

**PROPUESTA DEL GRUPO DE LA UNIVERSIDAD DE
CÓRDOBA Y LA UNED AL BENCHMARK DE
CONTROLADORES PID**

F. Morilla
Dpto. de Informática y Automática
ETSI Informática, UNED
fmorilla@dia.uned.es

J. Jiménez F. Vázquez
Dpto. de Informática y Análisis Numérico
EPS, Universidad de Córdoba
jjimenez@uco.es fvazquez@uco.es

INDICE

- 1. Introducción**
- 2. Resumen de las propuestas**
- 3. Justificación de la elección de la función objetivo**
- 4. Solución 1: optimización global estocástica**
 - 4.1 Introducción**
 - 4.2 La optimización global estocástica**
 - 4.3 Regiones de estabilidad: acotación del espacio de soluciones**
 - 4.4 Resultados**
- 5. Solución 2: metodología de cancelación de polos**
 - 5.1 Introducción**
 - 5.2 Cancelación de polos**
 - 5.3 Resultados**
- 6. Bibliografía**

1. INTRODUCCIÓN

En el concurso promovido por el grupo de Ingeniería de Control se ha prescindido, respecto al conjunto de sistemas propuestos por Aström y Hägglund en el PID'00, del sistema no lineal que modela un proceso de conducción térmica, se ha prescindido de añadir acción integral a los cinco primeros sistemas, y se ha elegido un solo caso en cada una de las categorías restantes. No obstante, el conjunto de sistemas todavía conforma una excelente batería para poner a prueba al algoritmo de control PID continuo y a las metodologías que permiten su ajuste y/o diseño.

Como no había fórmulas de sintonía, [Aström y Hägglund 2005, O'Dwyer 2003], que contemplaran el índice seleccionado en este concurso ni fórmulas que abarcaran tal variedad de sistemas, lo normal era abordar el reto como un problema de optimización puro; donde el sistema era conocido, el controlador también y se pretendía encontrar el juego de parámetros del controlador que minimizara el índice sujeto a las restricciones sobre la señal de control. Pero incluso en ese caso era conveniente incorporar algo más de conocimiento del proceso que una simple función de transferencia, asegurando unas condiciones favorables para que el algoritmo de optimización pueda encontrar el objetivo deseado.

Los autores de este informe, después de valorar varias alternativas, decidieron que el índice propuesto en el benchmark no era el más adecuado para encontrar los ajustes óptimos. En la sección 3 se justifica el índice utilizado en sus optimizaciones.

También se decidió que, aunque el enunciado del benchmark dejaba cierta libertad en la elección del controlador, se debería emplear el mismo algoritmo de control PID para todos los sistemas, y concretamente la formulación más general: el algoritmo de control PID no interactivo con filtro en la acción derivativa comentado en el apartado 4.2. Éste algoritmo se implementa con peso unitario en la señal de referencia, salvo en la acción derivativa que sólo tiene en cuenta la salida del proceso. En definitiva se ha optado por emplear la estructura con dos grados de libertad PI-D, la más habitual en los Sistemas de Control Distribuido [Dormido y Morilla, 2006].

De esta forma, los ajustes se limitarían al conjunto habitual de los tres parámetros de control (ganancia proporcional, constante de tiempo integral y constante de tiempo derivativa), manteniendo un factor de filtro en la acción derivativa igual a 0.1, salvo en los casos que realmente se viera que este factor podría aportar una mejora significativa. El sistema g9, el único con respuesta en lazo abierto oscilatoria, era el candidato ideal para probar la influencia de este filtro.

El controlador debía incorporar el correspondiente mecanismo de “anti-windup” de la acción integral para garantizar que la señal de control se mantuviera dentro de las restricciones. Ello también nos permitiría valorar si los ajustes obtenidos en condiciones lineales valdrían en condiciones de saturación transitoria de la señal de control. Los sistemas g7, g8, y g10 son los únicos donde hemos observado que los ajustes en condiciones lineales incumplían las restricciones sobre la señal de control.

En estas condiciones los autores decidieron presentar al menos dos propuestas de ajustes a este concurso. La primera propuesta abordaría el problema de optimización de una forma global, como se justifica en la sección 4. La segunda propuesta sería el resultado de combinar una metodología de diseño para determinar las constantes de tiempo del controlador y un proceso de optimización para ajustar la ganancia proporcional, en cierto sentido algo similar a las técnicas que estábamos empleando en nuestras investigaciones sobre control centralizado PID [Morilla y col. 2007]. Esta propuesta se justifica en la sección 5. En definitiva, la optimización global nos debía conducir a la solución óptima para este benchmark mientras que la primera propuesta nos debía llevar a una solución subóptima. Y así podíamos valorar qué lejos o qué cerca estaban ambas soluciones. Pero a estas dos propuestas se ha incorporado, como subproducto de la optimización global, una tercera propuesta en la que sólo se consideran controladores PI. De esta forma también podíamos valorar qué ventajas o limitaciones tendría el utilizar sólo controladores PI en este conjunto de sistemas, aún sabiendo que el sistema G_{10} , el único sistema inestable en lazo abierto, quedaba fuera de esta propuesta al no ser estabilizable con un controlador PI.

Los resultados de las tres propuestas se resumen en las tablas de la sección 2 y se justifican en los correspondientes apartados.

2. RESUMEN DE LAS PROPUESTAS

Los parámetros de control propuestos y justificados en las siguientes secciones de este informe están recogidos en la siguiente tabla, e incorporados en el fichero adjunto, “controladores_UCO_UNED.m”.

SOLUCIÓN 1A: OPTIMIZACIÓN GLOBAL ESTOCÁSTICA CON PID

| Sistema | K_p | T_I | T_D | α | Umax | Umin |
|---------|---------|--------|--------|----------|--------|---------|
| g1 | 0.8631 | 4.8748 | 2.0209 | 0.1 | 10 | -10 |
| g2 | 2.7271 | 1.4721 | 0.5032 | 0.1 | 10 | -10 |
| g3 | 0.3329 | 2.6381 | 0.7368 | 0.1 | 10 | -10 |
| g4 | 0.4399 | 0.6305 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g5 | 0.3794 | 0.5938 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g7 | 5.5926 | 0.4420 | 0.2861 | 0.1 | 0.9091 | -0.9091 |
| g8 | 13.097 | 2.4037 | 1.2035 | 0.1 | 10 | -10 |
| g9 | 0.5159 | 0.2053 | 0.2629 | 0.143 | 10 | -10 |
| g10 | 35.7699 | 1.0624 | 0.4266 | 0.1 | 10 | -10 |

SOLUCIÓN 1B: OPTIMIZACIÓN GLOBAL ESTOCÁSTICA CON PI

| Sistema | K_p | T_I | T_D | α | Umax | Umin |
|---------|--------|--------|-------|----------|--------|---------|
| g1 | 0.5799 | 5.0488 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g2 | 1.2426 | 1.4803 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g3 | 0.2161 | 2.1754 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g4 | 0.4399 | 0.6305 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g5 | 0.3794 | 0.5938 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g7 | 0.8687 | 0.7276 | 0 | 0.1 | 0.9091 | -0.9091 |
| g8 | 1.3422 | 9.0571 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g9 | 0.4275 | 0.2239 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| g10 | - | - | - | - | - | - |

SOLUCIÓN 2: METODOLOGÍA DE CANCELACIÓN DE POLOS CON PID

| Sistema | K_p | T_I | T_D | α | Umax | Umin |
|---------|----------|--------|--------|----------|--------|---------|
| 1 | 0.3169 | 2.8300 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| 2 | 2.5607 | 1.5735 | 0.3654 | 0.1 | 10 | -10 |
| 3 | 0.2016 | 1.9535 | 0.4654 | 0.1 | 10 | -10 |
| 4 | 0.0614 | 0.10 | 0 | 0.1 | 10 | -10 |
| 5 | 0.1165 | 0.1953 | 0.0465 | 0.1 | 10 | -10 |
| 7 | 1.1018 | 1.0 | 0 | 0.1 | 0.9091 | -0.9091 |
| 8 | 100.7986 | 2.0257 | 0.5034 | 0.1 | 10 | -10 |
| 9 | 0.7526 | 0.8534 | 0.1328 | 0.2 | 10 | -10 |
| 10 | 21.6537 | 1.9535 | 0.4654 | 0.1 | 10 | -10 |

3. JUSTIFICACIÓN DE LA ELECCIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

La función objetivo propuesta originalmente en el benchmark no le ha parecido a los autores de este documento adecuada para encontrar nuestros ajustes pero no la descalifica como índice para evaluar los controladores presentados al concurso. Los argumentos que justifican esta afirmación son los siguientes:

- Se ponderan igualmente la señal de error y la señal de control, sin tener en cuenta las posibles diferencias en los órdenes de magnitud de ambas señales.
- En la función objetivo se considera la integral del valor absoluto de la señal de control, lo que significa que, cuando el error existente entre la salida de la planta y la consigna es cero, este error es constante en controladores con acción integral. Esto conllevaría un crecimiento monótono de la función objetivo (cuyo valor final sería dependiente del tiempo de simulación), situación que no se correspondería con la sintonía realizada.

Por estos motivos, se ha utilizado una nueva función objetivo para llevar a cabo la sintonía de controladores. A imagen y semejanza de la estrategia empleada para la señal de error, en la que la salida del sistema se compara con la señal de referencia deseada, se ha empleado una señal de error para la señal de control, en la que la señal de control del sistema se compara con la señal de control “ideal”, necesaria para el perfecto seguimiento de la consigna (incluso ante la presencia de la perturbación). La integral de esta señal de error (que podría llamarse IAEU) se suma a la integral IAE para dar como resultado la función objetivo final:

$$J = IAE + IAEU = \int |e_y(t)| \cdot dt + \int |e_u(t)| \cdot dt$$

siendo $e_y(t)$ el error entre la consigna y la salida del proceso y $e_u(t)$ el error entre la señal de control ideal y la que proporciona el controlador en cada instante.

Dado que las consignas propuestas son escalones, se puede calcular con facilidad la señal de control “ideal” anteriormente mencionada ya que, en esta situación (que equivale a un seguimiento perfecto de la referencia y, por tanto, con error nulo en estado estacionario), la planta debe permanecer continuamente en régimen permanente. Por lo tanto:

$$u_{ideal} = \frac{A_{escalón}}{K}$$

siendo $A_{escalón}$ la amplitud del escalón de referencia y K la ganancia de la planta. De este modo, si la planta presenta algún integrador, la señal de control ideal sería nula. En los instantes de tiempo en los que exista perturbación, dado que se suma a la señal de control, resulta que la señal de control ideal equivaldría a:

$$u_{ideal-pert} = u_{ideal} - P$$

siendo P la amplitud del escalón de la perturbación y $u_{ideal-pert}$ la señal de control ideal en presencia de la perturbación.

Teniendo en cuenta todos estos aspectos, se puede construir el perfil temporal ideal de la señal de control, en presencia o no de perturbación, para cada uno de los casos analizados.

Debido a las ganancias de los sistemas analizados no se ha creído oportuno incluir ponderación distinta en ambas integrales. Pero sí adecuar el tiempo de simulación y la duración de la perturbación a la dinámica de cada uno de los sistemas y de lo que se puede esperar de ellos.

4. SOLUCIÓN 1: OPTIMIZACIÓN GLOBAL ESTOCÁSTICA

4.1 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presenta la búsqueda de los parámetros de los controladores mediante un método de optimización global estocástica, que se describe en el apartado 4.2. Pero como este tipo de metodología necesita la acotación del espacio de soluciones (las denominadas regiones de estabilidad), en la determinación de los límites que utilizará la optimización propiamente dicha los autores se han auxiliado del entorno PIDGUI, tal como se describe en el apartado 4.3.

4.2 LA OPTIMIZACIÓN GLOBAL ESTOCÁSTICA

El algoritmo de optimización empleado es de naturaleza global estocástica, concretamente una estrategia evolutiva. Este tipo de procedimientos permite obtener, en general, buenos resultados en la determinación del óptimo global de funciones objetivo multimodales con unos tiempos de cálculo más que razonables. Por otra parte, a diferencia de lo que sucede con otros métodos de diferente naturaleza, permiten resolver el problema de optimización sin tener que verificar determinadas condiciones que involucran especialmente a la propia función objetivo y a las restricciones.

Concretamente, la estrategia evolutiva empleada es la conocida como ALGA (*Augmented Lagrangian Genetic Algorithm*) [Conn, 1991, 1997], implementada en el entorno Matlab en su toolbox de algoritmos genéticos y búsqueda directa (*Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, GADS*). Este procedimiento permite resolver un problema NLP (*Non-Linear Programming*) con restricciones de igualdad y de desigualdad y con límites para las variables de decisión. Se basa en definir subproblemas sin restricciones en los que la función a evaluar se construye añadiendo a la función objetivo original una función de penalización cuadrática y otra que emplea multiplicadores de Lagrange (teniendo en cuenta únicamente las restricciones no lineales). Para ambas funciones de penalización se parte de un valor inicial dado de sus parámetros (en el caso de los multiplicadores de Lagrange se parte de cero) [Gill, 1981]. Con este planteamiento se lleva a cabo la resolución del subproblema con las restricciones lineales y de límites de las variables de decisión, empleando para ello una estrategia evolutiva. En el momento en que se verifique un criterio de parada determinado, se incrementa el valor del parámetro de penalización en un factor dado (es decir, se opera con una función de penalización dinámica) y se actualizan las estimaciones de los multiplicadores de Lagrange mediante una formulación concreta, dependiente de la información acerca del problema suministrada por el usuario. De este modo, se obtiene un nuevo subproblema a resolver, repitiendo el proceso hasta que se alcanza la condición de terminación. En comparación con procedimientos tradicionales como, por ejemplo, los basados únicamente en funciones de penalización, el método empleado garantiza la satisfacción de las restricciones con mayor precisión [Gill, 1981].

Para todos los casos, los parámetros configurados del algoritmo, fueron los siguientes:

- La población en cada generación fue de 20 individuos.
- El mecanismo de selección de los individuos padres para la siguiente generación es estocástico uniforme. En este sistema cada padre ocupa una sección de una línea cuya

longitud depende de su valor escalado, que se obtiene dividiendo el valor que produce en la función objetivo entre el puesto que ocupa en el ranking de individuos de la población, ordenados del mejor al peor. A continuación, el algoritmo se mueve en pasos del mismo tamaño a lo largo de la línea, seleccionando los padres que vaya encontrando. Para este tamaño de paso se elige uno aleatorio con distribución uniforme.

- Se contempla la existencia de individuos de élite (los mejores padres que se trasladan directamente a la siguiente generación), estableciéndose su valor en dos. Así mismo, aparte de los individuos de élite, se dispone que el 80% de la población de la siguiente generación procedan de recombinación, mientras que el 20% restante lo hagan desde mutación.
- El mecanismo de recombinación parte de la creación de un vector binario aleatorio de la misma longitud que el código genético de cada individuo. A continuación, el algoritmo va desplazándose por el vector generado de forma que, si se encuentra un 1, entonces se toma el gen (valor de la variable de decisión) que se encuentra en esa posición del código genético del primer padre y si se encuentra un 0, toma el gen del segundo padre. De esta forma se produce el código genético de cada hijo.
- Respecto al mecanismo de mutación, se trata de un algoritmo que genera aleatoriamente direcciones de mutación cuya longitud de paso se escoge de forma que se satisfagan las restricciones formuladas en el problema.
- El valor inicial del parámetro para la función de penalización cuadrática fue 10 y el factor de penalización fue 100. Este último factor incrementa el valor del parámetro cuando no se consigue resolver el problema con la suficiente precisión, tanto por tolerancia de la función objetivo como de las restricciones.

