

DISEÑO DE CONTROLADORES EN EL ENTORNO MATLAB-SIMULINK

F. Morilla, S. Dormido Canto, S. Dormido

Dpto de Informática y Automática, UNED, Avda Senda del Rey s/n, 28040 Madrid.
Teléfono: (34)-1-3987156, Fax: (34)-1-3986697, E-mail: Fernando.Morilla@human.uned.es

Resumen: En este trabajo se describen los fundamentos teóricos y las características más importantes de una herramienta de diseño desarrollada en el entorno de MATLAB-SIMULINK. El desarrollo de esta herramienta fue el objetivo principal del proyecto de fin de carrera "Diseño y Ajuste de Controladores en el Entorno Simulink", presentado por S. Dormido Canto en la E.T.S.I.I. (Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales) del ICAI, en Mayo de 1994, bajo la dirección de F. Morilla. La herramienta está concebida con fines principalmente didácticos y está dirigida a usuarios con conocimientos básicos de sistemas de control, que encontrarán en ella la solución sistemática y razonada al problema de diseño del controlador.

1.- Introducción.

Los entornos CACSD (Diseño de Sistemas de Control Asistido por Computadora), entendiendo el término CACSD como "la utilización de computadoras como herramientas fundamentales durante las fases de modelización, identificación, análisis y diseño de un sistema de control", han experimentado en los últimos años grandes cambios. No obstante hay ciertos aspectos, principalmente de diseño, que estos entornos no llegan a cubrir. Concretamente en el entorno MATLAB, que es un programa de uso muy extendido académica e industrialmente, el diseño de sistemas de control sigue siendo una tarea poco sistematizada y abierta al usuario.

A finales de 1993, el Departamento de Informática y Automática de la UNED se propuso el desarrollo de una herramienta CACSD que facilitara el diseño de sistemas lineales de control realimentado. Como punto de partida ya se disponían de funciones propias en el entorno de MATLAB-386, contrastadas y utilizadas en el laboratorio de alumnos y el entorno "HyperAutomática". Pero como reto importante se planteaba aumentar sus prestaciones, incorporando las nuevas capacidades del interfaz gráfico de MATLAB en Windows y de la herramienta SIMULINK.

Estos objetivos se han cubierto satisfactoriamente, como se recoge en la memoria del proyecto de fin de carrera (Dormido 94), por lo que el Departamento dispone actualmente de una herramienta de diseño en el entorno MATLAB-SIMULINK, que cubre ampliamente los conceptos docentes impartidos en la asignatura de Automática I y que está concebida para ser fácilmente ampliable y mejorable. En este documento, dada la limitación de espacio, se describen sólo los fundamentos teóricos y las principales características de la herramienta.

2.- Fundamentos de diseño.

Se entiende el diseño de un sistema de control como la determinación de una ley de control, que permita cumplir las especificaciones del sistema. El diseño, generalmente, involucra los siguientes pasos:

Definición de especificaciones. Cualquier sistema de control debe ser estable, luego ésta es una especificación primaria. Además de la estabilidad absoluta, un sistema de control debe tener una estabilidad relativa adecuada, es decir, la respuesta del sistema debe ser relativamente rápida y presentar un amortiguamiento razonable. Un sistema de control debe también reducir a cero, o a un valor pequeño los errores de la salida respecto a la señal de referencia. La estabilidad relativa y la exactitud en régimen estacionario suelen ser exigencias algunas veces incompatibles, por lo que es necesario llegar a un compromiso eficaz entre ambos requisitos.

Diseño propiamente dicho. Es decir, la determinación de una ley de control, que permita cumplir las especificaciones del sistema.

Evaluación. Una vez efectuado el diseño es necesario comprobar, mediante análisis y/o simulación, que efectivamente se cumplen los objetivos fijados.

A continuación se describen los fundamentos del diseño de sistemas de control con especificaciones de errores en estado estacionario y margen de fase. Se comienza presentando los tipos de sistemas de control que se han considerado y los controladores utilizados. Y se da solución por separado a la compensación de errores en estado estacionario y a la compensación por margen de fase, haciendo especial hincapié en la selección del controlador y en la selección de la frecuencia de diseño.

