleza, o bien porque procesos más complejos se pueden descomponer en bloques 2×2 con interacciones importantes entre sus entradas y salidas. Sin embargo, es más raro encontrar metodologías generales para procesos de mayores dimensiones, siendo éste otro tema en el que avanzar.

2. Objetivos

Este trabajo de tesis persigue aportar soluciones de control para los sistemas multivariables mediante realimentación unitaria de sus salidas buscando principalmente una respuesta desacoplada. Para enmarcar mejor la problemática a resolver se asumen las siguientes hipótesis:

- Los procesos a controlar serán sistemas cuadrados, esto es, el número de entradas y salidas es el mismo. Este hecho puede deberse a que su naturaleza ya les haga ser cuadrados, o a que previamente se ha realizado un proceso de selección y emparejamiento.
- Los procesos podrán tener retardos de tiempo diferentes asociados a cada pareja entrada-salida.
- Debido a lo anterior, el proceso se representa mediante una matriz de funciones de transferencia. Por tanto, el punto de partida de la solución será una planta lineal invariante en el tiempo y causal. Si se desea controlar una planta no lineal se deberá obtener un modelo lineal en torno a un punto de operación.

- En el proceso lineal anterior no hay polos en el semiplano derecho ni cancelaciones entre polos y ceros en el semiplano derecho.

- La matriz de funciones de transferencia no es singular, es decir, su determinante no es cero.

Dadas las anteriores suposiciones, el principal objetivo de esta tesis es el desarrollo de diferentes metodologías de diseño multivariable basadas en el control por desacoplo. Las metodologías deberían ser lo más generales posibles, y en la medida de lo factible, deberían utilizar controladores PID, por ser éstos los más extendidos en la industria. Como subobjetivos del anterior están:

- Explorar las mejoras que se puedan incorporar en la metodología multivariable procedentes de las técnicas de ajuste monovariables, de las técnicas de desacoplamiento y de las técnicas de reducción y aproximación de modelos.
- Probar y validar las metodologías propuestas en procesos de simulación y plantas experimentales.
- Realizar un análisis comparativo sobre sus ventajas y limitaciones respecto a las estrategias de control descentralizado y a otras estrategias de control centralizado.
- Proponer esquemas de implementación para las metodologías desarrolladas, que tengan en cuenta problemas prácticos como el “windup” del integrador.

3. Control por desacoplo

Las metodologías centralizadas de control multivariable en las que se centra el presente trabajo, son aquellas que buscan el desacoplamiento entre las variables controladas y las señales de referencia. Estas técnicas se engloban en el **control por desacoplo**, el cual básicamente se puede enfocar de dos formas: usando una red de desacoplo y un controlador diagonal, o utilizando un controlador puramente centralizado.

La Figura 1 muestra el esquema general de un sistema de control combinando red de desacoplo y controlador diagonal, donde $G(s)$, $D(s)$ y $C(s)$ son las matrices de funciones de transferencia $n \times n$ del proceso, la red de desacoplo y el controlador diagonal, respectivamente. El producto del proceso original y la red de desacoplo conformarían el nuevo proceso aparente: $Q(s) = G(s) \cdot D(s)$. El bloque compensador $D(s)$, o red de desacoplamiento, se diseña con la intención de eliminar, o al menos reducir, las interacciones del proceso, de tal manera que el controlador descentralizado $C(s)$ manipule las variables v_i en lugar de las variables u_i . Con esta configuración se pretende que el controlador vea al nuevo proceso aparente $Q(s)$ como un conjunto de n procesos totalmente independientes o con mucha menos interacción, para los cuales se diseñaría el control descentralizado $C(s)$ mediante técnicas de ajuste monovariable bien establecidas. El controlador multivariable resultante de este diseño estaría compuesto por el control diagonal y la red de desacoplo (Skogestad y Postlethwaite, 2005).

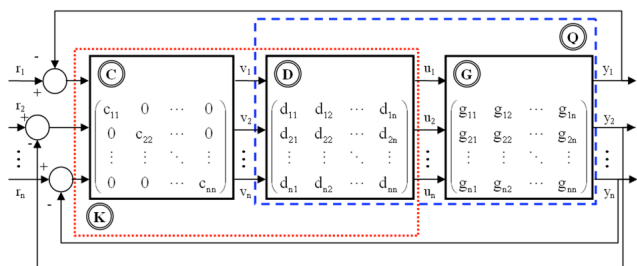


Figura 1: Sistema de control combinando red de desacoplamiento y controlador descentralizado.