Se establecieron diversos criterios de parada de forma que se ponía fin a la optimización si se verificaba alguno de ellos. Estos criterios, configurables como opciones en la Toolbox GADS, se detallan a continuación:

- Tolerancia de la función (*tolfun*): el algoritmo se detiene cuando la relación entre el cambio medio ponderado de la función objetivo y el número máximo de generaciones estancadas (las que no suponen progreso) es menor que este parámetro. Se estableció en 10^{-15} .
- Número máximo de generaciones (*generations*): se produce la parada si el número de generaciones alcanza el valor de este parámetro. Se estableció en 150 generaciones.
- Tiempo máximo de estancamiento (*stalltimelimit*): la parada tiene lugar si se van sucediendo generaciones que no producen progreso en la función objetivo durante un tiempo, en segundos, superior a este parámetro. Se estableció su valor en 50 segundos.

4.3 REGIONES DE ESTABILIDAD: ACOTACIÓN DEL ESPACIO DE SOLUCIONES

En los últimos años se han propuesto varios métodos de diseño de controladores PID basados en loop-shapping, que pueden utilizarse para cualquier función de transferencia de orden cualquiera, de fase no mínima y con retardos [Åström y Hägglund, 2005],[Čech y Schlegel, 2005], [Dormido y Morilla, 2004], [Morilla y Dormido, 2000], [Morilla y Vázquez, 2006]. Estos métodos utilizan condiciones de robustez, expresados en términos de máxima sensibilidad M_s y máxima sensibilidad complementaria M_t , o márgenes de estabilidad expresados en términos de margen de fase ϕ_m y margen de ganancia A_m . Estos requerimientos proporcionan un conjunto admisible de valores de los parámetros del controlador y describen una zonas con lo límites de estabilidad en el plano paramétrico K_P - K_I o K_P - K_D del controlador PID [Shafiei y Shenton, 1997],[Schlegel y Mertl, 2004]. La mayoría de estos métodos consideran sólo las ganancias positivas de los controladores y no garantizan la estabilidad en lazo cerrado. Tampoco pueden asegurar que la respuesta en frecuencia cumpla las especificaciones.

Como se sabe, la estabilidad es un requerimiento prioritario en cualquier sistema realimentado. Por tanto, cuando se trata con control PID es importante conocer el conjunto de parámetros del controlador de forma que un punto dentro de esa región haga al sistema estable. A esta zona se le denomina la región de estabilidad.

Considérese el sistema de control de la fig. 4.1 en el que el proceso puede describirse mediante la función de transferencia

$$P(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (1)$$

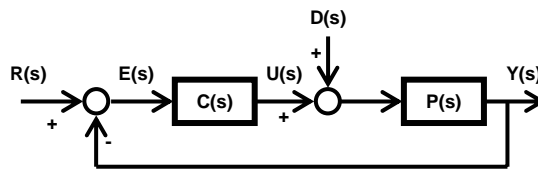


Fig.4.1: Sistema de control en lazo cerrado

Supóngase un controlador PID dado por:

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (2)$$

donde K_P , K_I , K_D son las ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente. La ecuación característica del sistema en lazo cerrado está dada por

$$f(s; K_P, K_I, K_D) = s A(s) + s^2 K_D B(s) + s K_P B(s) + K_I B(s) = 0 \quad (3)$$

La región de estabilidad de esta familia es un subconjunto de R^3 porque hay tres parámetros. Cuando $A(s)$ y $B(s)$ son polinomios, la ecuación característica (3) es una familia de polinomios denominada politopo [Barmish, 1988] y, puede estar formada por varios conjuntos disjuntos.

Para obtener las regiones de estabilidad de estos politopos existen algunos resultados. El más relevante y útil fue mostrado en [Ackermann, 1980]. Este trabajo muestra cómo obtener la región de estabilidad en términos del espacio paramétrico, de forma que se establezcan condiciones necesarias y suficientes y la región de estabilidad pueda calcularse en el plano

con poca carga computacional. Con tres parámetros es necesario iterar a lo largo de uno de ellos, creciendo este coste.

En [Morilla y Vázquez, 2006] se muestra una interfaz gráfica de usuario (GUI), fig. 4.2, desarrollada en MATLAB diseñada para proporcionar suficiente información para diseñar controladores PID de una forma rápida y eficiente. Además de las regiones de estabilidad, permite dibujar curvas frontera en las que se muestran puntos de la región de estabilidad que presentan determinado comportamiento en frecuencia: en concreto, estas curvas muestran puntos con márgenes de fase y ganancia, y márgenes de sensibilidad y sensibilidad complementaria.

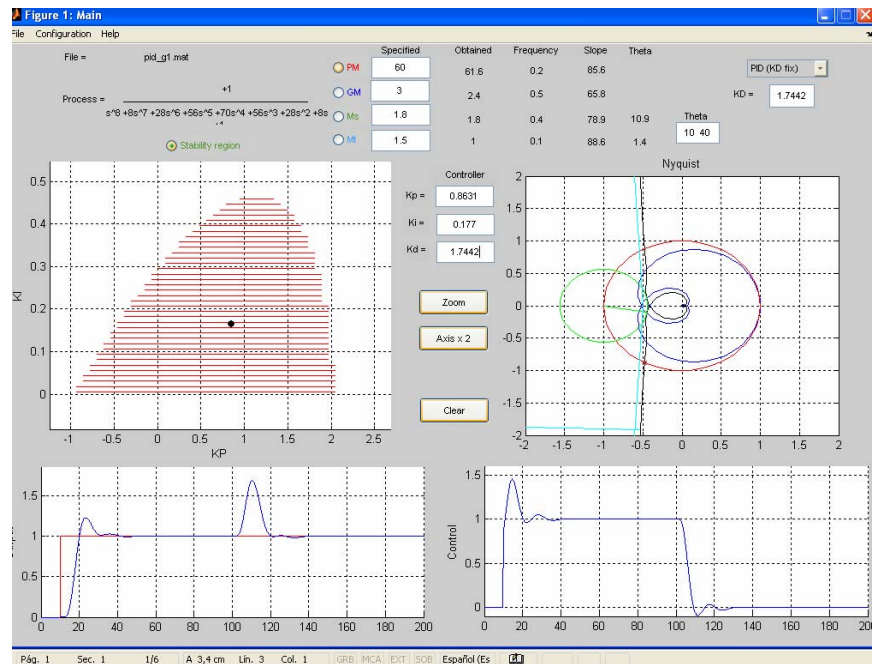


Fig. 4.2: Pantalla principal de la herramienta PIDGUI

En la ventana superior izquierda se indica la función de transferencia sin retardo (numerador y denominador) que describe la dinámica del proceso. En la esquina superior derecha se encuentra un menú pop-up con cinco tipos de diseños (PI, PD, $PID\alpha$, $PIDK_D$ y $PIDK_I$). En la parte central aparecen unos radio-botones para elegir los requerimientos de diseño, que pueden tener un único valor o un rango. La información de mayor valor se muestra en la ventana del plano paramétrico, que puede ser el K_p - K_I o el K_p - K_D dependiendo del diseño elegido. El conjunto de líneas amarillas delimita la región de estabilidad, que puede mostrarse u ocultarse según decisión del usuario. Las curvas frontera se dibujan de diferentes colores, pudiendo ser de márgenes de fase, de ganancia, de sensibilidad o de sensibilidad complementaria. Un punto negro puede arrastrarse con el ratón y moverse a lo largo de la ventana de la región de estabilidad. Cuando se suelta el ratón, las ventanas de edición muestran las ganancias del controlador correspondientes a ese punto, y se realiza una simulación, a la vez que se dibuja el diagrama de Nyquist.

Para diseñar controladores PID con estabilidad garantizada esta herramienta considera cinco casos particulares en el plano R^2 , mostrados en la Tabla 4.1 junto con su ecuación característica. Estos casos son: PI, cuando $K_D = 0$, PD cuando $K_I = 0$, $PID\alpha$, cuando se fija la

razón $\alpha = T_D / T_I$ entre la acción derivativa e integral (esto es equivalente a fijar $K_D = \alpha \frac{K_P^2}{K_I}$), PIDK_D cuando se fija K_D o PIDK_I cuando se fija K_I.

Tabla 4.1: Regiones de estabilidad en el plano paramétrico

| Control | Plana | Ecuación caraterística |
|-------------------|--------------------------------|--|
| PI | K _P -K _I | $f_{PI}(s; K_P, K_I) = s A(s) + s K_P B(s) + K_I B(s) = 0$ |
| PD | K _P -K _D | $f_{PD}(s; K_P, K_D) = A(s) + s K_D B(s) + K_P B(s) = 0$ |
| PID α | K _P -K _I | $f_{\alpha}(s; K_P, K_I) = s K_I A(s) + s^2 K_P^2 \alpha B(s) + s K_P K_I B(s) + K_I^2 B(s) = 0$ |
| PIDK _D | K _P -K _I | $f_{KD}(s; K_P, K_I) = s A_D(s) + s K_P B_D(s) + K_I B_D(s) = 0$ |
| PIDK _I | K _P -K _D | $f_{KI}(s; K_P, K_D) = A_I(s) + s K_D B_I(s) + K_P B_I(s) = 0$ |

donde:

$$A_D(s) = A(s) + s K_D B(s) \text{ and } B_D(s) = B(s)$$

$$A_I(s) = s A(s) + K_I B(s) \text{ and } B_I(s) = s B(s)$$

La notación de la Tabla 4.1 permite que el control PIDK_D incluya el caso PI como un caso particular cuando K_D=0, y el caso PIDK_I incluya al control PD como otro caso particular cuando K_I=0.

4.4 RESULTADOS

Para realizar la estimación de los parámetros del controlador en cada caso, se precisa simular el lazo cerrado de control, para lo que se emplean tres modelos Simulink: uno para las plantas g₁, g₂, g₃, g₄, g₅ y g₇, otro para la g₈ (que posee un integrador) y otro para la g₁₀ (que presenta una ganancia estacionaria negativa). En estos modelos se han introducido como controladores estructuras PI-D con filtro en la acción derivativa incluyendo mecanismo anti-windup.

Dada la naturaleza estocástica del algoritmo de optimización empleado, se llevaron a cabo varias ejecuciones del algoritmo de optimización (su número fue variable, dependiendo del caso concreto), tomando el mejor resultado a la luz del valor obtenido de la función objetivo.

4.4.1 Planta g₁

$$g_1(s) = \frac{1}{(s+1)^8} = \frac{1}{s^8 + 8s^7 + 28s^6 + 56s^5 + 70s^4 + 56s^3 + 28s^2 + 8s + 1}$$

Inicialmente, se empleó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$). El tiempo de simulación fue de 300 s, obteniendo como mejor resultado el de la tabla siguiente. Junto a ella aparece la región de búsqueda ofrecida por la herramienta PIDGUI, en la que se incluye el punto final encontrado por la optimización.

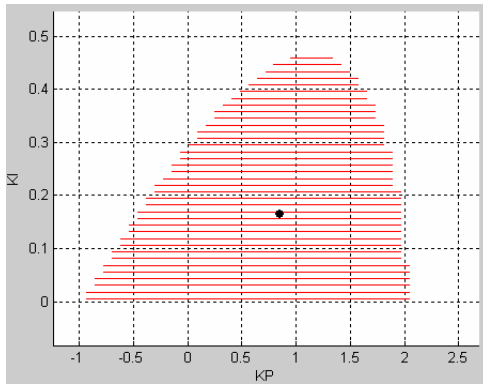


Fig.4.3: Región de estabilidad de g1 con PID

Tabla 4.2: Parámetros de PID para g1

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.8631 |
| T_i | 4.8748 |
| T_d | 2.0209 |
| K_I | 0.1770 |
| K_D | 1.7442 |

A continuación se muestra la representación gráfica de la salida controlada de la planta (azul) junto a la consigna (verde) y de la señal de control (azul) junto con la perturbación en la carga (verde). Este criterio para las representaciones gráficas es el mismo en todos los casos estudiados:

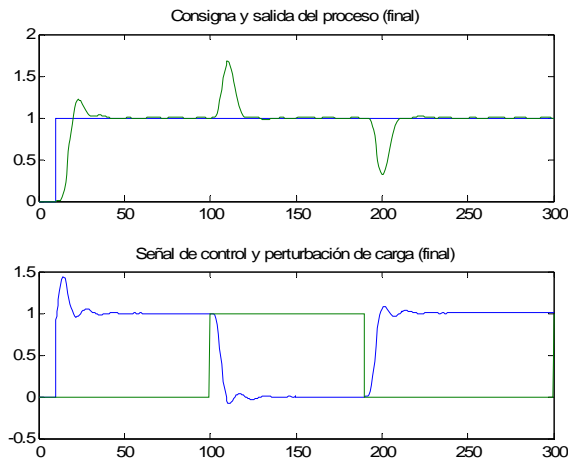


Fig. 4.4: Respuesta temporal y señales de control para g1 con PID

El valor obtenido de la función objetivo fue de 45.5772. Como puede observarse, la señal de control no supera en ningún momento 10 veces su valor en régimen permanente.

En las dos figuras siguientes se muestra la región de búsqueda para controladores PID en los que se representa el plano paramétrico K_p - K_I y se fijan diferentes valores de K_D .