2.1.- El sistema de control.

En la figura 1 se puede ver un ejemplo de sistema continuo de control realimentado, con realimentación unitaria, de una sola entrada y una sola salida, en el que tanto el proceso como el controlador vienen descritos por su función de

transferencia en el dominio-s. Este mismo sistema puede adoptar otras dos configuraciones: la de sistema discreto cuando tanto el proceso como el controlador vienen descritos por su función de transferencia en el dominio-z, y la de sistema muestreado en el que el proceso viene descrito por su función continua, el controlador por su función de transferencia discreta, y en el que aparecen dos nuevos bloques funcionales, el conversor A/D y el conversor D/A.

En un sistema de control, es responsabilidad del diseñador llegar a una combinación adecuada de los parámetros de control para que el sistema en lazo cerrado cumpla unas determinadas especificaciones. Los dos tipos de bloques controladores más utilizados en el sistema de control continuo y realimentado son el controlador PID y la red de compensación "adelanto-retardo" (que puede adoptar la forma de red de adelanto de fase o red de retardo de fase). En el caso PID, el usuario dispone de tres parámetros de control: K_P (la ganancia proporcional), T_I (la constante de tiempo integral) y T_D (la constante de tiempo derivativa). Considerando el algoritmo estándar de la ISA (Instrument Society of America), la función de transferencia del controlador PID es la indicada en la tabla 1.

Como función de transferencia genérica de una red de compensación se ha utilizado la indicada en la tabla 1, donde ω_{SO} representa la frecuencia del cero y ω_{SP} la frecuencia del polo. Si $\omega_{SO} > \omega_{SP}$ la red se conoce como red de adelanto de fase (AF) y si $\omega_{SO} < \omega_{SP}$ la red recibe el nombre de retardo de fase (RF). En la tabla 1 también están indicadas las versiones discretas de estos controladores, que se obtienen de la función de transferencia continua aplicando la transformada bilineal inversa, y que se utilizarán en los sistema de control discretos y muestreados.

red de adelanto-retardo de fase	controlador PID
$G_C(s) = \frac{\frac{s}{\omega_{SO}} + 1}{\frac{s}{\omega_{SP}} + 1}$	$G_C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$
$G_C(z) = \frac{\omega_{z_o}}{\omega_{z_p}} \frac{1 + \omega_{z_p} \frac{z}{\omega_{z_o}} + 1}{1 + \omega_{z_o} \frac{z}{\omega_{z_p}} + 1}$	$G_C(z) = K_P \left(1 + \frac{T}{2 T_I} \frac{z+1}{z-1} + \frac{2 T_D}{T} \frac{z-1}{z+1} \right)$

Tabla 1: Funciones de transferencia continuas y discretas de los controladores.

2.2.- Compensación de errores en estado estacionario.

Dada una entrada determinada, la naturaleza del error estacionario depende del conjunto (controlador+proceso). Concretamente del tipo del sistema y de la ganancia de la función de transferencia del sistema en lazo abierto. En este apartado se utiliza el término "compensación de errores en estado estacionario" para representar a aquél procedimiento que: dado un proceso, descrito por su función de transferencia, y unas especificaciones de errores de posición y de velocidad determina el tipo o tipos de controladores adecuados y el valor de alguno de sus parámetros de control.

Respecto a los controladores anteriormente presentados:

- La red de adelanto-retardo es de tipo 0 y tiene ganancia unitaria, por tanto su introducción en el sistema de control no afecta a los errores en estado estacionario. La única posibilidad de compensación de errores es añadir un bloque proporcional a la red, cuya ganancia se determina en función del error finito en estado estacionario que se quiere obtener y del coeficiente de error del sistema sin compensar.
- Un controlador PD es de tipo 0 y tiene ganancia K_P , por tanto su introducción en el sistema de control no modifica el tipo del sistema. El parámetro ganancia proporcional se puede utilizar para obtener un error finito en estado estacionario del sistema.
- Los controladores PI y PID son de tipo 1, con ganancia K_I si no se tiene en cuenta el polo en el origen, por tanto su introducción en el sistema de control aumenta en una unidad el tipo del sistema, haciendo nulo el error finito en estado estacionario del sistema, y su parámetro ganancia integral se puede utilizar para conseguir un determinado valor finito para el error en estado estacionario de orden superior.