Por otro lado, la Figura 2 representa un sistema de control puramente centralizado, donde $K(s)$ es un controlador $n \times n$ que trabaja como un bloque único para controlar las diferentes señales y reducir las interacciones. Propuestas más recientes (Wang, 2003), (Liu et al., 2007), (Morilla et al., 2008), (Garrido et al., 2009) diseñan el controlador $K(s)$ con el objetivo de que la matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado $T(s) = G(s) \cdot K(s) \cdot [I + G(s) \cdot K(s)]^{-1}$ sea una matriz diagonal en un ancho de banda deseado. Como este objetivo está asegurado si la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto $L(s) = G(s) \cdot K(s)$ es una matriz diagonal, las técnicas que se usan para calcular $K(s)$ son muy similares a las que se emplean para las redes de desacoplo.

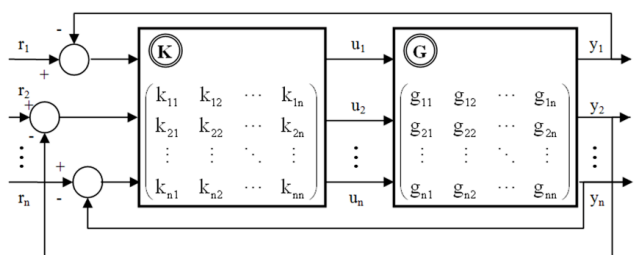


Figura 2: Sistema de control puramente centralizado.

3.1 Redes de desacoplo o compensación

Existen diferentes formas de implementar la red de desacoplo $D(s)$ mediante bloques elementales SISO. La forma convencional, representada para el caso 2×2 en la Figura 3, reproduce fielmente la estructura matricial; donde para facilitar la notación se ha obviado el operador de Laplace. Cada bloque elemental $d_{ij}(s)$ está asociado a un elemento de la matriz $D(s)$. Esta forma de compensación se conoce como desacoplo convencional o desacoplo directo porque las salidas del controlador diagonal $C(s)$ viajan hacia las entradas del proceso u_i de forma directa a través de los bloques $d_{ij}(s)$.

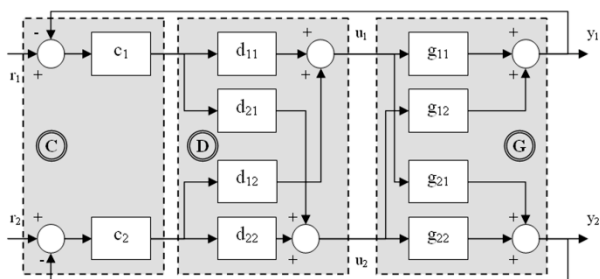


Figura 3: Sistema de control mediante desacoplo convencional de un proceso TITO.

En general, el diseño de la red de desacoplo convencional se puede obtener a partir de la expresión (1), donde para un proceso $n \times n$ se tienen n grados de libertad que o bien se utilizan para fijar n elementos de desacoplamiento de $D(s)$, o bien para especificar las n funciones de transferencia deseadas del proceso diagonal aparente $Q(s)$.

$$D(s) = G(s)^{-1} \cdot Q(s) \tag{1}$$

Un procedimiento habitual, que ha recibido considerable atención tanto en la teoría de control como en la práctica industrial, es el **desacoplo simplificado**, que consiste en fijar los elementos de la diagonal de $D(s)$ a la unidad (Waller, 1974). Por tanto, si se considera un proceso 2×2 , la matriz de desacoplo $D(s)$ vendría dada por (2), obteniendo el proceso aparente (3).

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$Q = G \cdot D = \begin{pmatrix} g_{11} - \frac{g_{21} \cdot g_{12}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{21} \cdot g_{12}}{g_{11}} \end{pmatrix} \tag{3}$$

Otra forma de proceder es fijar el proceso aparente $Q(s)$ y calcular $D(s)$ a partir de (1), de tal forma que $q_1(s)$ y $q_2(s)$ pasan de ser una consecuencia a ser especificaciones. Una de las elecciones más extendidas es conocida como **desacoplo ideal** (Waller, 1974). Consiste en especificar la diagonal del proceso original $G(s)$ como proceso aparente deseado. Por tanto, se obtiene:

$$D_G = \frac{1}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \begin{pmatrix} g_{22}g_{11} & -g_{12}g_{22} \\ -g_{21}g_{11} & g_{11}g_{22} \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix} \tag{5}$$

A la vista de las ecuaciones anteriores, se puede afirmar que el desacoplo directo o convencional involucra ciertas restricciones entre sus elementos y entre las funciones de transferencia del proceso aparente. De manera que la simplicidad en los elementos del desacoplo puede provocar mayor complejidad en las funciones de transferencia del proceso aparente, y viceversa. En general las funciones de transferencia aparentes tienen mayor complejidad que los elementos individuales del proceso.