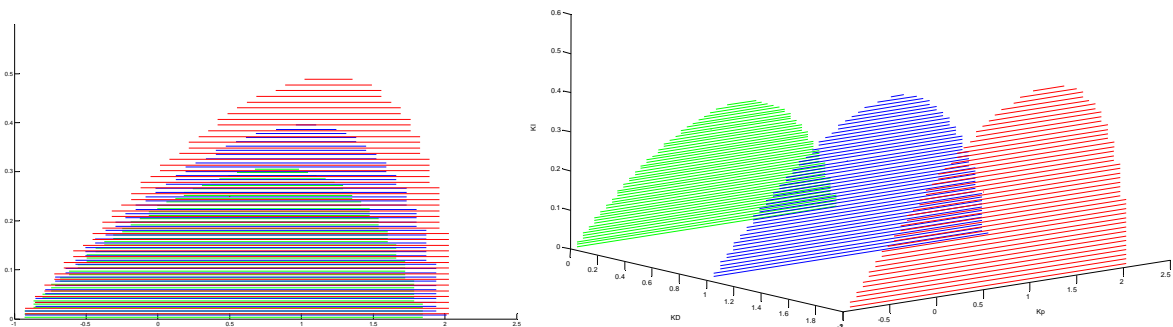


Fig.4.5: Vista en 3D de las regiones de estabilidad de g1 con PID para diferentes K_D

Intentando sintonizar un controlador sin acción derivativa, el resultado obtenido fue:

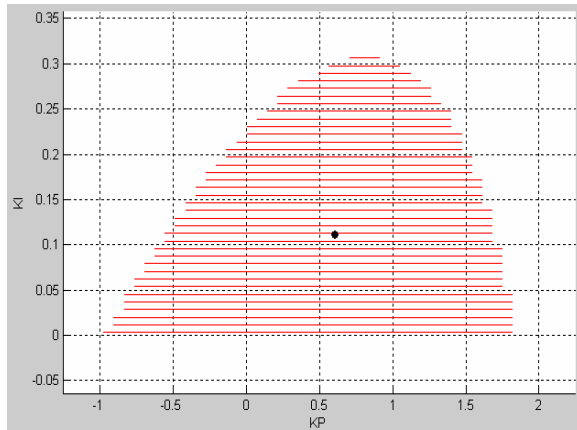


Fig.4.6: Región de estabilidad de g1 con PI

Tabla 4.3: Parámetros de PI para g1

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.5799 |
| T_i | 5.0488 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.1149 |
| K_D | 0 |

El valor de la función objetivo fue de 58.5665 y su respuesta temporal:

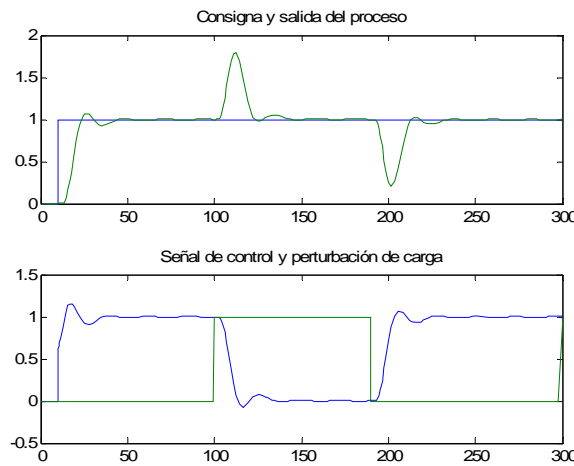


Fig.4.7: Respuesta temporal y señales de control para g1 con PI

4.4.2 Planta g2

$$g_2(s) = \frac{64}{(s+8)(s+4)(s+2)(s+1)} = \frac{1}{0.01563s^4 + 0.2344s^3 + 1.094s^2 + 1.875s + 1}$$

Inicialmente, se empleó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$). El tiempo de simulación fue de 90 s, obteniendo como mejor resultado el siguiente:

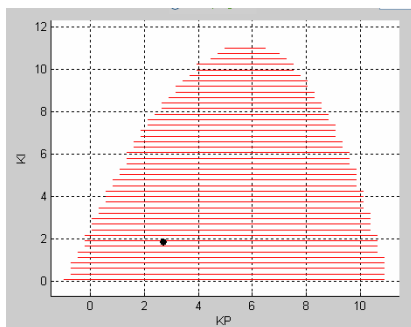


Fig.4.8: Región de estabilidad de g2 con PID

Tabla 4.4: Parámetros de PID para g2

| | |
|-------|--------|
| K_p | 2.7271 |
| T_i | 1.4721 |
| T_d | 0.5032 |
| K_I | 1.8525 |
| K_D | 1.3722 |

El valor de la función objetivo fue de 8.2559 y su respuesta temporal se muestra a continuación:

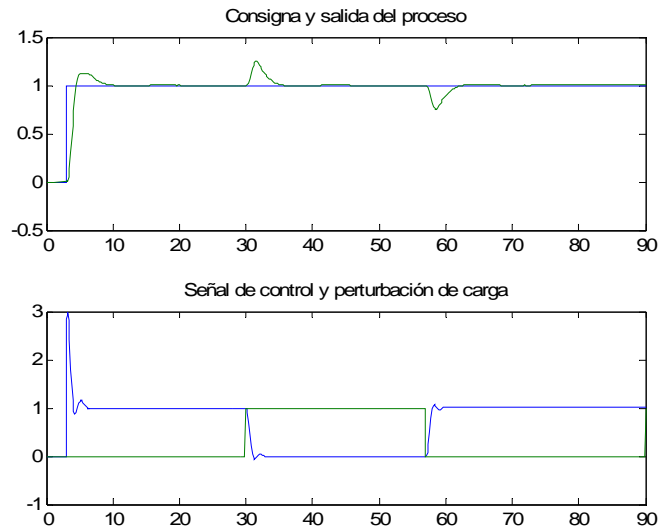


Fig.4.9: Respuesta temporal y señales de control para g2 con PID

Empleando como controlador una estructura PI, los resultados fueron los siguientes, obteniendo como valor de la función objetivo 10.9061.

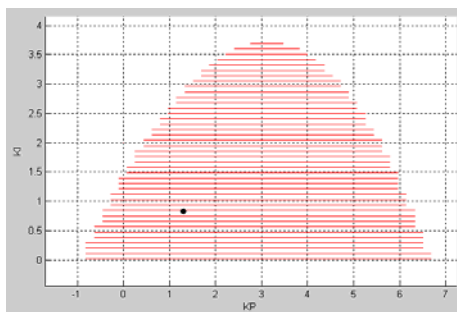


Tabla 4.5: Parámetros de PI para g2

| | |
|-------|--------|
| K_p | 1.2426 |
| T_i | 1.4803 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.8394 |
| K_D | 0 |

Fig.4.10: Región de estabilidad de g2 con PI

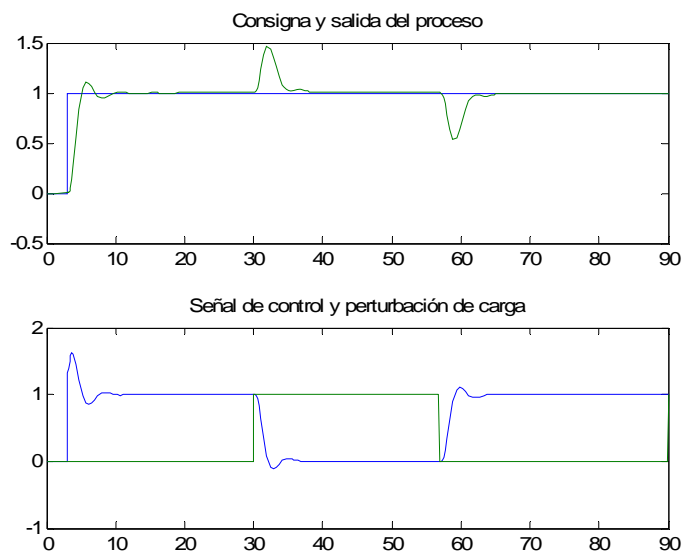


Fig.4.11: Respuesta temporal y señales de control para g2 con PI

4.4.3 Planta g₃

$$g_3(s) = \frac{-5(s-0.5)}{(s+1)^3} = \frac{-5s+1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

También en este caso se empleó inicialmente como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$). El tiempo de simulación fue de 180 s, obteniendo como mejor resultado el siguiente, con valor de la función objetivo de 65.6651:

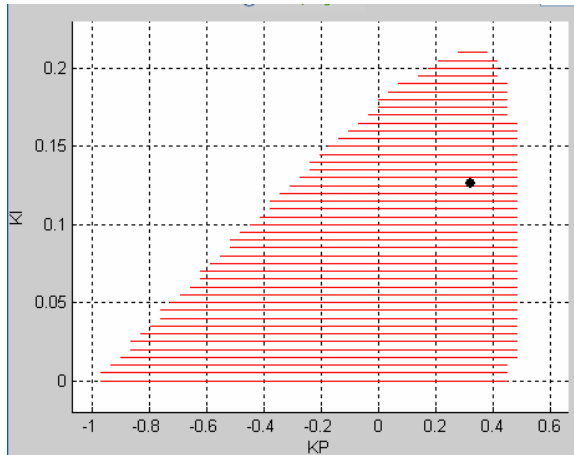


Fig.4.12: Región de estabilidad de g₃ con PID

Tabla 4.6: Parámetros de PID para g₃

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.3329 |
| T_i | 2.6381 |
| T_d | 0.7368 |
| K_I | 0.1261 |
| K_D | 0.2453 |

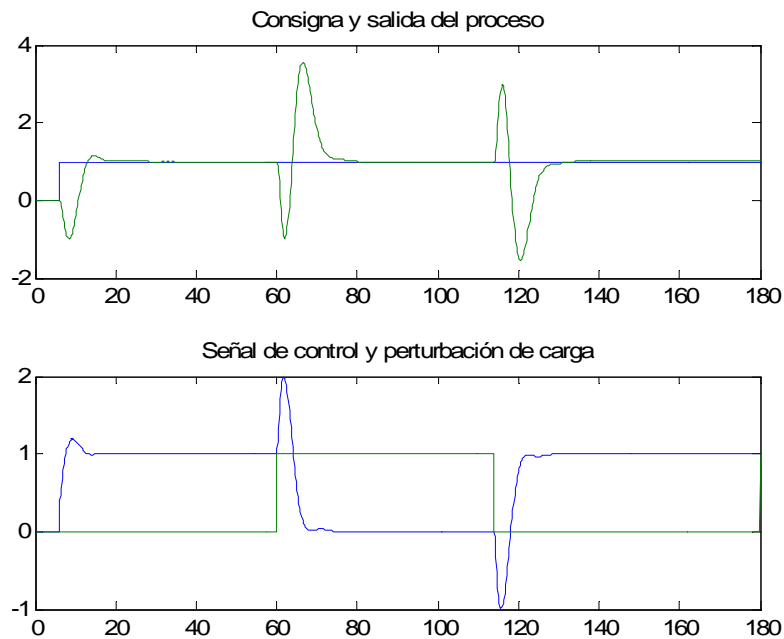


Fig.4.13: Respuesta temporal y señales de control para g₃ con PID

Utilizando una estructura de control PI se obtiene una función objetivo de 72.0925 y los siguientes parámetros, región de búsqueda y respuesta temporal:

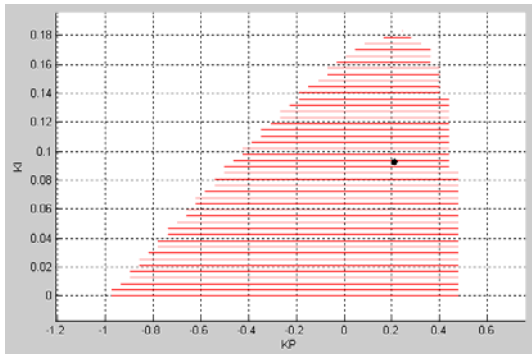


Fig.4.14: Región de estabilidad de g3 con PI

Tabla 4.7: Parámetros de PI para g3

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.2161 |
| T_i | 2.1754 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.0993 |
| K_D | 0 |

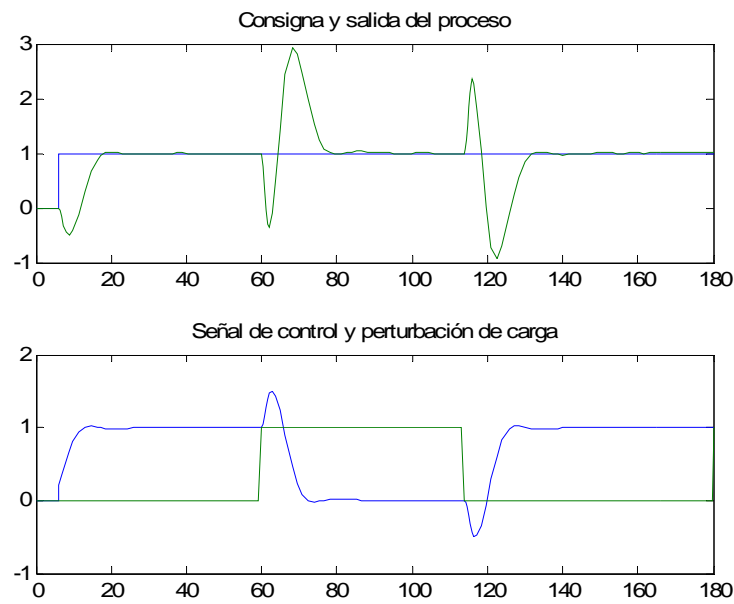


Fig.4.15: Respuesta temporal y señales de control para g3 con PI

4.4.4 Planta g4

$$g4(s) = \frac{1}{0.1s + 1} e^{-s}$$

Utilizando un PI-D el mejor caso obtenido fue un PI, luego sólo hay un controlador que presentar para esta planta. Dado que la herramienta PIDGUI no trata con retardos, para la obtención de la región de búsqueda se ha utilizado una aproximación por Pade de la función de transferencia $g4(s) = \frac{-s^3 + 12s^2 - 60s + 120}{0.1s^4 + 2.2s^3 + 18s^2 + 72s + 120}$. Dicha región se representa a continuación, mostrando en ella el punto final obtenido. El valor de la función objetivo fue de 8.9929. Los parámetros se muestran en la tabla.

Tabla 4.8: Parámetros de PI para g4

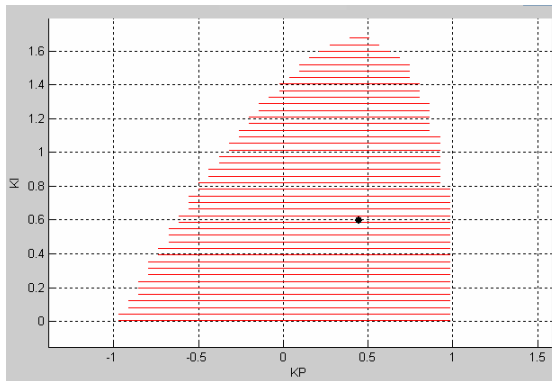


Fig.4.16: Región de estabilidad de g4 con PI

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.4399 |
| T_i | 0.6305 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.5977 |
| K_D | 0 |

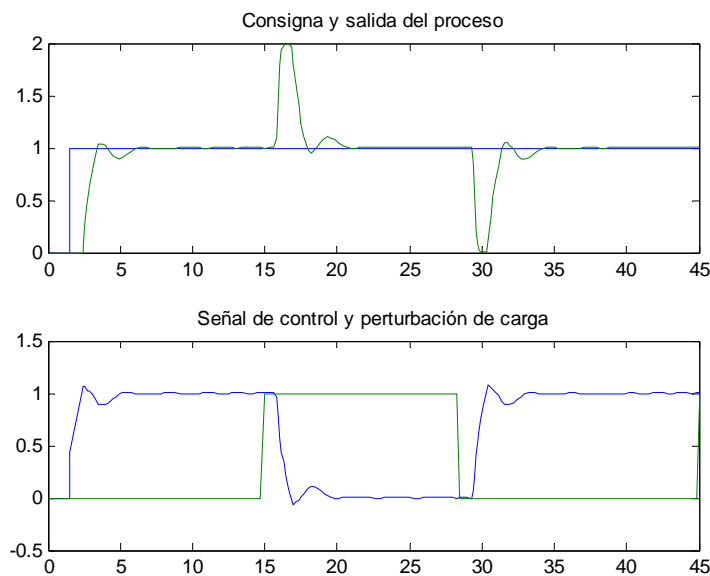


Fig.4.17: Respuesta temporal y señales de control para g4 con PI

4.4.5 Planta g5

$$g5(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)^2} e^{-s}$$

Como antes, dado que la herramienta PIDGUI no trata con retardos, para la obtención de la región de búsqueda se ha utilizado una aproximación por Pade de la función de transferencia

$$g5(s) = \frac{-s^3 + 12s^2 - 60s + 120}{0.01s^4 + 0.32s^4 + 4s^3 + 25.2s^2 + 84s + 120}$$

Se tomó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$). El tiempo de simulación fue de 45 s, obteniendo como mejor resultado el siguiente, con un valor de la función objetivo: 10.2396.