Suponiendo que el error de posición y error de velocidad son las únicas especificaciones de diseño en estado estacionario para el sistema de control de la figura 1, se puede presentar la casuística recogida en la tabla 2. En la que también se incluyen las posibles soluciones, restringidas sólo a los controladores mencionados más la adición de bloque proporcional en los casos de red de adelanto y de retardo.

Observaciones: La última fila de la tabla 2 es un caso particular de compensación en el que cualquiera de los cinco controladores se puede utilizar y en el que como no se especifica el error de aceleración, existe total libertad para determinar el valor de la ganancia proporcional o el valor de la ganancia integral. La tercera fila recoge un caso en el que no existe solución puesto que se requeriría un controlador de tipo 2 (con dos polos en el

origen), que no es posible. Las filas cuarta, séptima y octava recogen casos en los que tampoco existe solución puesto que se requerirían controladores con ceros en el origen y la compensación se haría por cancelación (no recomendable en ningún caso).

sistema sin compensar		sistema compensado		controladores adecuados
error de posición	error de velocidad	error de posición	error de velocidad	
finito	infinito	finito	infinito	AF, RF, PD
finito	infinito	nulo	finito	PI, PID
finito	infinito	nulo	nulo	Ninguno
nulo	finito	finito	infinito	Ninguno
nulo	finito	nulo	finito	AF, RF, PD
nulo	finito	nulo	nulo	PID, PID
nulo	nulo	finito	infinito	Ninguno
nulo	nulo	nulo	finito	Ninguno
nulo	nulo	nulo	nulo	AF,RF,PD PI, PID

Tabla 2: Controladores adecuados para la compensación de errores estacionarios.

Existe una posibilidad de tratar a los sistemas discretos y muestreados como si fueran continuos, utilizando la transformación bilineal. Por tanto toda la casuística recogida en la tabla 2 es aplicable a los sistemas discretos y muestreados en el dominio w de la transformación bilineal.

2.3.- Compensación por margen de fase.

El diseño de los cinco tipos de controladores (AF, RF, PI, PD y PID) para un sistema de control realimentado continuo se puede realizar aplicando las fórmulas de compensación de la tabla 3. En la compensación así planteada se parte de la premisa que la frecuencia de diseño ω_c se conoce de antemano, esto generalmente no es cierto. El problema que se plantea a continuación es ¿cuál debe ser el valor o el rango de valores de la frecuencia de diseño para que, dada la función de transferencia $G_p(s)$ de un proceso y un margen de fase deseado, exista solución a la compensación por AF, RF, PI, PD o PID? La determinación del rango de valores para ω_c para que exista solución a la compensación, utilizando las fórmulas de la tabla 3, se debe realizar teniendo en cuenta una serie de condiciones, todas estas condiciones se han analizado y se han incorporado para la determinación automática de la frecuencia de diseño.

Por ejemplo las condiciones para ω_c en compensación por red de adelanto son:

1ª) ω_c debe ser superior a la frecuencia ω_{cf} (frecuencia a la que el diagrama de amplitud toma el valor de 0 dB) del sistema sin compensar. Justificación: de esta forma la amplitud del sistema sin compensar a la frecuencia ω_c es menor que la unidad y puede ser compensada por la amplitud de la red de adelanto a esa frecuencia.