Por último, otra forma alternativa de desacoplamiento, raramente nombrada en la literatura, es el **desacoplo inverso**, el cual utiliza una compensación con estructura realimentada (Wade, 1997). En la Figura 4 se muestra una posible configuración para el caso 2×2 . En este tipo de red hay 2 bloques que forman un camino directo entre las

salidas del controlador diagonal $C(s)$ y las entradas del proceso u_i , mientras que el resto de bloques realimentan positivamente de forma cruzada las señales u_i . En este caso no existe una correspondencia directa entre los bloques elementales y los elementos de la matriz $D(s)$ resultante, aunque por comodidad se muestre la misma notación $d_{ij}(s)$ que en el desacoplo directo. Los elementos de desacoplamiento están dados por (6) y el proceso aparente por (5). Por tanto, se obtienen elementos de desacoplamiento tan sencillos como en el desacoplo simplificado, al mismo tiempo que se consiguen procesos aparentes tan simples como en el desacoplo ideal. Además de ello, presenta importantes ventajas de implementación.

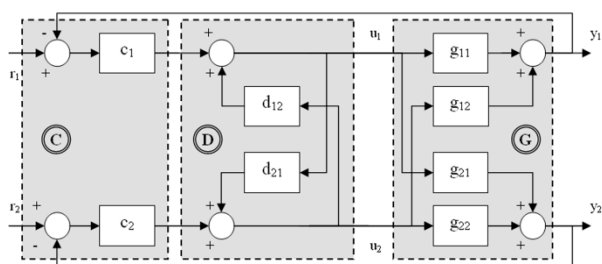


Figura 4: Sistema de control mediante desacoplo inverso de un proceso TITO.

$$d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}} \quad \text{y} \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}} \quad (6)$$

4. Generalización del desacoplo inverso

Actualmente, la mayoría de los artículos en la literatura respecto al desacoplo inverso solo se aplican a procesos 2×2 usando el esquema de la Figura 4, por lo que solo se encuentran las expresiones para este caso dadas en (6). En este apartado se desarrolla la formulación general para el caso $n \times n$, y posteriormente, se presentan en mayor detalle las ecuaciones para $n = 2$ y $n = 3$.

Para estudiar el desacoplo inverso para procesos cuadrados con n entradas y n salidas, se propone utilizar un representación matricial como la de la Figura 5. Hay n elementos de la red de desacoplamiento (los de la matriz $Dd(s)$) que intentan conectar directamente las entradas de la red con las entradas del proceso; mientras que el resto de elementos (los de la matriz $Do(s)$) realimentan las entradas del proceso hacia las entradas de la red de desacoplo para desacoplar el sistema. Así pues, el desacoplo completo $D(s)$ se divide en dos matrices: la matriz $Dd(s)$ en la ruta directa entre las salidas c del controlador y las entradas u del proceso, y la matriz $Do(s)$ en un lazo de realimentación entre las entradas u del proceso y las salidas c de del controlador (Garrido et al., 2011a).

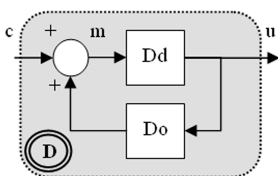


Figura 5: Representación matricial del desacoplo inverso.

La matriz $Dd(s)$ debe tener solo n elementos diferentes de cero, ya que debe haber solo una conexión directa para cada entrada del proceso. Hay que señalar que estas conexiones o relaciones entre las señales c y u en $Dd(s)$, no deben aparecer en la matriz $Do(s)$. Como en $Do(s)$ el flujo de señal es el opuesto al de $Dd(s)$, los elementos correspondientes de $Do(s)$ que deben ser iguales a cero, son los transpuestos de los elementos de $Dd(s)$ diferentes de cero. Por ejemplo, en un proceso 3×3 , si el elemento $Dd(3,1)$ se especifica en la ruta directa desde c_1 a u_3 (siendo entonces distinto de cero), no habrá realimentación desde u_3 hacia c_1 , y por tanto, el elemento $Do(1,3)$ debe ser cero.

A partir de la representación dada en la Figura 5 para la red de desacoplamiento, y siguiendo el álgebra de bloques, se puede obtener la expresión (7), la cual nos relaciona la matriz de funciones de transferencia $D(s)$ de una red de desacoplo convencional, con la estructura del desacoplo inverso.

$$D(s) = Dd(s) \{ I - Do(s) \cdot Dd(s) \}^{-1} \quad (7)$$

Debido a la complejidad de la expresión anterior, es más fácil trabajar con su inversa, tras sustituir por la expresión general de una red de desacoplo ($D(s) = G^{-1}(s) \cdot Q(s)$). Se obtiene así:

$$Dd^{-1}(s) - Do(s) = Q^{-1}(s) \cdot Q(s) \quad (8)$$

Esta última expresión se puede usar para calcular los diferentes elementos del desacoplo inverso generalizado. Su principal ventaja es su simplicidad y que ésta es independientemente del tamaño del sistema, ya que la matriz $Q(s)$ se elige diagonal y la matriz resultante de la resta de la matriz inversa de $Dd(s)$ y la matriz $Do(s)$, es una matriz con solo un elemento a calcular en cada posición.