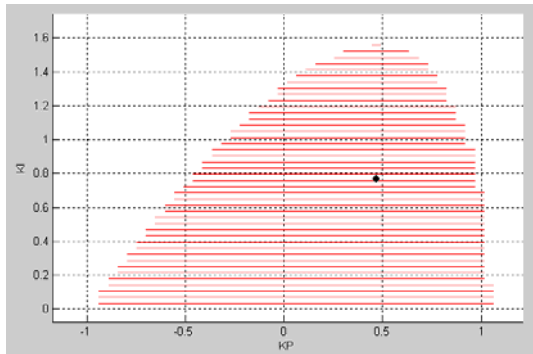


Fig.4.18: Región de estabilidad de g_5 con PID

Tabla 4.9: Parámetros de PID para g_5

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.4688 |
| T_i | 0.6149 |
| T_d | 0.285 |
| K_I | 0.762 |
| K_D | 0.1336 |

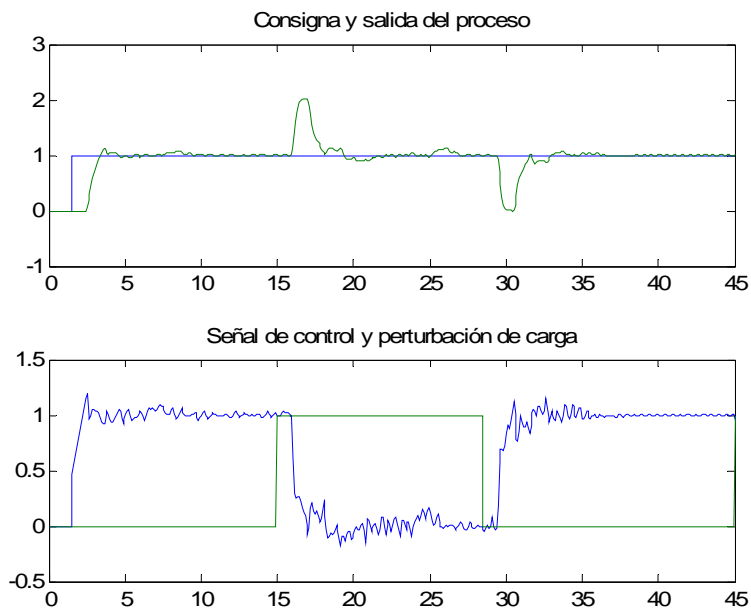


Fig.4.19: Respuesta temporal y señales de control para g_5 con PID

Al igual que en el caso de la sección 4.4.4, para este proceso el mejor índice lo consigue un controlador tipo PI. Dicha región se representa a continuación, mostrando en ella el punto final obtenido. El valor de la función objetivo fue de 9.5194. Los parámetros se muestran en la tabla.

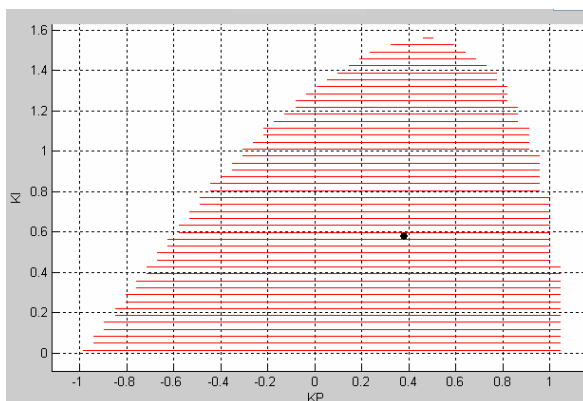


Fig.4.20: Región de estabilidad de g_5 con PI

Tabla 4.10: Parámetros de PI para g_5

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.3794 |
| T_i | 0.5938 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.6389 |
| K_D | 0 |

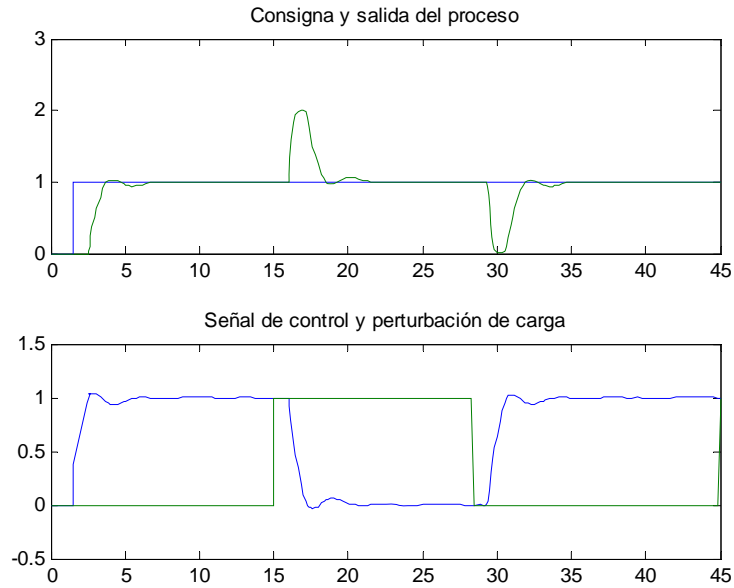


Fig.4.21: Respuesta temporal y señales de control para g5 con PI

4.4.6 Planta g7

$$g7(s) = \frac{30s+11}{(0.1s+1)^2(s+1)(20s+1)} = \frac{150(s+0.3667)}{(s+10)^2(s+1)(s+0.05)} = \frac{150s+55}{s^4 + 21.05s^3 + 121.1s^2 + 106s + 5}$$

Una optimización utilizando una estructura PI-D saturando la señal de control a 0.9091, obtiene un valor de la función objetivo de 81.2348 así como la siguiente región de estabilidad, tabla de parámetros y respuesta temporal:

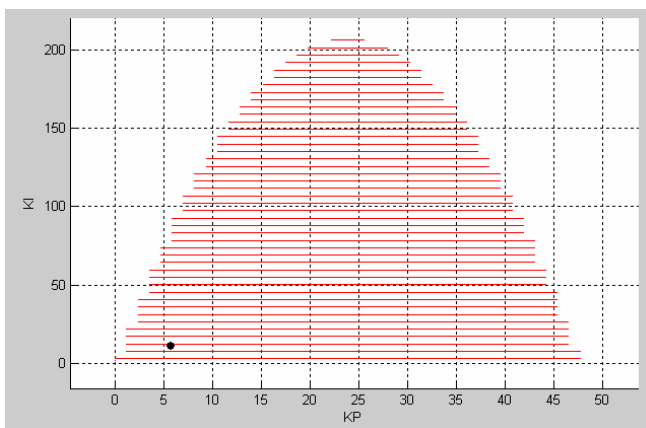


Fig.4.22: Región de estabilidad de g7 con PID

Tabla 4.11: Parámetros de PID para g7

| | |
|-------|---------|
| K_p | 5.5926 |
| T_i | 0.4420 |
| T_d | 0.2861 |
| K_I | 12.6529 |
| K_D | 1.600 |

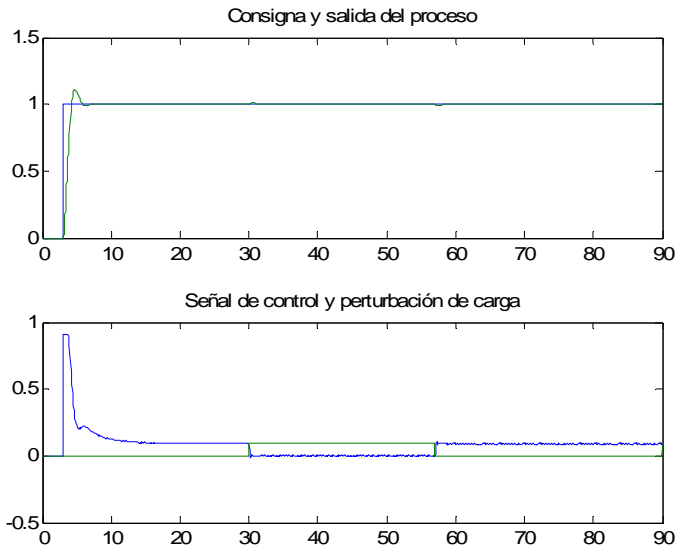


Fig.4.23: Respuesta temporal y señales de control para g7 con PID

Si en lugar de esta estructura se emplea un PI, los resultados son muy parecidos (la anterior en realidad es prácticamente un PI), con un similar valor de la función objetivo de 81.8051. Los parámetros, región de búsqueda y respuesta temporal se muestran a continuación.

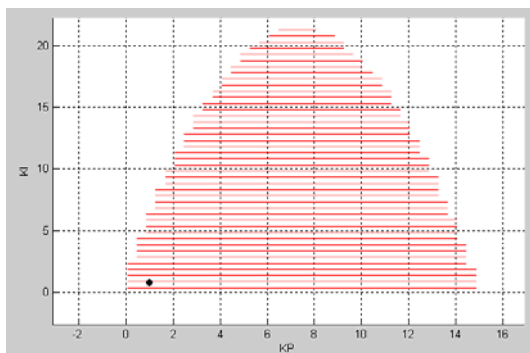


Fig.4.24: Región de estabilidad de g7 con PI

Tabla 4.12: Parámetros de PI para g7

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.8687 |
| T_i | 0.7276 |
| T_d | 0 |
| K_I | 1.1939 |
| K_D | 0 |

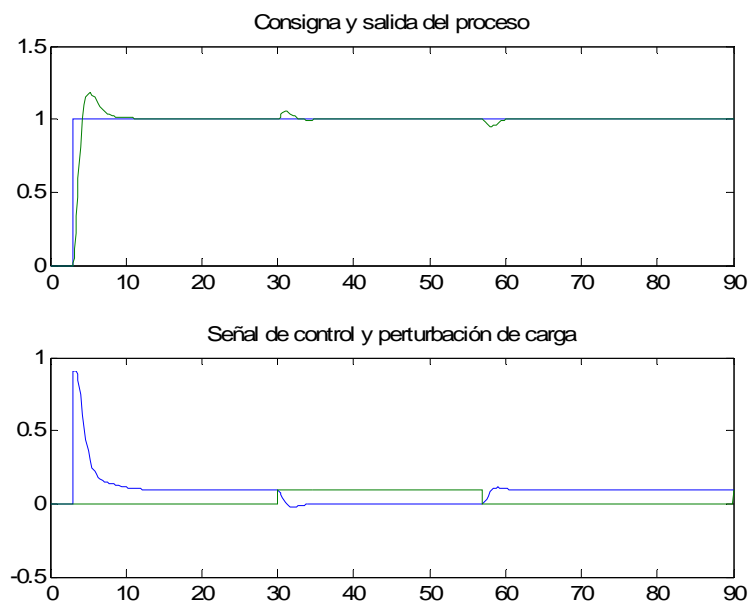


Fig.4.25: Respuesta temporal y señales de control para g7 con PI

4.4.7 Planta g8

$$g8(s) = \frac{(s+6)^2}{s(s+36)(s+1)^2} = \frac{s^2 + 12s + 36}{s^4 + 38s^3 + 73s^2 + 36s}$$

Se tomó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$) y con anti-windup ($tr=0.1 \cdot ti$). El tiempo de simulación fue de 60 s, obteniendo como mejor resultado el de la siguiente tabla, cuyo valor de la función objetivo fue de 5.9377. Es de hacer notar que la zona de búsqueda, al contrario que en casos anteriores, no es convexa, dejando libres a los dos parámetros para crecer hasta el infinito, manteniendo el sistema estable. Se muestra la respuesta temporal.

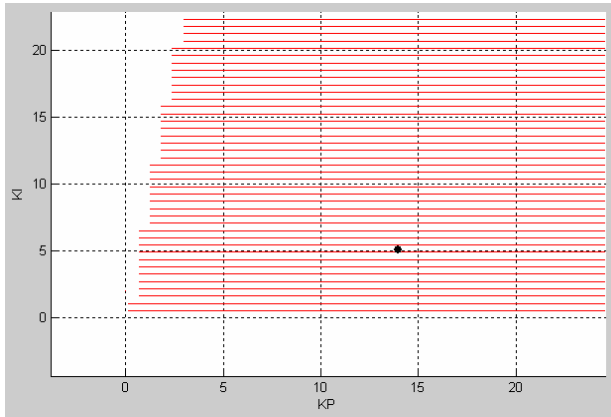


Fig.4.26: Región de estabilidad de g8 con PID

Tabla 4.13: Parámetros de PID para g8

| | |
|-------|---------|
| K_p | 13.0970 |
| T_i | 2.4037 |
| T_d | 1.2035 |
| K_I | 5.4487 |
| K_D | 15.76 |

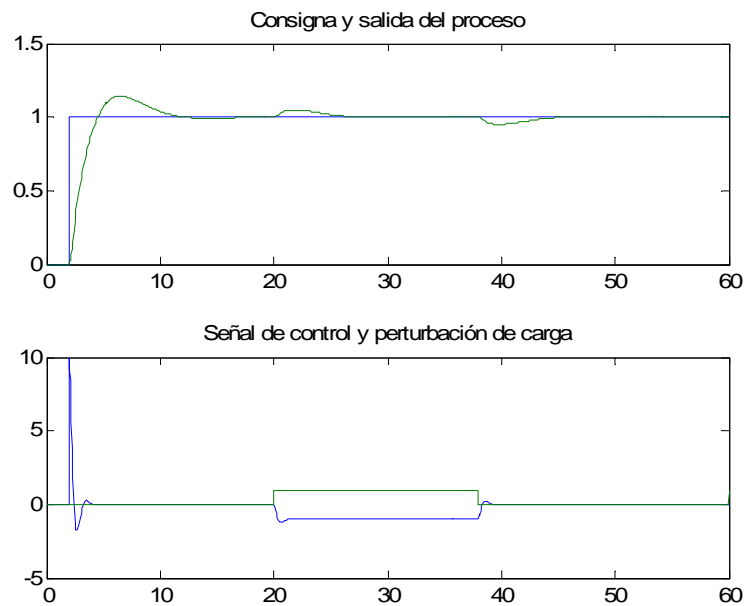


Fig.4.27: Respuesta temporal y señales de control para g8 con PID

Si se sintoniza un PI, entonces se obtiene un valor de la función objetivo de 31.8556, aunque en este caso los resultados no son buenos, y la función de coste no es representativa.