2ª) ω_c debe ser tal que la fase que deba aportar la red a esa frecuencia sea positiva y menor de 90° , es decir, debe ser tal que $0 < MF_{deseado} - 180^\circ - \arg(G(j\omega_c)) < 90^\circ$

3ª) ω_c debe ser tal que la fase de la red y la amplitud del sistema sin compensar a esa frecuencia verifiquen la siguiente relación

$$\frac{1}{|G(j\omega_c)|} > \cos\theta > |G(j\omega_c)|$$

de esta forma se garantiza que el polo y el cero de la red están situados en el semiplano izquierdo del plano s , y por tanto que la red tiene una respuesta estable frente a una señal de error estable y es un sistema de fase mínima con las características de respuesta en frecuencia a las que debe su nombre.

red adelanto-retardo de fase	controladores PID
$\omega_{s_o} = \frac{\text{sen}\theta}{\frac{1}{ G(j\omega_c) } - \cos\theta} \omega_c$	$K_p = \frac{\cos\theta}{ G(j\omega_c) }$
$\omega_{s_p} = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta - G(j\omega_c) } \omega_c$	$K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} = \frac{\text{sen}\theta}{ G(j\omega_c) }$

Tabla 3: fórmulas de compensación en serie por margen de fase, propuestas por Phillips y Nagle. θ es la fase que debe aportar el controlador para que a la frecuencia ω_c se consiga el margen de fase deseado. Su valor viene determinado por la expresión $\theta = MF_{deseado} - 180^\circ - \arg(G(j\omega_c))$.

En el diseño del controlador PID, una vez elegida la frecuencia de diseño, existe un segundo grado de libertad que es la relación entre las ganancias integral y derivativa. Puesto que elegido el valor de ω_c , conocida la fase θ que debe aportar el controlador y la amplitud del proceso a esa frecuencia, existen múltiples parejas de valores de K_I y K_D que verifican la expresión de la tabla 3. El problema que se plantea a continuación es ¿qué condiciones deben cumplir estos parámetros para que la compensación PID tenga solución?. En el caso de que la fase θ que debe aportar el controlador es negativa se obtiene una condición límite al valor de la ganancia integral, véase tabla 4, para que la ganancia derivativa resultante sea positiva. De la misma forma, si la fase θ que debe aportar el controlador es positiva se obtiene una condición límite al valor de la ganancia derivativa, véase tabla 4.

$\theta < 0$	$\theta > 0$
$K_I > - \frac{\text{sen}\theta}{ G(j\omega_c) } \omega_c$	$K_D > \frac{\text{sen}\theta}{\omega_c G(j\omega_c) }$

Tabla 4: Condiciones límites en el diseño PID.

La compensación PID condicionada se plantea cuando un parámetro del controlador PID tiene un valor predeterminado por la compensación de errores en estado estacionario. Los posibles casos son: PI con ganancia integral predeterminada, PD con ganancia proporcional predeterminada, PID con ganancia integral predeterminada. Para estos casos siguen siendo válidas las fórmulas de diseño, pero en las que el tipo de controlador y el parámetro previamente fijado imponen unas condiciones sobre la frecuencia de diseño ω_c que hacen que el problema no tenga solución, tenga solución para un único valor de ω_c , para determinados valores de ω_c o para un rango de valores de ω_c .

Por ejemplo las condiciones para ω_c en compensación con control PI y K_I predeterminada son:

1º) ω_c debe ser inferior a la frecuencia ω_a (frecuencia a la que el diagrama de fase del sistema sin compensar presenta el margen de fase deseado).
Justificación: de esta forma la fase del sistema sin compensar a la frecuencia ω_c debe disminuir y esta disminución puede ser aportada por la fase del controlador PI a esa frecuencia.

2º) ω_c debe ser tal que

$$K_I = - \frac{\text{sen}\theta}{|G(j\omega_c)|} \omega_c$$

de esta forma se garantiza que el controlador tenga la ganancia integral deseada y que la ganancia proporcional es positiva, por lo que es físicamente realizable y tiene las características propias del PI.