Hay que señalar que la matriz $Dd(s)$ tiene que ser no singular, ya que de acuerdo a (8), su inversa aparece implicada en el cálculo del desacoplo. Por tanto, cuando sus elementos diferentes de cero son seleccionados, se debe especificar solo un elemento por fila y columna. Consecuentemente, para un proceso $n \times n$ hay solo $n!$ posibles elecciones de $Dd(s)$. Para nombrar estas posibilidades o configuraciones, se propone una notación en la que para cada fila se indica un número que corresponde a la columna con el elemento seleccionado. Por ejemplo, en un proceso 3×3 , la configuración 1-2-3 indica que se seleccionan los elementos $Dd(1,1)$, $Dd(2,2)$ y $Dd(3,3)$; la configuración 3-1-2 indica que se escogen los elementos $Dd(1,3)$, $Dd(2,1)$ y $Dd(3,2)$; etc. Cada configuración tiene un conjunto diferente de elementos de desacoplamiento, lo cual es interesante ya que algunas configuraciones pueden dar lugar a elementos no realizables. La configuración puede escogerse en función de la realizabilidad.

4.1 Desacoplo inverso generalizado para procesos 2×2

A continuación se presenta un estudio del desacoplo inverso generalizado para procesos 2×2 a partir de la expresión (8). En este caso ($n = 2$), solo hay dos posibles configuraciones para la matriz $Dd(s)$: los elementos de la diagonal (configuración 1-2) y los de fuera de la diagonal (configuración 2-1). Usando la configuración 1-2, los elementos distintos de cero de Dd y Do vienen dados por las expresiones en (9). Las funciones de transferencia q_1 y q_2 son

los procesos equivalentes en lazo abierto que vería el sistema de control descentralizado. Estas funciones se pueden especificar libremente siempre y cuando los elementos del desacoplo inverso sean realizables (Garrido *et al.*, 2011b). En la configuración 2-1, los elementos de Dd y Do vienen dados por (10).

$$dd_{11} = \frac{q_1}{g_{11}} \quad do_{12} = \frac{-g_{12}}{q_1} \quad do_{21} = \frac{-g_{21}}{q_2} \quad dd_{22} = \frac{q_2}{g_{22}} \quad (9)$$

$$do_{11} = \frac{-g_{11}}{q_1} \quad dd_{12} = \frac{q_2}{g_{21}} \quad dd_{21} = \frac{q_1}{g_{12}} \quad do_{22} = \frac{-g_{22}}{q_2} \quad (10)$$

4.2 Desacoplo inverso generalizado para procesos 3×3

Para procesos 3×3 , el procedimiento es el mismo: tras seleccionar una configuración, se obtienen los elementos de la red de desacoplamiento a partir de (8). En el caso 3×3 hay seis (3!) posibles configuraciones según qué tres elementos de la matriz Dd se elijan distintos de cero. A continuación, se muestran dos ejemplos de estas configuraciones. Usando la configuración 1-2-3 (se seleccionan los elementos de la diagonal de Dd) en la ecuación (8), los diversos elementos de las dos matrices del desacoplo inverso vienen dados por (11).

$$\begin{aligned} dd_{11} &= \frac{q_1}{g_{11}} & do_{12} &= \frac{-g_{12}}{q_1} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{q_1} \\ do_{21} &= \frac{-g_{21}}{q_2} & dd_{22} &= \frac{q_2}{g_{22}} & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{q_2} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{q_3} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{q_3} & dd_{33} &= \frac{q_3}{g_{33}} \end{aligned} \quad (11)$$

Usando la configuración 2-1-3 y operando de la misma manera, se obtienen las expresiones dadas en (12).

$$\begin{aligned} do_{11} &= \frac{-g_{11}}{q_1} & dd_{12} &= \frac{q_2}{g_{21}} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{q_1} \\ dd_{21} &= \frac{q_1}{g_{12}} & do_{22} &= \frac{-g_{22}}{q_2} & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{q_2} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{q_3} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{q_3} & dd_{33} &= \frac{q_3}{g_{33}} \end{aligned} \quad (12)$$

En ambos casos las expresiones son similares a las que se obtienen con procesos 2×2 . Si usando la configuración 1-2-3, los tres elementos no nulos de la matriz Dd se fijan a la unidad, se obtienen los siguientes elementos de la red de desacoplamiento:

$$\begin{aligned} dd_{11} &= 1 & do_{12} &= \frac{-g_{12}}{g_{11}} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{g_{11}} \\ do_{21} &= \frac{-g_{21}}{g_{22}} & dd_{22} &= 1 & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{g_{22}} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{g_{33}} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{g_{33}} & dd_{33} &= 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Los procesos aparentes q_i son los elementos de la diagonal del proceso $G(s)$, como se obtendría con el desacoplo ideal, pero al mismo tiempo los elementos del desacoplo son tan simples como los elementos del desacoplo simplificado para procesos 2×2 . En procesos 3×3 , los elementos del desacoplo simplificado son mucho más complicados.