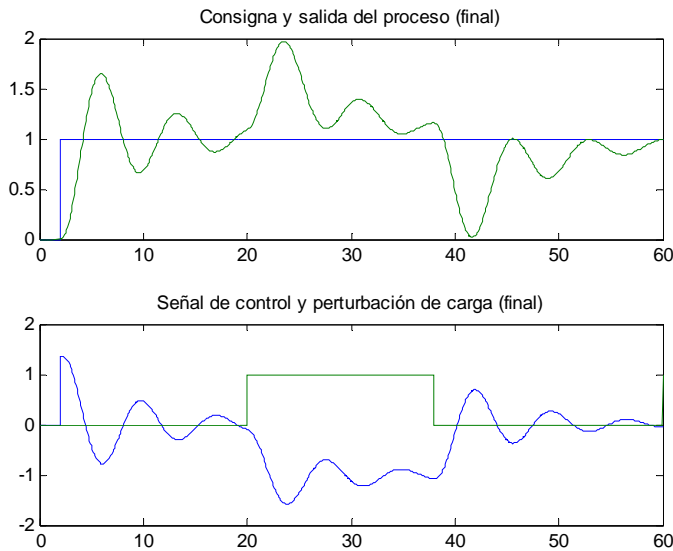


Tabla 4.14: Parámetros de PI para g8

| | |
|-------|--------|
| K_p | 1.3422 |
| T_i | 9.0571 |
| T_d | 0 |
| K_I | 0.1482 |
| K_D | 0 |

Fig.4.28: Respuesta temporal y señales de control para g8 con PID

4.4.8 Planta g9

$$g^9(s) = \frac{25}{(s+1)(s^2 + s + 25)} = \frac{25}{s^3 + 2s^2 + 26s + 25}$$

Se tomó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$). El tiempo de simulación fue de 90 s, obteniendo como mejor resultado el de la tabla siguiente, junto a la que se incluye la región de estabilidad y la respuesta temporal. El valor de la función objetivo fue de 9.2987.

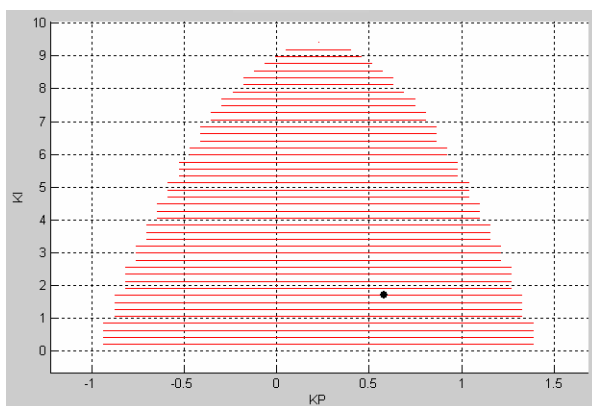


Tabla 4.15: Parámetros de PID para g9

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.6053 |
| T_i | 0.3596 |
| T_d | 0.3118 |
| K_I | 1.6832 |
| K_D | 0.1887 |

Fig.4.29: Región de estabilidad de g9 con PID

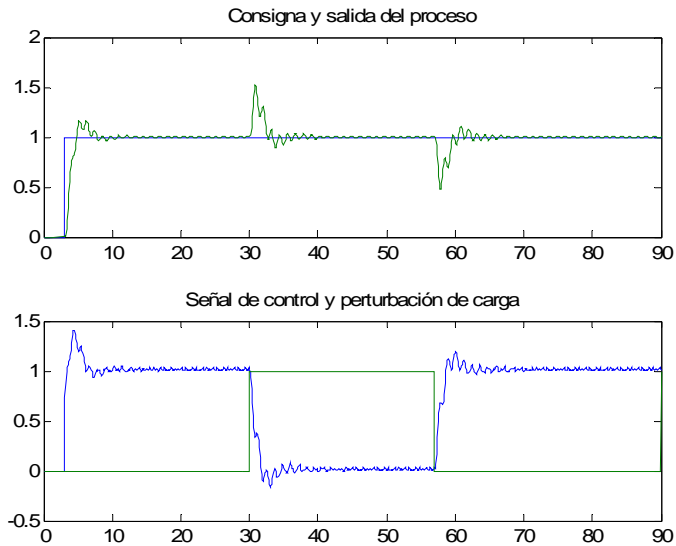


Fig.4.30: Respuesta temporal y señales de control para g9 con PID

En este caso, considerando también como variable de decisión el factor del filtro en la acción derivativa, se obtiene como valor de la función objetivo 9.2535, que es ligeramente menor que el obtenido previamente con $\alpha=0.1$ (9.2987). Por lo tanto, el valor de α escogido, según lo que ha proporcionado la optimización, parece ser prácticamente el idóneo.

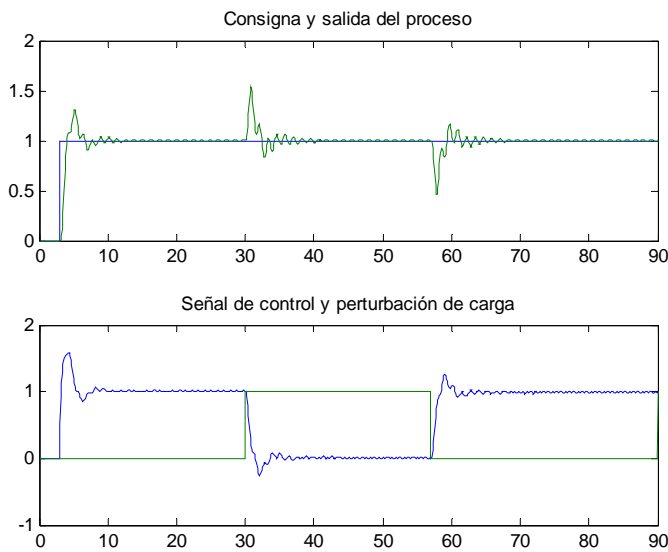


Tabla 4.16: Parámetros de PID para g9

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.5159 |
| T_i | 0.2053 |
| T_d | 0.2629 |
| alfa | 0.1430 |
| K_I | 2.5129 |
| K_D | 0.1356 |

Fig.4.31: Respuesta temporal y señales de control para g9 con PID

Si se busca un controlador tipo PI, se obtiene un valor de la función de coste de 9.0946 y la siguiente tabla de parámetros y respuesta temporal:

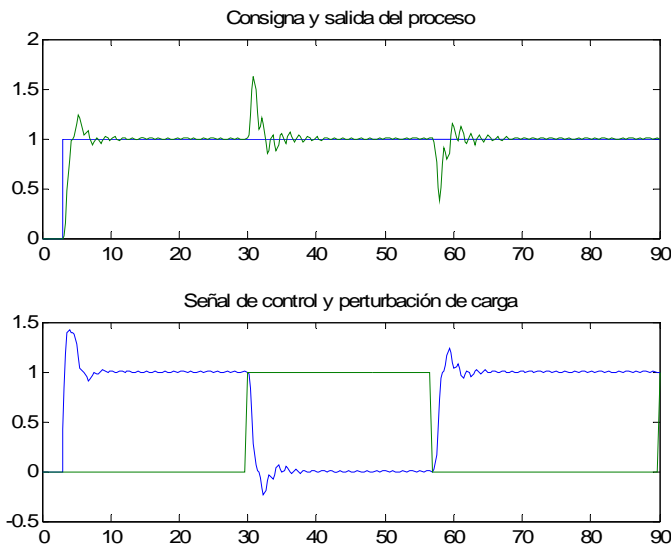


Tabla 4.17: Parámetros de PI para g9

| | |
|-------|--------|
| K_p | 0.4275 |
| T_i | 0.2239 |
| T_d | 0 |
| K_I | 1.9093 |
| K_D | 0 |

Fig.4.32: Respuesta temporal y señales de control para g9 con PI

4.4.9 Planta g10

$$g_{10}(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)} = \frac{1}{s^2-1}$$

Se tomó como controlador una estructura PI-D con filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$) y con anti-windup ($t_r=0.1 \cdot T_i$). El tiempo de simulación fue de 30 s, obteniendo como mejor resultado un valor de la función objetivo de 3.4104 y la siguiente respuesta temporal, región de estabilidad y tabla de parámetros:

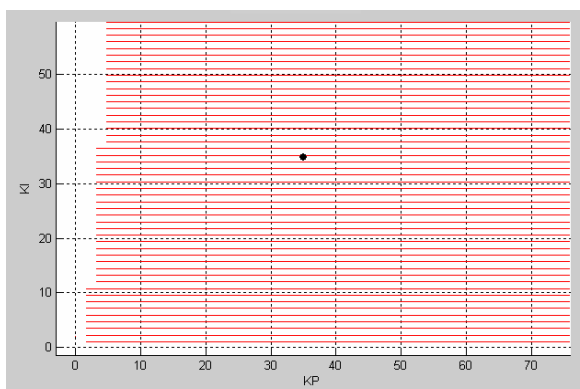


Tabla 4.18: Parámetros de PID para g10

| | |
|-------|---------|
| K_p | 35.7699 |
| T_i | 1.0624 |
| T_d | 0.4266 |
| K_I | 35.551 |
| K_D | 16.112 |

Fig.4.33: Región de estabilidad de g10 con PID

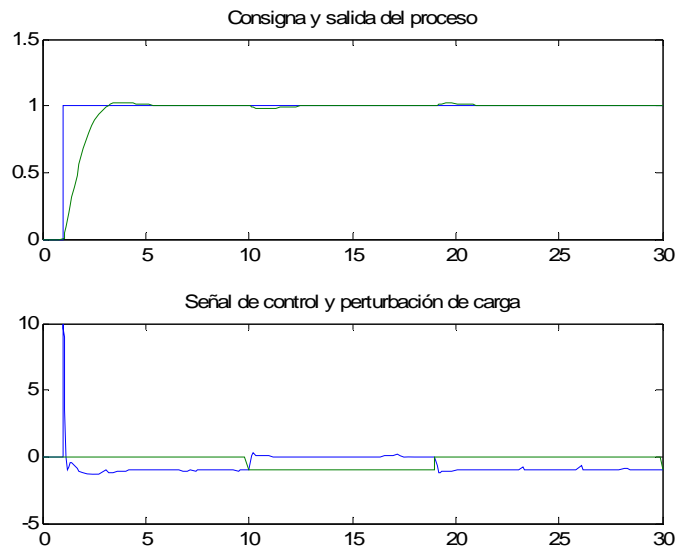


Fig.4.34: Respuesta temporal y señales de control para g10 con PID

5 SOLUCIÓN 2: METODOLOGÍA DE CANCELACIÓN DE POLOS

5.1 INTRODUCCIÓN

En esta sección se ha optado por utilizar la metodología de cancelación de polos del proceso con los ceros del controlador, como paso previo a la optimización, apropiada para abordar las dinámicas tan diferentes que presentan el conjunto de sistemas seleccionados. A las restricciones propias de esta metodología, se añade que sólo podremos cancelar un polo con el cero del controlador si éste es PI, o dos polos con los ceros del controlador si éste es PID. Por tanto, la cancelación nos impondrá las constantes de tiempo del controlador y nos quedará la ganancia proporcional como un grado de libertad para minimizar el índice. En definitiva pretendemos valorar qué lejos o qué cerca está de la solución óptima la solución subóptima obtenida aplicando la metodología de cancelación de polos para ajustar las constantes de tiempo del controlador y la optimización para ajustar la ganancia proporcional

5.2 CANCELACIÓN DE POLOS

La cancelación de polos del proceso, y en el caso más general la inversión del modelo del proceso, es un objetivo común en muchas metodologías de diseño de controladores y constituye un pilar fundamental en las técnicas de parametrización de controladores. Como ejemplos más representativos podemos destacar la metodología de diseño IMC (Internal Model Control) [Rivera, 1986] y la Parametrización Afín [Goodwin, 2001], que también han sido particularizadas por sus autores al caso PID.

Si se considera únicamente al algoritmo de control PID ideal (no interactivo) con filtro en la acción derivativa, por ser la formulación más general [Dormido y Morilla 2006], descrito por la función de transferencia

$$k^{\text{PID}}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_I} + \frac{T_D s}{\alpha T_D s + 1} \right) = K_p \frac{1}{T_I} \frac{(1+\alpha) T_I T_D s^2 + (T_I + \alpha T_D) s + 1}{s (\alpha T_D s + 1)}$$

Se observa que el controlador posee dos ceros, que se pueden emplear para cancelar total o parcialmente los polos del proceso. Para ello basta elegir adecuadamente las constantes de tiempo (integral y derivativa) del controlador, T_I y T_D , y el factor del filtro en la acción derivativa. La tabla 5.1 recoge las tres posibles cancelaciones:

- De un polo simple con constante de tiempo T .
- De dos polos reales con constantes de tiempo T_1 y T_2 .
- De dos polos complejos conjugados con coeficiente de amortiguamiento δ y frecuencia natural ω_n .

Tabla 5.1: Tabla resumen con posibles cancelaciones

| Parte a cancelar (1) | T_I | T_D |
|---|--|---|
| $\frac{1}{T s + 1}$ | T (2) | 0 |
| $\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ | $T_1 + T_2$ si $\alpha=0$ (3) | $\frac{T_1 T_2}{(1+\alpha) T_1}$ |
| | $T_1^2 - (T_1 + T_2) T_1 + \frac{\alpha}{(1+\alpha)} (T_1 + T_2) = 0$ si $\alpha \neq 0$ (4) | |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \delta \omega_n s + \omega_n^2}$ | $\frac{2 \delta}{\omega_n}$ si $\alpha=0$ (3) | $T_D = \frac{1}{(1+\alpha) \omega_n^2 T_1}$ |
| | $T_1^2 - \frac{2 \delta}{\omega_n} T_1 + \frac{\alpha}{(1+\alpha) \omega_n^2} = 0$ si $\alpha \neq 0$ (4) | |

- (1) En esta tabla se está suponiendo que sólo se cancelan polos estables, por tanto $T > 0$, $T_1 > 0$, $T_2 > 0$, $0 < \delta < 1$. La cancelación de polos inestables sería matemáticamente posible, pero no recomendable en la práctica pues el sistema resultante sería inestable para cambios en la carga sobre la señal de control.
- (2) En el caso de cancelación de un polo simple se ha optado por utilizar siempre un controlador PI ($T_D=0$). No obstante también se podría haber optado por utilizar un controlador PID. En ese caso la constante de tiempo asociada al cero adicional del controlador aparecería como un grado de libertad adicional en el diseño.
- (3) En la tabla también se ha recogido el caso PID sin filtro en la acción derivativa ($\alpha=0$), pues aunque en la aplicación práctica de controladores PID siempre es recomendable utilizar filtro en la acción derivativa, la determinación de las constantes de tiempo del controlador se puede hacer, sin gran error, suponiendo que $\alpha=0$.
- (4) En el caso PID con filtro en la acción derivativa ($\alpha \neq 0$) estamos suponiendo que primero se elige el valor de α , luego se determina T_1 resolviendo la correspondiente ecuación de segundo grado y por último T_D . El factor de filtro habitualmente utilizado es $\alpha=0.1$, que equivale a limitar la ganancia a altas frecuencias del controlador a diez veces la ganancia proporcional. La elección de α no puede ser totalmente arbitraria, existe una condición de máximo, impuesta porque el valor resultante de T_1 tiene que ser real positivo. Y de las dos posibles soluciones para T_1 se recomienda elegir la mayor, que corresponde con la solución más cercana al caso ($\alpha=0$) sin filtro en la acción derivativa.