En el apartado dedicado a la compensación de errores en estado estacionario se discutió y se resumió en forma de tabla la elección del controlador adecuado para conseguir las especificaciones de error de posición y de velocidad. En la segunda fase del diseño del controlador se pueden tener en cuenta los márgenes de ganancia y de fase del sistema sin compensar y los márgenes especificados para elegir uno de entre las dos familias (AF, RF,PD) y (PI, PID) de controladores posibles. A continuación se incluyen las reglas incorporadas en la herramienta para hacer la selección:

- Selección entre PI o PID: sólo cuando el MF del sistema sin compensar sea menor que el MF deseado, se elige el controlador PID.
- Selección entre (AF,PD) o RF: sólo cuando el MF del sistema sin compensar sea mayor que el MF deseado, se elige la red RF.
- Selección entre AF o PD: sólo cuando el MG del sistema sin compensar sea menor que el MG deseado, se elige el controlador PD.

La compensación en sistemas discretos y muestreados se puede efectuar como si fueran continuos, en el dominio de la transformación bilineal.

3.- Características de la herramienta.

La herramienta que se ha desarrollado en el entorno MATLAB-SIMULINK es capaz de a partir de un modelo conocido del proceso y de unas especificaciones de diseño, aconsejar sobre el tipo de controlador y encontrar la solución analítica, de acuerdo con los fundamentos descritos en el apartado anterior. Las características generales de la aplicación creada para el diseño de un controlador son:

- El sistema de control puede ser continuo, discreto o muestreado.
- El modelo del proceso y del controlador vienen descritos por su función de transferencia.
- Las especificaciones de diseño están referidas a la respuesta temporal (errores en estado estacionario) y a la respuesta en frecuencia (margen de fase y margen de ganancia).

- El controlador a diseñar puede ser: un bloque PID o sus variantes, una red de adelanto o una red de retardo. La herramienta ofrece también la posibilidad de simular y analizar el sistema de control, con vistas al diseño posterior para comprobar el diseño realizado. A continuación se comentan ciertas ventanas, algunas de SIMULINK y otras de MATLAB, incluidas en la herramienta que dan una idea clara de su potencial. En la opción de simulación el usuario tiene la posibilidad de simular su propio sistema en distintas condiciones de excitación y de control, e incluso probar con distintos procesos. La figura 1 es un ejemplo de simulación correspondiente a un sistema continuo, donde el usuario puede observar el diagrama de bloques del sistema, la señales de error, de control, de salida y de referencia.

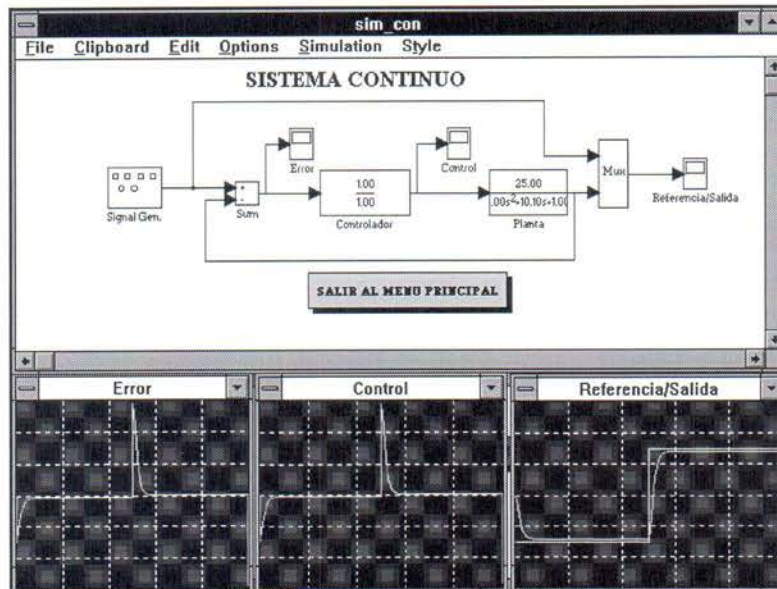


Figura 1: Entorno de simulación para sistemas continuos.

La figura 2 es un ejemplo de la pantalla con información textual y numérica del análisis efectuado, donde el usuario dispone de dos campos activos y de seis botones que le permiten realizar una serie de análisis gráficos. Los resultados presentados corresponden al sistema de la figura 1.