Además, cuando los elementos no nulos de la matriz Dd se fijan a la unidad, el desacoplo inverso presenta varias ventajas prácticas en comparación con el desacoplo convencional, que hacen esta estructura muy interesante desde el punto de vista de implementación (Garrido *et al.*, 2011c).

4.3 Desacoplo inverso para procesos $n \times n$

A partir de la ecuación (8) y de los casos vistos en los apartados previos, es posible obtener las expresiones generales de los elementos del desacoplo inverso para procesos cuadrados de cualquier dimensión. Si en un sistema $n \times n$, se decide usar la configuración $\{p_1 - p_2 - \dots - p_i - \dots - p_{n-1} - p_n\}$, los elementos diferentes de cero de las matrices Dd y Do vienen dados por (14) y (15), respectivamente. Las funciones de transferencia de los procesos aparentes $q_i(s)$ pueden escogerse de cualquier manera siempre que se asegure la realizabilidad de los elementos de desacoplamiento.

$$dd_{ij} = \frac{q_j}{g_{ji}} \quad \forall i; \quad j = p_i \quad (14)$$

$$do_{ij} = \frac{-g_{ij}}{q_i} \quad \forall i, j; \quad i \neq p_j \quad (15)$$

De estas expresiones generales se puede concluir que el desacoplo inverso presenta las siguientes ventajas:

- Los procesos aparentes desacoplados no contienen sumas de funciones de transferencia, y por tanto, la sintonía de los controladores diagonales es más sencilla. En procesos multivariables con fuertes acoplamientos, incluso si los elementos del sistema tienen dinámicas simples, el desacoplo convencional puede dar lugar a procesos aparentes diagonales muy complicados, para los cuales, no serían apropiados métodos de sintonía PID sencillos que dependen de una dinámica simple del proceso, como los métodos basados en la respuesta escalón (Hägglund y Åström, 2004).
- Los elementos de la red de desacoplamiento tampoco contienen suma de funciones de transferencia, y consecuentemente son muy fáciles de diseñar. Usando el desacoplo convencional, en algunos casos, es posible tener elementos de desacoplamiento con una gran complejidad, que son difíciles de implementar.
- La complejidad tanto de los elementos de desacoplamiento como de los procesos aparentes desacoplados es siempre la misma, independientemente del tamaño del sistema. Con el desacoplo convencional, estos elementos tienden a hacerse más complejos a medida que el número de entradas y salidas aumenta.

No obstante, el desacoplo inverso tiene una desventaja importante: debido a problemas de estabilidad, no puede aplicarse a procesos con ceros multivariables RHP, es decir, ceros RHP en el determinante de $G(s)$. Para alcanzar estabilidad interna estos ceros RHP deberían aparecer en los

procesos aparentes desacoplados. En la estructura del desacoplo convencional, los ceros RHP del determinante de $G(s)$ se puede incluir en las funciones de transferencia deseadas en lazo abierto $q_i(s)$. Sin embargo, esto no es posible con el desacoplo inverso, porque tales ceros RHP incluidos en $q_i(s)$ aparecerían como polos inestables en algún elemento de desacoplamiento $do_{ij}(s)$. Si no se incluyeran dichos ceros RHP, aunque los elementos individuales fueran estables, la estructura global de desacoplamiento (lo que sería la matriz $D(s)$) sería inestable pues tendría esos ceros RHP del determinante como polos inestables.

4.4 Realizabilidad

Los requerimientos de realizabilidad para la red de desacoplo inverso son que sus elementos sean propios, causales y estables. Para sistemas cuyas funciones de transferencia tengan retardo de tiempo o ceros de fase no mínima, el cálculo directo de los elementos del desacoplo puede llevar a elementos con predicción o polos inestables.

En ciertos procesos no es posible obtener una configuración inicialmente realizable. En estos casos es necesario añadir dinámica extra en un bloque adicional $N(s)$ entre el proceso y la red de desacoplo inverso, de tal manera que el proceso visto por la red cambia, forzando la realizabilidad. Entonces el desacoplo inverso se debería aplicar al nuevo proceso $G^N(s)=G(s) \cdot N(s)$. La matriz $N(s)$ es un bloque diagonal con la dinámica extra necesaria: retardo adicional, un polo simple, o un término con un cero de fase no mínima y su conjugado como polo.