5.2.1 Modelos de orden reducido

La cancelación se puede plantear en base a los polos del sistema o en base a los polos de un modelo del sistema de menor orden que el sistema original, por tanto a pesar de optar por una metodología de diseño unificada, el problema de optimización sigue teniendo abierto múltiples caminos. Por otra parte la reducción de orden será aconsejable únicamente en aquellos sistemas con más de dos polos, los que puede cancelar el controlador PID. Concretamente de los sistemas seleccionados para este concurso entrarían en esta categoría los siguientes sistemas:

- $G_1(s)$ por tener un polo real con multiplicidad ocho.
- $G_2(s)$ por tener cuatro polos reales
- $G_7(s)$ por tener cuatro polos reales, uno de ellos con multiplicidad dos
- $G_8(s)$ por tener tres polos reales además del polo en el origen
- $G_9(s)$ por tener un polo real y dos polos complejos conjugados

No se ha considerando conveniente incluir al sistema g_3 en esta categoría, pues aunque tiene un polo real con multiplicidad tres, también tiene un cero es el semiplano derecho que le

confiere al sistema la característica de fase no mínima y una estructura abordable mediante cancelación PID, como se describe en [Morilla y col, 2007] y en [Morilla y col, 2008].

La reducción de modelos se puede hacer utilizando técnicas de aproximación de la respuesta temporal o de la respuesta en frecuencia, la tabla del anexo recoge varias posibles aproximaciones en los casos citados anteriormente. Un comentario especial merece el modelo de orden reducido para g_8 , en el que se ha incorporado obligatoriamente un cero, pues de no incorporarlo, la cancelación de sus polos nos llevaría a un doble integrador y a una oscilación mantenida para cualquier valor de la ganancia proporcional

5.2.2 Optimización

Para determinar la ganancia proporcional se ha utilizado la función “fminsearch” de Matlab, que hace uso de un algoritmo de optimización local determinista sin restricciones. Concretamente, se trata del simplex [Nelder et al., 1965], que es un método directo (también conocidos como métodos sin derivadas, *Derivative Free Methods* o *DFM*) basado en la generación de figuras geométricas (llamadas simplex) con $p+1$ vértices (siendo p el número de parámetros) dentro del espacio de búsqueda. En cada iteración, se sustituye el vértice con peor valor de la función objetivo por otro nuevo. La generación de este nuevo vértice puede llevarse a cabo mediante reflexión del peor vértice, expansión del simplex tras una reflexión (en el caso de que el punto reflejado se convierta en el mejor), contracción del simplex (en el caso de que el punto reflejado siga siendo el peor) y contracción múltiple hacia el mejor vértice actual (si ninguna de las estrategias anteriores produce un vértice mejor).

Para determinar el valor inicial de la ganancia que debíamos pasar a la función “fminsearch” se ha empleado un procedimiento similar al ajuste de los controladores proporcionales propuestos por Ziegler y Nichols [Dormido y Morilla 2006]. Formamos la función de transferencia resultante de la cancelación de los polos del sistema con los ceros del controlador y calculamos la ganancia crítica, valor de la ganancia que haría oscilar indefinidamente al sistema. Como ganancia proporcional inicial se elige la mitad de la ganancia crítica. En algún caso, por ejemplo en el sistema G_{10} , las características del sistema hacían que éste se hiciera inestable al disminuir la ganancia y hubo que hacer lo contrario, aumentar la ganancia al doble de la ganancia crítica.

5.3 RESULTADOS

5.3.1 Planta g_1

$$g_1(s) = \frac{1}{(s+1)^8}$$

La metodología de cancelación de polos aplicada al sistema g_1 , y a sus dos modelos de orden reducido, da lugar a cuatro posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. Dos de los ajustes son PI, provocados por la cancelación de un polo del sistema o del polo del modelo de primer orden más retardo. Y los otros dos ajustes son PID con factor de filtro en la acción derivativa ($\alpha=0.1$), provocados por la cancelación de dos polos del sistema o del par de polos complejos conjugados del modelo de tercer orden con fase no mínima. Inicialmente no descartamos ninguno de los ajustes y procedemos a la optimización para determinar la ganancia proporcional. Los resultados se muestran en la tabla A1 junto con el valor del índice conseguido, utilizando el mismo tiempo de simulación (300 sg) en los cuatro casos. Como los ajustes se han ordenado de menor a mayor índice, se puede observar que el mejor ajuste para este sistema lo obtenemos a partir del modelo de primer orden más retardo puro.

Es curioso observar como las cancelaciones a partir de los dos modelos reducidos nos llevan a los mejores resultados.

Tabla 5.2: Parámetros de PID para g_1

| Tipo de cancelación | K_P | T_I | T_D ($\alpha=0.1$) | K_I | K_D | J (300 sg) |
|--|--------|--------|---------------------------|--------|--------|------------|
| Polo del modelo de primer orden y retardo puro | 0.3169 | 2.8300 | 0 | 0.1120 | 0 | 68.7535 |
| Polos complejos conjugados del modelo de tercer orden y fase no mínima | 0.2877 | 2.1760 | 2.3395 | 0.1322 | 0.6730 | 74.0574 |
| Dos polos del sistema | 0.2142 | 1.9535 | 0.4654 | 0.1096 | 0.0997 | 78.9334 |
| Un polo del sistema | 0.0936 | 1.0000 | 0 | 0.0936 | 0 | 89.8620 |

En la figura 5.1 se muestra la respuesta del sistema y la señal de control para el mejor de los ajustes de la tabla 5.1. En las gráficas se observan claramente el cambio de consigna y el cambio en la carga que se provocaron en todas las experiencias con el sistema g_1 . En ninguno de los ajustes fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador, pues la señal de control se mantuvo siempre dentro de los límites permitidos.

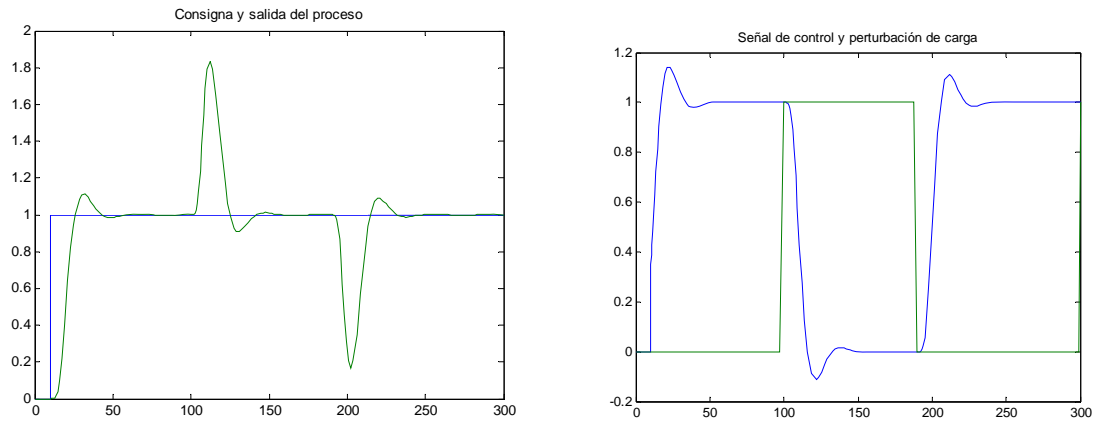


Fig. 5.1 Respuesta del sistema g_1 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos.

5.3.2 Planta g_2

$$g_2(s) = \frac{64}{(s+8)(s+4)(s+2)(s+1)} = \frac{1}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)(0.125s+1)}$$

La metodología de cancelación de polos aplicada al sistema g_2 , y a sus dos modelos de orden reducido, da lugar a doce posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. 4 ajustes son PI, provocados por la cancelación de cada uno de los polos del sistema. Y los 8 ajustes restantes son PID, provocados por la cancelación de las seis posibles parejas de polos del sistema y por la cancelación de los polos de los dos modelos de orden reducido. Como en el caso anterior, no descartamos ninguno de los ajustes y procedemos a la optimización para determinar la ganancia proporcional, obteniendo los resultados de la tabla 5.3. El mejor ajuste para este sistema lo obtenemos a partir del modelo de segundo orden más retardo puro. La respuesta que provoca está recogida en la figura 5.2.

Observaciones adicionales: Ente las cancelaciones más favorables siempre está aquella en la que se cancela el polo más cercano al origen, el polo en -1 . De nuevo el asumir parte de la dinámica del proceso como retardo puro nos lleva al mejor resultado. En ninguno de los ajustes fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador, pues la señal de control se mantuvo siempre dentro de los límites permitidos.

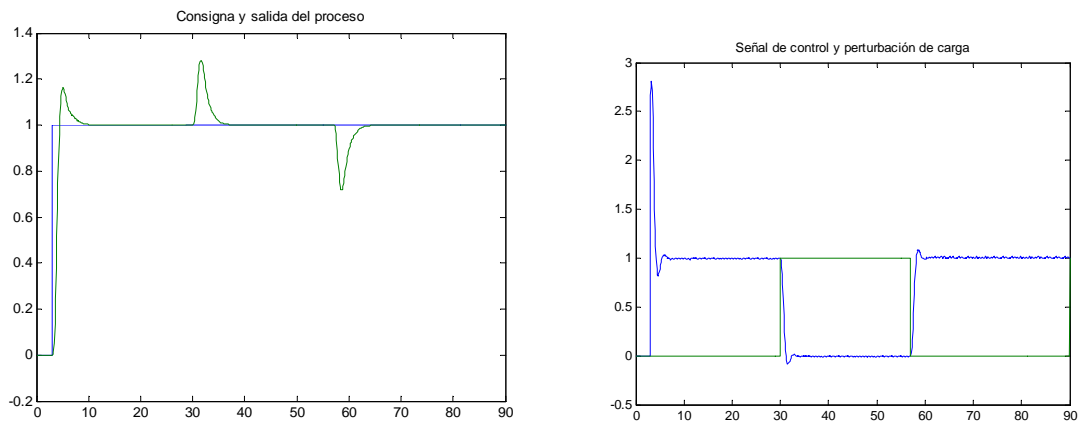


Fig. 5.2: Respuesta del sistema g_2 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos.

Tabla 5.3: Parámetros de PID para g₂

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D (α=0.1) | K _I | K _D | J (90 sg) |
|--|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|-----------|
| Polos del modelo de segundo orden y retardo puro | 2.5607 | 1.5735 | 0.3654 | 1.6274 | 0.9356 | 8.6474 |
| Polos en -1 y -2 | 2.3123 | 1.4691 | 0.3094 | 1.5740 | 0.7154 | 9.0691 |
| Polos en -1 y -4 | 1.4661 | 1.2315 | 0.1845 | 1.1904 | 0.2706 | 10.6789 |
| Polo en -1 | 0.8746 | 1.0000 | 0 | 0.8746 | 0 | 11.9707 |
| Polo en -1 y -8 | 1.2057 | 1.1148 | 0.1019 | 1.0815 | 0.1229 | 12.2717 |
| Polos complejos conjugados del modelo de tercer orden y fase no mínima | 0.9553 | 0.7802 | 0.1981 | 1.2244 | 0.1892 | 13.3141 |
| Polos en -2 y -4 | 0.7732 | 0.7345 | 0.1547 | 1.0527 | 0.1196 | 14.0651 |
| Polos en -2 y -8 | 0.5513 | 0.6158 | 0.0923 | 0.8953 | 0.0509 | 16.0764 |
| Polo en -2 | 0.3591 | 0.5000 | 0 | 0.7181 | 0 | 16.7016 |
| Polos en -4 y -8 | 0.2522 | 0.3673 | 0.0774 | 0.6866 | 0.0195 | 19.4715 |
| Polo en -4 | 0.1368 | 0.2500 | 0 | 0.5471 | 0 | 20.1643 |
| Polo en -8 | 0.0585 | 0.1250 | 0 | 0.4678 | 0 | 21.9282 |

5.3.3 Planta g₃

$$g_3(s) = \frac{-5(s-0.5)}{(s+1)^3}$$

La metodología de cancelación de polos aplicada al sistema g₃ da lugar a dos posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. Un ajuste PI, provocado por la cancelación de uno de los polos del sistema, y un ajuste PID provocado por la cancelación de dos polos del sistema. En los resultados de la tabla 5.4 se observa que el mejor ajuste para este sistema lo obtenemos por cancelación de dos polos. En la figura 5.3 puede verse la respuesta. Como en los dos sistemas anteriores, no fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador, pues la señal de control se mantuvo siempre dentro de los límites permitidos.

Tabla 5.4: Parámetros de PID para g₃

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D (α=0.1) | K _I | K _D | J (180 sg) |
|-----------------------|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|------------|
| Dos polos del sistema | 0.2016 | 1.9535 | 0.4654 | 0.1032 | 0.0938 | 74.8635 |
| Un polo del sistema | 0.0857 | 1.0000 | 0 | 0.0857 | 0 | 88.4944 |

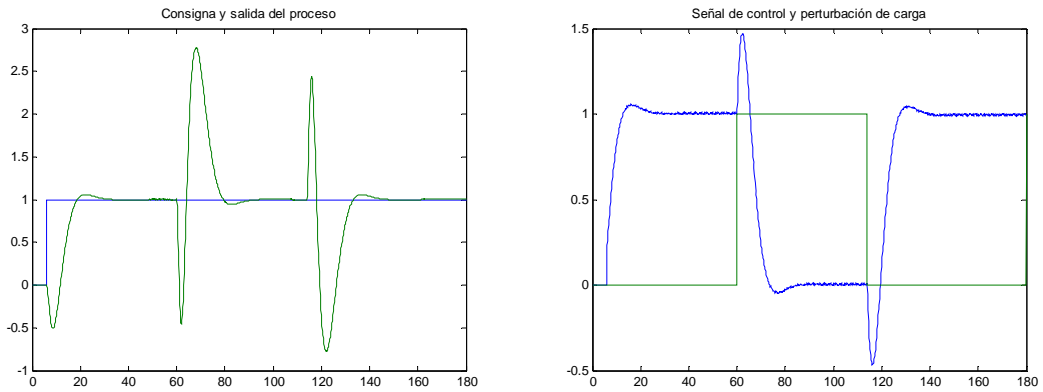


Fig. 5.3: Respuesta del sistema g3 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos.

5.3.4 Planta g4

$$g4(s) = \frac{1}{0.1 s + 1} e^{-s}$$

La metodología de $\frac{1}{0.1 s + 1} e^{-s}$ cancelación de polos aplicada al sistema g4 da lugar a un ajuste PI, provocado por la cancelación del polo del sistema, que se muestra en la tabla 5.5. En respuesta del sistema, mostrada en la figura 5.4, tampoco fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador.