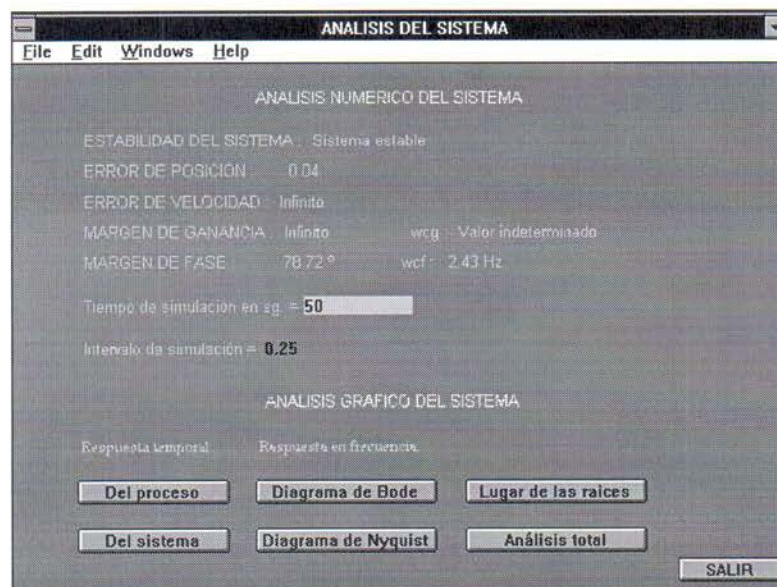


Figura 2: Ventana de análisis.

En la opción de diseño se presenta información sobre los errores de posición y velocidad, así como de los márgenes de ganancia y de fase del sistema sin compensar y del sistema actual. Se ofrecen cuatro campos activos donde el usuario debe introducir los valores que desea obtener con el diseño. También aparecen tres botones para que usuario elija el tipo de diseño: manual, asistido o automático. La figura 3 es un ejemplo de diseño PI automático para el sistema de la figura 1, donde se observa que todas las especificaciones se han conseguido e incluso el margen de ganancia es mayor que el deseado.

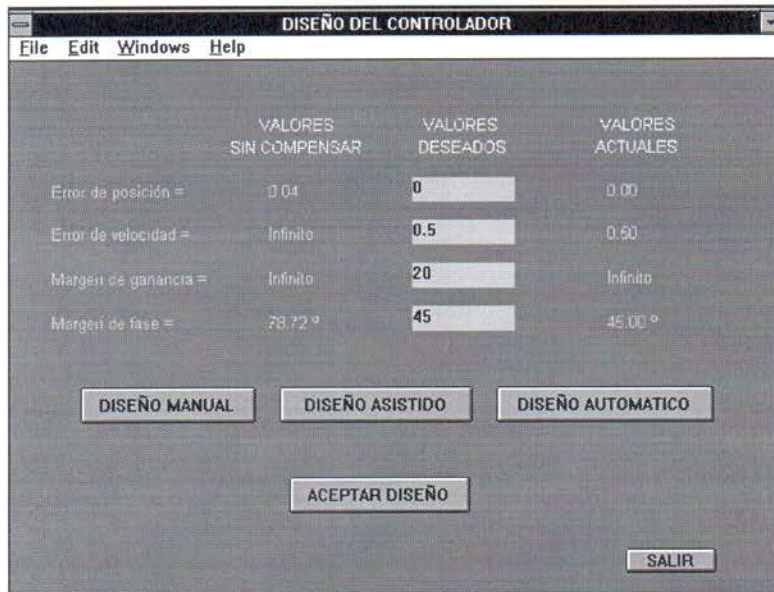


Figura 3: Ventana de diseño.

Como resultado del diseño, el usuario recibe información sobre el controlador diseñado. La figura 4 es un ejemplo de ello, corresponde al diseño PI para el sistema de la figura 1 con las especificaciones de la figura 3. En ella el usuario puede observar la función de transferencia del controlador, sus parámetros y sus características de respuesta en frecuencia.