5. Ejemplos ilustrativos

5.1 Columna de Vinante-Luyben

El proceso de destilación de Vinante-Lyuben viene dado por (16) en (Cai *et al.*, 2008). Debido a los retardos ninguna configuración es posible, por lo que es necesario añadir un retardo extra en la segunda señal de control. El mínimo retardo necesario es $n_2(s)=e^{-0.7s}$. Entonces el nuevo proceso a desacoplar vendría dado por (17), en donde se debería escoger la configuración 1-2 para obtener elementos realizables, debido a los retardos.

$$G_V(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7s+1} & \frac{1.3e^{-0.3s}}{7s+1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5s+1} & \frac{4.3e^{-0.35s}}{9.2s+1} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$G_V^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7s+1} & \frac{1.3e^{-s}}{7s+1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5s+1} & \frac{4.3e^{-1.05s}}{9.2s+1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

En (Cai *et al.*, 2008), usando las reglas de diseño del desacoplo normalizado, se propone el proceso aparente desacoplado en (18). Luego, se diseña una red de desacoplo normalizado usando la metodología de funciones de transferencia equivalentes (de los mismos autores). Finalmente, se diseña el control diagonal (19) de dos

controladores PI, teniendo como especificaciones en ambos lazos una margen de ganancia de 3 y un margen de fase de 60°.

$$Q(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.0785e^{-0.9558s}}{6.691s+1} & 0 \\ 0 & \frac{4.4769e^{-1.5935s}}{8.7939s+1} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$C_{PI}(s) = \begin{pmatrix} 1.7633 + \frac{0.2635}{s} & 0 \\ 0 & 0.6454 + \frac{0.0734}{s} \end{pmatrix} \quad (19)$$

En este ejemplo se va a aplicar el desacoplo inverso generalizado presentado en este trabajo, de tal manera que se va a especificar el mismo proceso aparente que en (Cai *et al.*, 2008), es decir, se va a diseñar una red de desacoplo inverso usando las expresiones generales (9) y usando como $q_i(s)$ los procesos aparentes de (18), excepto que el retardo de $q_1(s)$ será igual a uno para conseguir realizabilidad. Además, para obtener una respuesta similar, y ya que los procesos aparentes son los mismos se va a usar el mismo control descentralizado (19). Los elementos del desacoplo inverso obtenidos son

$$\begin{aligned} d_{11} &= \frac{-14.55s - 2.079}{14.72s + 2.2} \approx -0.9448 \\ d_{12} &= \frac{-8.698s - 1.3}{14.55s + 2.079} \\ d_{21} &= \frac{(24.62s + 2.8)}{42.53s + 4.477} e^{-0.207s} \\ d_{22} &= \frac{(41.19s + 4.477)}{37.81s + 4.3} e^{-0.543s} \approx 1.041 \cdot e^{-0.543s} \end{aligned} \quad (20)$$

En las Figuras 6 y 7 se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado (salidas y señales de control respectivamente) del desacoplo inverso diseñado, en comparación con el desacoplo normalizado en (Cai *et al.*, 2008).

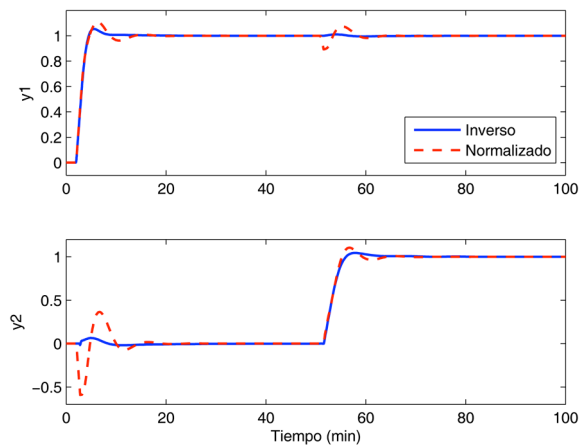


Figura 6: Salidas en la columna VL.

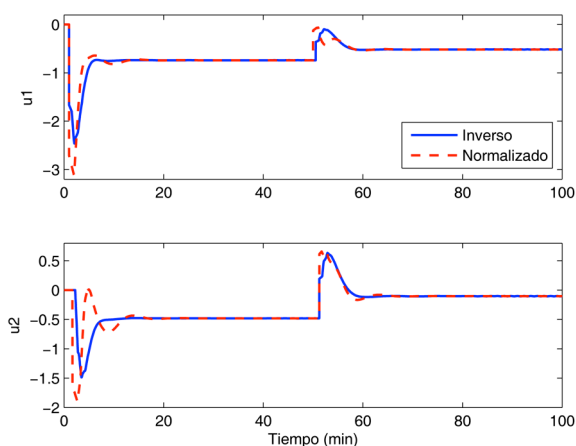


Figura 7: Señales de control en la columna VL.

Las respuestas son similares, pero el control inverso propuesto consigue un desacoplo mucho mayor (no es perfecto por las aproximaciones realizadas en (20) a d_{11} y d_{22}). En el desacoplo normalizado la interacción es mayor, sobre todo en la segunda salida. Por tanto, aunque los elementos de ambas redes de desacoplo tienen similar complejidad, la respuesta del control propuesto es mejor.