Tabla 5.5: Parámetros de PID para g4

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D | K _I | K _D | J (45 sg) |
|---------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------|
| Un polo del sistema | 0.0614 | 0.1000 | 0 | 0.6137 | 0 | 13.1453 |

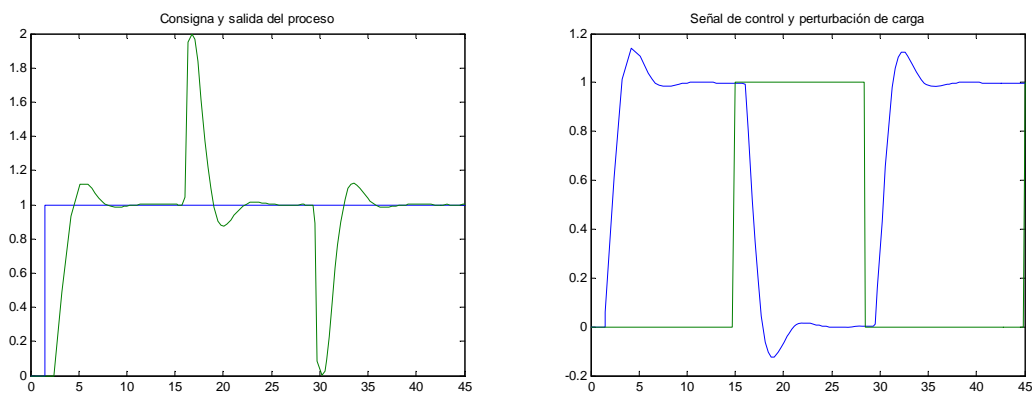


Fig. 5.4: Respuesta del sistema g4 y señal de control para el ajuste PI por cancelación del polo.

5.3.5 Planta g₅

$$g_5(s) = \frac{1}{(0.1s + 1)^2} e^{-s}$$

La metodología de cancelación de polos aplicada al sistema g₅ da lugar a dos posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. Un ajuste PI, provocado por la cancelación de uno de los polos del sistema, y un ajuste PID provocado por la cancelación de los dos polos del sistema. En los resultados de la tabla 5.6 se observa que el mejor ajuste para este sistema lo obtenemos por cancelación de dos polos. Realmente hay poca diferencia entre el índice obtenido con el controlador PID y el PI. En la figura 5.5 se muestra la respuesta del sistema con el controlador PID. Tampoco fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador.

Tabla.5.6: Parámetros de PID para g₅

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D (α=0.1) | K _I | K _D | J (45 sg) |
|---------------------------|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|-----------|
| Los dos polos del sistema | 0.1165 | 0.1953 | 0.0465 | 0.5964 | 0.0054 | 13.0972 |
| Un polo del sistema | 0.0547 | 0.1000 | 0 | 0.5473 | 0 | 14.1986 |

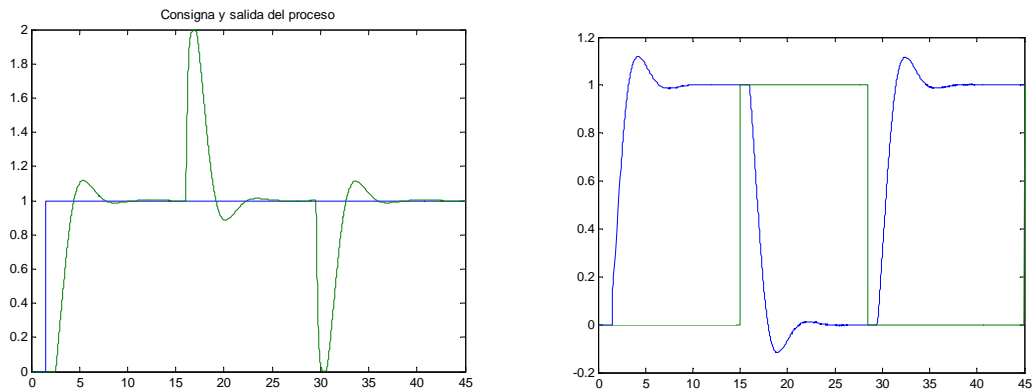


Fig. 5.5: Respuesta del sistema G₅(s) y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos.

5.3.6 Planta g₇

$$g_7(s) = \frac{30s+11}{(0.1s+1)^2(s+1)(20s+1)} = \frac{150(s+0.3667)}{(s+10)^2(s+1)(s+0.05)} = \frac{150s+55}{s^4 + 21.05s^3 + 121.1s^2 + 106s + 5}$$

A diferencia de los sistemas g₁ y g₂ el sistema g₇ combina constantes de tiempo de órdenes de magnitud muy diferentes que dificultan el ajuste del controlador. La metodología de cancelación de polos aplicada al sistema g₇ y al modelo de primer orden sin retardo, da lugar a ocho posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. 4 ajustes son PI, provocados por la cancelación de cada uno de los polos del sistema y del polo del modelo. Y

los 4 ajustes restantes son PID, provocados por la cancelación de las cuatro posibles parejas de polos del sistema. En los resultados de la tabla 5.7 se observa que en todos los ajustes se obtienen valores muy similares del índice, dificultando un poco la elección del mejor ajuste. Que resulta ser el PI obtenido por cancelación del polo en -1, al que corresponde la respuesta mostrada en la figura 5.6.

A diferencia de los sistemas estudiados con anterioridad. En todos los ajustes obtenidos para el sistema g7 se incumplen las restricciones sobre la señal de control. Si optamos por repetir todos los ajustes con el PID más anti-windup se produce, en casi todos los casos, un fenómeno no deseado; los índices apenas se reducen y esta reducción es a costa de un aumento excesivo de la ganancia proporcional, haciendo que la señal de control esté más tiempo saturada (para el cambio en la consigna) que lo estaría con el ajuste realizado sin tener en consideración la limitación de la señal de control. Puesto que el mejor de los ajustes de la tabla 5.7 supera por poco las limitaciones impuestas, hemos preferido dar el ajuste por bueno y realizar la simulación incorporando la saturación en la señal de control y el mecanismo de anti-windup en el controlador, la nueva respuesta es la mostrada en la figura 5.7, que presenta un índice de 81.6262, algo menor que el índice sin limitación en la señal de control. La respuesta al cambio en el punto de consigna es algo más lenta, pero con menor sobreelongación.

Tabla 5.7: Parámetros de PID para g7

| Tipo de cancelación | K_P | T_I | T_D ($\alpha=0.1$) | K_I | K_D | J (90 sg) |
|---------------------------------|--------|---------|---------------------------|--------|--------|-----------|
| Polo en -1 | 1.1018 | 1.0000 | 0 | 1.1018 | 0 | 81.7467 |
| Polos en -1 y -10 | 1.3200 | 1.0917 | 0.0833 | 1.2092 | 0.1099 | 81.7473 |
| Polos en -0.05 y -10 | 4.8854 | 20.0910 | 0.0905 | 0.2432 | 0.4421 | 82.5223 |
| Polo del modelo de primer orden | 3.0720 | 18.4600 | 0 | 0.1664 | 0 | 82.8173 |
| Polo en -0.05 | 3.1347 | 20.0000 | 0 | 0.1567 | 0 | 82.8488 |
| Polos en -10 | 0.2758 | 0.1953 | 0.0465 | 1.4117 | 0.0128 | 83.2740 |
| Polos en -0.05 y -1 | 3.2273 | 20.9131 | 0.8694 | 0.1543 | 2.8058 | 83.4294 |
| Polo en -10 | 0.1012 | 0.1000 | 0 | 1.0118 | 0 | 84.3286 |

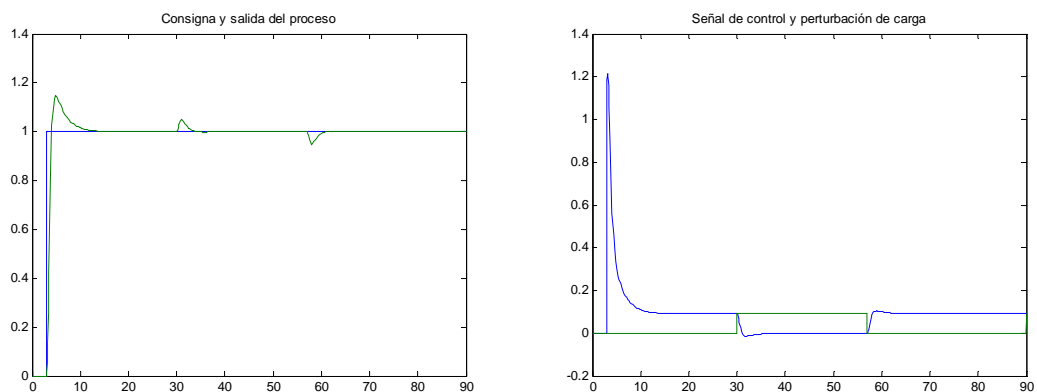


Fig. 5.6: Respuesta del sistema g7 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos, sin limitación en la señal de control.

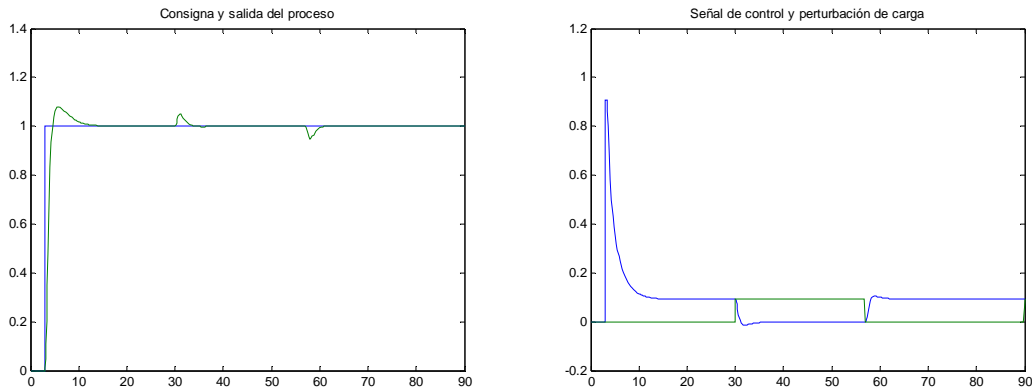


Fig. 5.7: Respuesta del sistema g_7 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos, con limitación en la señal de control y mecanismo de anti-windup en el controlador.

5.3.7 Planta g_8

$$g_8(s) = \frac{(s+6)^2}{s(s+36)(s+1)^2} = \frac{s^2 + 12s + 36}{s^4 + 38s^3 + 73s^2 + 36s}$$

El sistema g_8 es el único sistema con acción integral. La metodología de cancelación de polos aplicada a este sistema y a su modelo de orden reducido, nos lleva a cinco ajustes posibles. Sin embargo el ajuste PI por cancelación del polo en -36 queda descartado pues el sistema resultante es inestable para cualquier valor de la ganancia proporcional. En la tabla 5.8 se han recogido los otros cuatro ajustes; un ajuste PI provocado por la cancelación del polo en -1 y tres ajustes PID provocados por la cancelación de las dos posibles parejas de polos del sistema y por la cancelación de los polos del modelo de orden reducido. El mejor de los ajustes, aunque con muy poca diferencia con el segundo, se obtiene por cancelación de los polos del modelo de orden reducido. Sin embargo se observa una gran diferencia con los otros dos ajustes.

Como ocurría en el sistema g_7 se incumplen las restricciones sobre la señal de control, pero ahora se superan con creces los límites de ésta, véase figura 5.8. Si optamos por repetir todos los ajustes con el PID más anti-windup resulta que los índices se reducen considerablemente en todos los casos a costa de un aumento de la ganancia proporcional, haciendo que los dos primeros ajustes prácticamente se igualen. Puesto que el mejor de los nuevos ajustes se obtiene con una ligera modificación de la ganancia proporcional del mejor de los ajustes de la tabla 5.8, hemos preferido dar el ajuste por bueno y realizar la simulación incorporando la saturación en la señal de control y el mecanismo de anti-windup en el controlador, la nueva respuesta es la mostrada en la figura 5.9, que presenta un índice de 3.2452, mucho menor que el índice sin limitación en la señal de control. La respuesta al cambio en el punto de consigna es ahora mucho más lenta y sobreamortiguada.

Tabla 5.8: Parámetros de PID para g8

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D (α=0.1) | K _I | K _D | J (60 sg) |
|--|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|-----------|
| Polos del modelo de segundo orden más integrador | 100.7986 | 2.0257 | 0.5034 | 49.7608 | 50.7379 | 9.5780 |
| Polo doble en -1 | 57.2602 | 1.9535 | 0.4654 | 29.3121 | 26.6474 | 10.3785 |
| Polos en -1 y -36 | 790.6818 | 1.0253 | 0.0246 | 771.1600 | 19.4737 | 66.0816 |
| Polo en -1 | 645.5935 | 1.0000 | 0 | 645.5935 | 0 | 94.0360 |

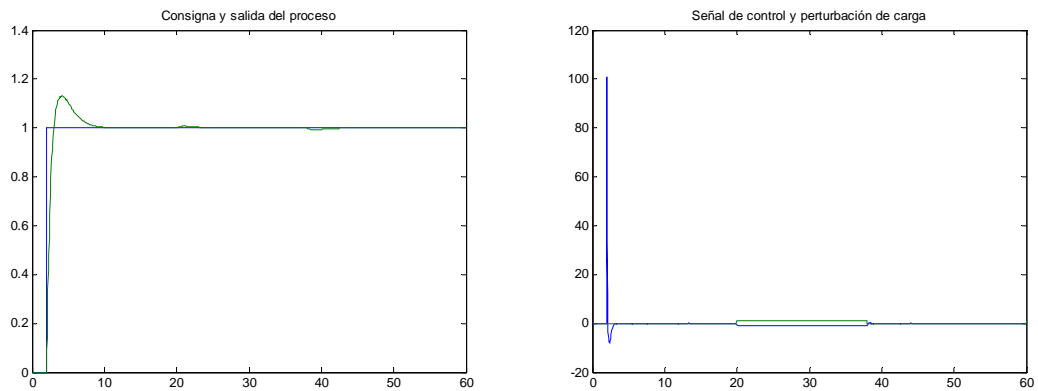


Fig. 5.8: Respuesta del sistema g8 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos, sin limitación en la señal de control.

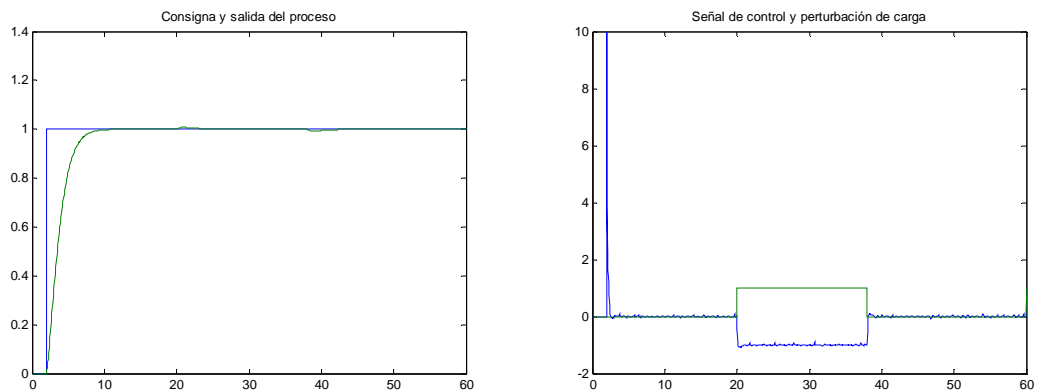


Fig. 5.9: Respuesta del sistema g8 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos, con limitación en la señal de control y mecanismo de anti-windup en el controlador.