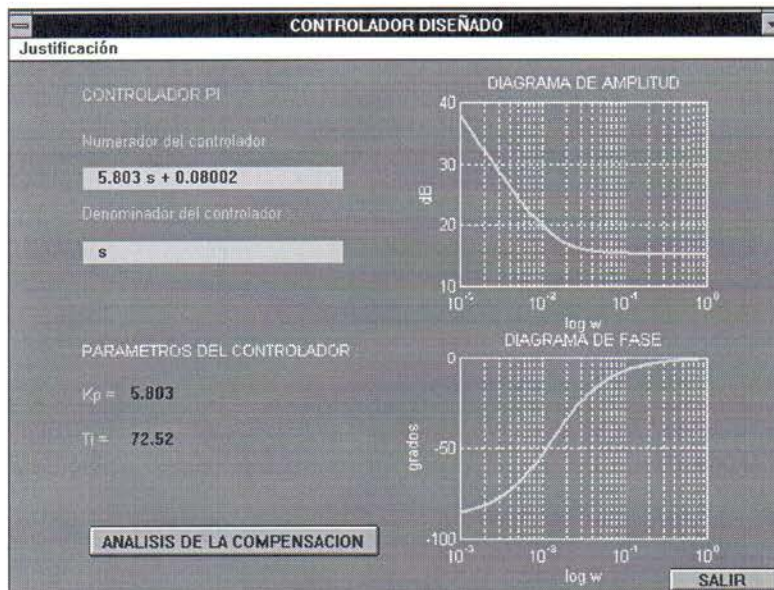


Figura 4: Ventana de parámetros del controlador.

Si el usuario selecciona **diseño manual**, aparece un menú con los posibles controladores para conseguir las especificaciones de errores estacionarios. Una vez elegido el controlador: informa si existe solución, y de existir solicita un valor de ω_c que pertenezca al rango de soluciones, presenta resultados intermedios del diseño y presenta los parámetros del controlador diseñado. En el caso PID, solicita además un valor de la ganancia integral K_I o de la ganancia derivativa K_D para que exista solución, de acuerdo con la tabla 4. Si selecciona **diseño asistido**, la elección del controlador corre por cuenta de la herramienta, según los criterios que se han expuesto en el apartado 2, y el usuario sólo interviene en la elección de la frecuencia de diseño ω_c y en la elección de la ganancia proporcional integral o derivativa en el PID. Si selecciona **diseño automático**, se presenta directamente el controlador diseñado sin ningún tipo de intervención por parte del usuario.

En cualquier caso, el usuario siempre tiene acceso a una información textual sobre las condiciones en las que se ha realizado el diseño realizado. La figura 5 es un ejemplo de ello, corresponde al diseño PI automático de para el sistema de la figura 1, con las especificaciones de la figura 3, que dió como resultado el controlador de la figura 4.

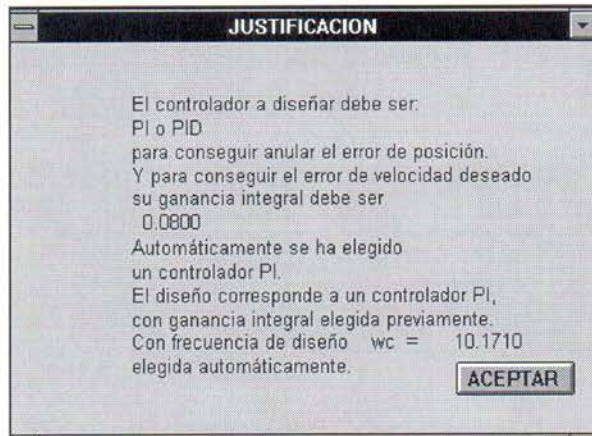


Figura 5: Ventana de justificación del diseño.

Con el botón **análisis de la compensación** de la figura 4 el usuario puede comparar el sistema sin compensar con el sistema compensado. La figura 6 es un ejemplo de ello, corresponde a la comparación del sistema de la figura 1, con el controlador unitario y con el controlador PI de la figura 4.