5.2 Columna de destilación 3x3 de Tyreus

En este proceso (Tyreus, 1979) no hay configuraciones inicialmente realizables en este proceso debido a los retardos. Para alcanzar una red de desacoplamiento realizable hay que usar la configuración 1-2-3 y añadir un bloque diagonal de retardos extras dado por $n_{11}(s)=e^{-0.09s}$, $n_{22}(s)=1$ y $n_{33}(s)=e^{-0.26s}$. Entonces, el nuevo proceso usado para diseñar el desacoplo inverso viene dado por:

$$G_T^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.986e^{-0.8s}}{66.7s+1} & \frac{-5.24e^{-60s}}{400s+1} & \frac{-5.984e^{-2.5s}}{14.29s+1} \\ \frac{-0.0204e^{-0.68s}}{(7.14s+1)^2} & \frac{0.33e^{-0.68s}}{(2.38s+1)^2} & \frac{-2.38e^{-0.68s}}{(1.43s+1)^2} \\ \frac{-0.374e^{-7.84s}}{22.22s+1} & \frac{11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2} & \frac{9.811e^{-1.85s}}{11.36s+1} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Usando la configuración 1-2-3 y fijando a uno los tres elementos no nulos de la matriz Dd , el proceso aparente desacoplado en lazo abierto Q , vendría dado por los elementos de la diagonal principal de (21). La matriz D_0 se calcula mediante (13), obteniendo:

$$D_0(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2.638(66.7s+1)e^{-59.2s}}{(400s+1)} & \frac{3.013(66.7s+1)e^{-1.7s}}{(14.29s+1)} \\ \frac{0.062(2.38s+1)^2}{(7.14s+1)^2} & 0 & \frac{7.212(2.38s+1)^2}{(1.43s+1)^2} \\ \frac{0.038(11.36s+1)e^{-5.99s}}{22.22s+1} & \frac{-1.213(11.36s-1)e^{-1.94s}}{(21.74s+1)^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Aunque el proceso de este ejemplo es un sistema 3x3, puede apreciarse que la complejidad de los elementos de D_0

en (22) es igual de simple que la de los elementos del desacoplo inverso para procesos 2x2. En base a las reglas de sintonía IMC de (Rivera et al., 1986), se ajustan tres controladores PI de manera independiente para los correspondientes procesos desacoplados q_i . Para cada lazo se especifica una constante de tiempo en lazo cerrado de 15, 20 y 18 min, respectivamente. Los parámetros obtenidos aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros PI e índices de desempeño en el proceso de Tyreus.

Método	Parámetros PI						IAE ₁	IAE ₂	IAE ₃
	K_{P1}	K_{P2}	K_{P3}	T_{I1}	T_{I2}	T_{I3}			
Propuesto	2.25	0.77	0.07	67.1	5.1	12.3	15	21.3	22.9
Wang	-	-	-	-	-	-	38.7	31	38.3
Liu	-	-	-	-	-	-	17.6	25.1	22.9
Lee ($\tau_1=15, \tau_2=20, \tau_3=18$)	2.14	-0.04	0.13	61.1	2.39	37.5	65.1	22.8	133

El control propuesto se compara con otras metodologías: el control puramente centralizado de (Wang, 2003), el control centralizado por desacoplo analítico de (Liu et al., 2007), y un control PI multi-lazo definido en la Tabla 1 para un emparejamiento y_1-u_1, y_2-u_3 y y_3-u_2 .

Las respuestas en lazo cerrado (salidas y señales de control) del control propuesto y el resto de metodologías, se muestran en la Figura 8. Hay un cambio escalón unitario en $t = 0$ min en la primera referencia, en $t = 333$ min, en la segunda, y en $t = 666$ min, en la tercera. El diseño propuesto consigue un desacoplamiento perfecto sin sobrepaso ni respuesta inversa en las salidas; aunque las señales de control son más oscilatorias que en el control de Wang. Además, obtiene los valores IAE más pequeños. La respuesta es bastante similar a la del controlador de Liu; sin embargo, hay que destacar que la complejidad de los elementos en los controles de Liu y Wang es mucho mayor. Y también hay que decir que sus procedimientos de diseño son más complicados que el método propuesto. La respuesta del control multi-lazo es muy buena en la segunda salida, pero muestra importantes interacciones en el resto de lazos.