5.3.8 Planta g9

$$g_9(s) = \frac{25}{(s+1)(s^2 + s + 25)} = \frac{25}{s^3 + 2s^2 + 26s + 25}$$

El sistema g9 es el único sistema con respuesta oscilatoria, pero además muy poco amortiguada y a una frecuencia relativamente alta. La metodología de cancelación de polos

aplicada a este sistema y a los dos modelos de orden reducido, da lugar a cuatro posibles ajustes de las constantes de tiempo del controlador. Dos ajustes son PI, provocados por la cancelación del polo real del sistema y del polo del modelo de primer orden. Y los otros dos ajustes son PID, provocados por la cancelación de los polos reales del modelo de segundo orden y de los polos complejos conjugados del sistema. En ninguno de los ajustes fue necesario activar el mecanismo anti-windup del controlador.

En los cuatro ajustes de la tabla 5.9 se obtienen valores muy similares del índice, dificultando un poco la elección del mejor ajuste. Que resulta ser el PID obtenido a partir del modelo de segundo orden, al que corresponde la respuesta mostrada en la figura 5.10. El rizado de dicha respuesta se debe claramente al modo oscilatorio dominante y poco amortiguado del sistema que no ha sido cancelado, pero sí atenuado utilizando un factor de filtro en la acción derivativa igual a 0.2, algo mayor de lo habitual. En el ajuste que ocupa el tercer lugar fue necesario reducir considerablemente el factor del filtro en la acción derivativa para conseguir la cancelación del modo oscilatorio dominante. Como muestra la figura 5.11, esta respuesta no presenta el rizado comentado anteriormente, pues el modo oscilatorio dominante ha sido cancelado, pero es más oscilatoria que la anterior. La comparación de ambas respuestas nos sirve como ejemplo de que dos ajustes muy distintos pueden dar lugar a índices similares. Desde el punto de vista práctico, como siempre existirá error de modelado y será difícil asegurar que se está cancelando perfectamente la dinámica oscilatoria dominante, es preferible quedarse con el primero de los ajustes.

Tabla 5.9: Parámetros de PID para g9

| Tipo de cancelación | K_P | T_I | T_D | K_I | K_D | J (90 sg) |
|---|--------|--------|-----------------------------|--------|--------|-----------|
| Polos del modelo de segundo orden | 0.7526 | 0.8534 | 0.1328 ($\alpha=0.2$) | 0.8818 | 0.0999 | 10.8570 |
| Polo del modelo de primer orden con retardo | 0.6473 | 0.8700 | 0 | 0.7440 | 0 | 11.3552 |
| Polos complejos conjugados | 0.0653 | 0.0220 | 1.8010 ($\alpha=0.01$) | 2.9687 | 0.1176 | 12.0721 |
| Polo en -1 | 0.6659 | 1.0000 | 0 | 0.6659 | 0 | 12.0772 |

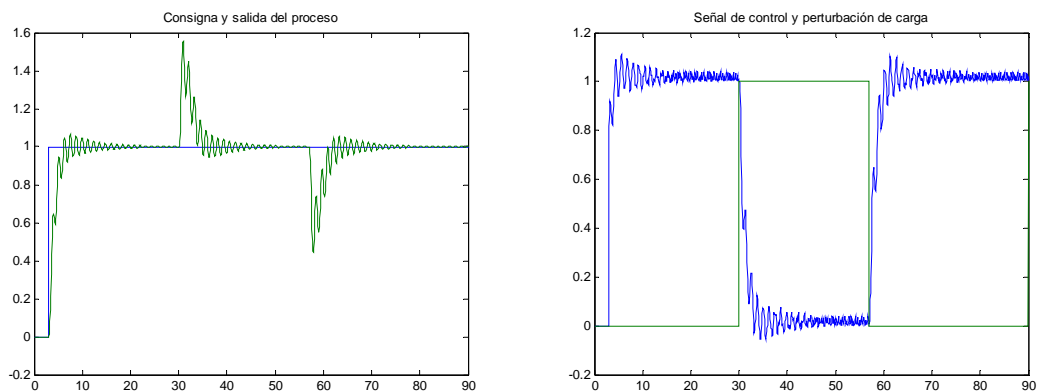


Fig. 5.10: Respuesta del sistema g9 y señal de control para el mejor de los ajustes por cancelación de polos, que evita la cancelación del modo oscilatorio dominante.

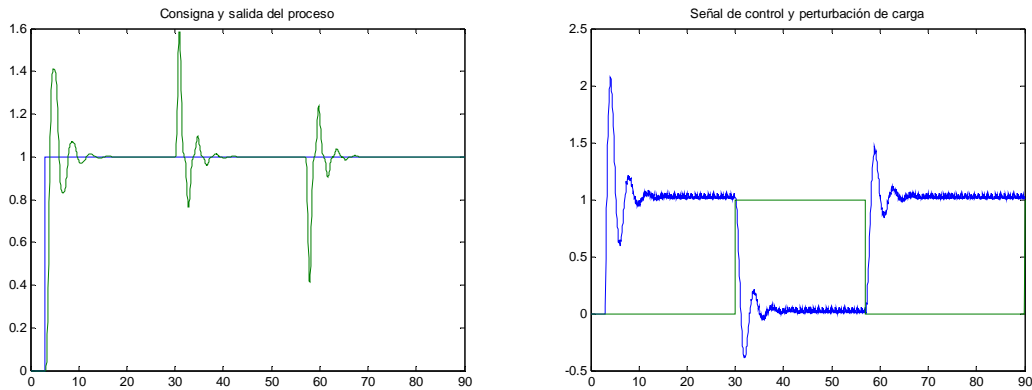


Fig. 5.11: Respuesta del sistema g9 y señal de control para el ajuste que asegura la cancelación del modo oscilatorio dominante.

5.3.9 Planta g₁₀

$$g_{10}(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)} = \frac{1}{s^2-1}$$

El sistema g₁₀ es otro caso singular dentro del conjunto de sistemas seleccionados, pues es el único sistema con respuesta inestable en lazo abierto. Como el sistema g₁₀ no es estabilizable con un controlador PI y la metodología de cancelación de polos sólo es aplicable a los polos estables, con un controlador PID podremos cancelar el polo estable del sistema y utilizar el cero adicional para estabilizarlo. En el ajuste, mostrado en la tabla 5.10 se han optado por colocar al cero adicional en la misma posición del polo estable del sistema, pues aunque también se han probado otros valores las mejoras observadas son mínimas.

Como ocurría en el sistema g₈ la señal de control supera las limitaciones, véase figura 5.12. Y si optamos por repetir todos los ajustes con el PID más anti-windup resulta que el índice se reduce considerablemente, pero el ajuste es prácticamente el mismo. Por tanto, hemos preferido dar el ajuste por bueno y realizar la simulación incorporando la saturación en la señal de control y el mecanismo de anti-windup en el controlador, la nueva respuesta es la mostrada en la figura 5.13, que presenta un índice de 3.9829, mucho menor que el índice sin limitación en la señal de control. La respuesta al cambio en el punto de consigna es ahora mucho más lenta y sobreamortiguada.

Tabla 5.10: Parámetros de PID para g₁₀

| Tipo de cancelación | K _P | T _I | T _D (α=0.1) | K _I | K _D | J (30 sg) |
|--------------------------|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|-----------|
| Polo estable del sistema | 21.6537 | 1.9535 | 0.4654 | 11.0848 | 10.0771 | 6.9803 |

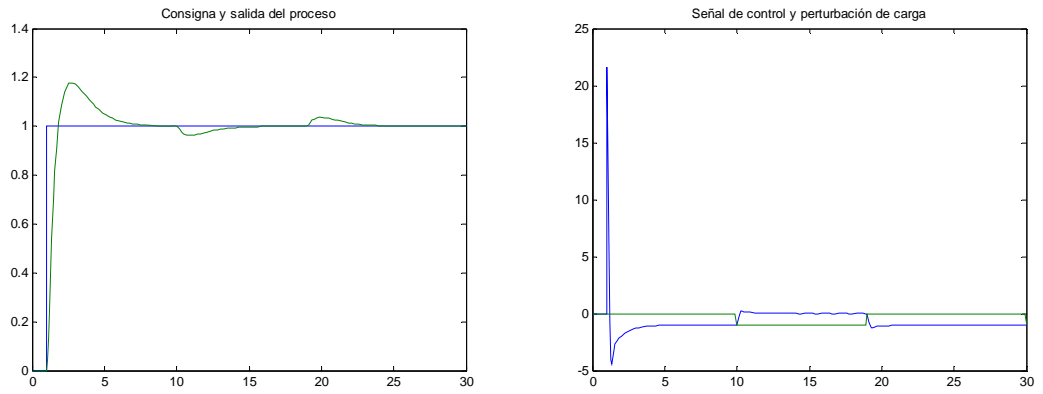


Fig. 5.12: Respuesta del sistema g10 y señal de control para el ajuste PID por cancelación del polo estable, sin limitación en la señal de control.

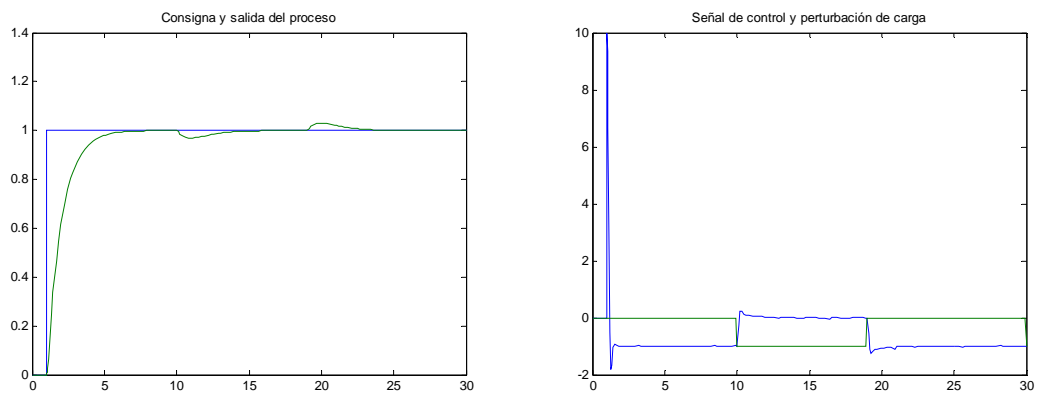


Fig. 5.13: Respuesta del sistema g10 y señal de control para el ajuste PID por cancelación del polo estable, con limitación en la señal de control y mecanismo de anti-windup en el controlador.

Anexo

| | Sistema | Modelo obtenido por aproximación de la RF | Modelo obtenido por aproximación de la RF |
|----------|--|---|---|
| $G_1(s)$ | $\frac{1}{(s+1)^8}$ | $\frac{-1.38s+1}{(4.53s+1)(5.60s^2+2.41s+1)}$ | $\frac{1}{2.83s+1} e^{-5.17s}$ |
| $G_2(s)$ | $\frac{1}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)(0.125s+1)}$ | $\frac{-0.063s+1}{(s+1)(0.17s^2+0.80s+1)}$ | $\frac{1}{(0.93s+1)(0.68s+1)} e^{-0.27s}$ |
| $G_7(s)$ | $\frac{30s+11}{(0.1s+1)^2(s+1)(20s+1)}$ | | $\frac{11}{18.46s+1}$ |
| $G_8(s)$ | $\frac{0.1667s+1}{s(s+1)^2(0.0278s+1)}$ | $\frac{0.3823s+1}{s(1.1216s^2+2.0760s+1)}$ | |
| $G_9(s)$ | $\frac{25}{(s+1)(s^2+s+25)}$ | $\frac{1}{(0.68s+1)(0.20s+1)}$ | $\frac{1}{0.87s+1} e^{-0.15s}$ |

6.BIBLIOGRAFÍA

- Ackermann, J.E. (1980). "Parameter Space Design of Robust Control Systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-25 , 6, 1058-1072.
- Åström, K.J. and T. Hägglund (2005). "Advanced PID Control". *ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society*. Research Triangle Park, NC 27709.
- Barmish, B.R. (1988). "New tools for robustness analysis". *Proc 27th IEEE Decision and Control Conf*, vol 1, pp 1-6, Dec.
- Čech, M. and M. Schlegel (2005). "PID controller design" www.PIDlab.com.
- Conn, A.R., Gould, N.I.M., Toint, P.L.; "A globally convergent augmented lagrangian algorithm for optimization with general constraints and simple bounds". *SIAM J. Numer. Anal.* 28(2), 545-572 (1991).
- Conn, A.R., Gould, N.I.M., Toint, P.L.; "A globally convergent augmented lagrangian barrier algorithm for optimization with general inequality constraints and simple bounds". *Math. Comput.* 66(217), 261-288 (1997).
- Dormido, S. and F. Morilla (2004). "Tuning of PID Controllers Based on Sensitivity Margin Specification". *5th Asian Control Conference, Melbourne*.
- Dormido, S y Morilla, F. Aspectos prácticos del controlador PID. "Capítulo 2 del curso de doctorado Controladores PID", UNED, 2006
- O'Dwyer, A. (2003). "Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules", Imperial Collage Press
- Gill, P.E., Murray, W., Wright, M.H. (1981).; "Practical optimization". Academic Press. Nueva York
- Goodwin, G. C.; Graebe, S. F.; Salgado, M. E. (2001): "Control System Design". *Prentice Hall*
- Morilla, F. and S. Dormido (2000). "Methodologies for the tuning of PID controllers in the frequency domain". *PID'00 IFAC Workshop on Digital Control: Past, present and future of PID Control*, 155-160, Terrassa.
- Morilla, F. and Vázquez, F. (2006). "PID control design with guaranteed stability". *Advanced Control Education, ACE'06, Madrid*.
- Morilla, F.; Vázquez, F.; Garrido, J., (2007) "Control centralizado PID 2x2 por desacoplo", *XXVIII Jornadas de Automática, Huelva*.
- Morilla, F.; Vázquez, F.; Garrido, J., (2008) "Centralized PID Control by Decoupling for TITO Processes", *13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*.
- Nelder, J.A., Mead, R., (1965) "A simplex method for function minimization". *Comput. J.* 7, 308-313.
- Rivera, D. E; Morari, M.; Skogestad, S (1986): "Internal Model Controller. 4. PID Controller Design". *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 25, pp. 252-265.
- Schlegel, M. and J. Mertil (2004). "Stability regions for PI/PID controller and Matlab program." *International Carpathian Control Conference, May 25-28, Zakopane, Poland*.
- Shafiei, Z. and A.T. Shenton (1997). "Frequency domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay". *Automatica*, Volume 33, Issue 12, 2223-2232.