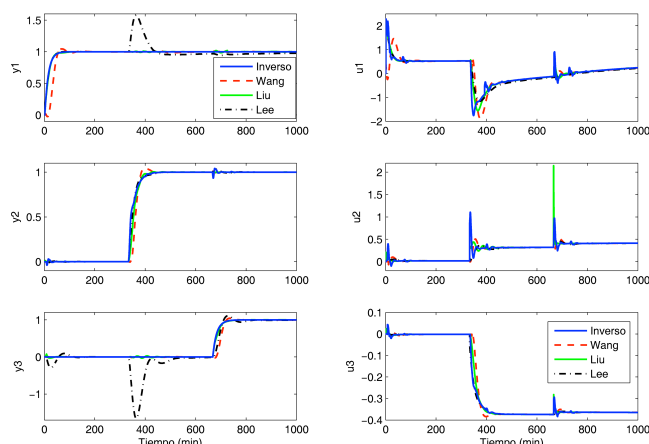


Figura 8: Salidas y señales de control en la columna de Tyreus.

6. Conclusión

Este trabajo se ha centrado en las contribuciones que la tesis en ejecución ya ha realizado en relación al desacoplo inverso: se ha generalizado esta técnica de desacoplamiento a procesos $n \times n$, demostrando su simplicidad en comparación con otras metodologías. En otro trabajo citado se ha llevado a cabo un estudio detallado de sus ventajas desde el punto de vista de implementación, las cuales son importantes.

Pero la tesis en desarrollo no solo se centra en el desacoplo inverso. Recientemente se ha realizado una generalización formal del desacoplo simplificado al caso $n \times n$, demostrando que existen diversas configuraciones en función de los elementos del desacoplo que se fijen a la unidad. Esto permite mayor flexibilidad a la hora de determinar los procesos aparentes desacoplados o los elementos de la red de compensación.

Además, se está trabajando en el desarrollo de metodologías de control PID por desacoplo desde un enfoque puramente centralizado, usando tanto una estructura convencional como inversa. Durante el procedimiento de diseño, normalmente es necesario hacer uso de técnicas de aproximación de modelos. También se estudian posibles esquemas anti-windup para controladores PID multivariables.

English Summary

Design of multivariable control systems by decoupling with PID controllers.

Abstract

This paper presents the framework of the problem and the purposes of the PhD entitled "Design of multivariable control systems by decoupling with PID controllers", which currently is under development. Then, a short background about decoupling control is exposed. Subsequently, the main contributions developed about inverted decoupling are explained. This method has been generalized for square processes of any size. Two simulation examples, one of size 2×2 and the other of size 3×3 , have been used to illustrate the application of the proposed methodology and to compare the results with solutions from other authors.

Keywords:

Multivariable control, decoupling control, PID control, centralized control.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo de la CICYT (Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología) a través del proyecto DPI 2004-05903 y al apoyo del proyecto de Excelencia P10-TEP-6056 de la Junta de Andalucía, España. Además, J. Garrido agradece al Ministerio de Educación su beca FPU (Ref. AP2006-01049).

Referencias

- Cai, W. J., Ni, W., He, M. J., Ni, C. Y. 2008. Normalized decoupling – A new approach for MIMO process control system design. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 7347-7356.
- Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F. 2009. Centralized PID control by decoupling of a boiler-turbine unit. En: *Proceedings of the 10th European Control Conference*, 4007-4012.
- Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F. 2011a. An extended approach of inverted decoupling. *J. Process Control* 21, 55-68.
- Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F. 2011b. Generalized inverted decoupling for TITO processes. En: *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 7535-7540.
- Garrido, J., Vázquez, F., Morilla, F., Häggglund, T. 2011c. Practical advantages of inverted decoupling. *Proc. IMechE Part I: J. System and Control Engineering* 225, 977-992.
- Häggglund, T., Åström, K. J. 2004. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *J. Process Control* 14, 635-650.
- Liu, T., Zhang, W., Gao, F. 2007. Analytical decoupling control strategy using a unitary feedback control structure for MIMO processes with time delays. *J. Process Control* 17, 173-186.
- Morilla, F., Vázquez, F., Garrido, J. 2008. Centralized PID control by decoupling for TITO processes. En: *Proceedings of 13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, 1318-1325.
- Rivera, D. E., Morari, M., Skogestad, S. 1986. Internal model control. 4. PID controller design. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 25, 252-265.
- Skogestad, S., Postlethwaite, I. 2005. *Multivariable feedback control: analysis and design*. 2nd Edition. John Wiley & sons, Chichester, England.
- Tyreus, B. D. 1979. Multivariable control system design for an industrial distillation column. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 18, 177-182.
- Vázquez, F., Morilla, F., Dormido, S. 1999. An iterative method for tuning decentralized PID controllers. En: *Proceedings of the 14th IFAC World Congress*, 491-496.
- Wade, H. L. 1997. Inverted decoupling: a neglected technique. *ISA Trans.* 36, 3-10.
- Waller, K. V. T. 1974. Decoupling in distillation. *AIChE J.* 20, 592-594.
- Wang, Q. G. 2003. *Decoupling Control*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.