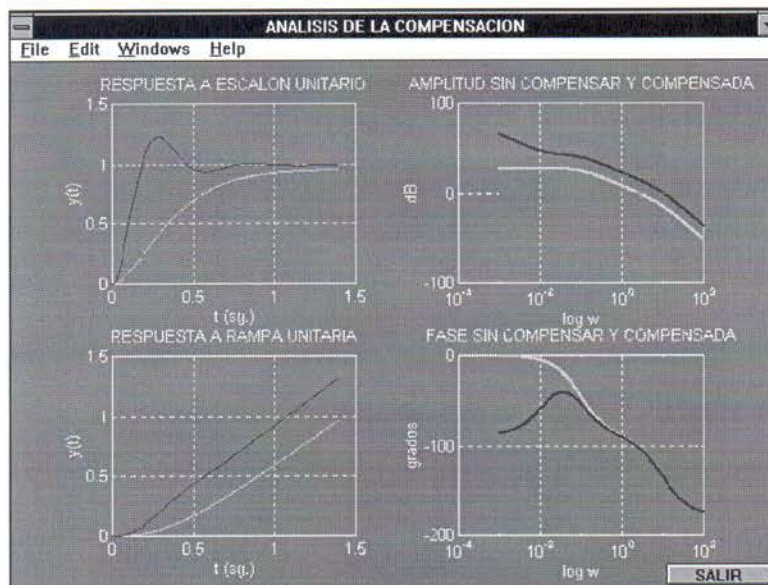


Figura 6: Ventana de análisis de la compensación.

4.- Conclusiones.

Los innumerables ejemplos de diseño que se han realizado en las fases de desarrollo y de documentación del proyecto nos confirman la gran utilidad práctica de este tipo de herramientas para fines docentes en la universidad e incluso en ambientes industriales. A pesar del gran trabajo realizado en el proyecto, la herramienta en su versión actual debe sufrir ciertas ampliaciones y mejoras, algunas de las cuales se enumeran a continuación.

- El proceso y el controlador sólo pueden venir descritos por sus funciones de transferencia. Una futura ampliación debería incluir representación en variables de estado para ambos. Además sería conveniente poder elegir el tipo de controlador y en ese caso el usuario introduciría los parámetros de control en lugar de su función de transferencia.
- Un diseño realizado se compara con el sistema sin compensar, pero no se compara con otros diseños realizados, se debería incorporar esta otra posibilidad.
- El usuario no tiene la capacidad de almacenar más de un sistema concreto (en la versión actual sólo es posible guardar una configuración, la última aceptada por el usuario) y los resultados asociados al mismo con un nombre que permita posteriormente recuperarlos a efectos de comparación con otros diseños o continuar con el mismo.
- La especificación de margen de ganancia sólo se utiliza en el caso de diseño automático para decidir sobre el controlador más adecuado y en general le sirve al usuario como una medida de estabilidad relativa del diseño realizado. En una futura versión se puede plantear el diseño por margen de ganancia, en ese caso la especificación de margen de fase jugaría el otro papel. El usuario tendría entonces opción a elegir el tipo de compensación.
- Las especificaciones de diseño que se refieren a estabilidad relativa, como son los márgenes de ganancia y de fase, se pueden sustituir o complementar con especificaciones sobre la respuesta temporal, como son el tiempo de

asentamiento y la máxima sobreelongación. El diseño analítico actual seguiría siendo válido, simplemente habría que establecer una correspondencia entre las especificaciones de respuesta temporal y las de respuesta en frecuencia.

5.- Bibliografía.

Dormido Canto, S. Proyecto de diseño y ajuste de controladores en el entorno Simulink. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, I.C.A.I., Mayo 1994.

Dorf, R. C. Sistemas modernos de control. Addison Wesley Iberoamericana, 1989.

Franklin, G.F., Powell, J.D. Digital Control of Dynamic Systems. Second Edition. Addison Wesley, 1990.

Franklin, G.F., Powell, J.D., Emami-Naeini, A. Control de sistemas dinámicos con retroalimentación. Addison-Wesley Iberoamericana, 1991.

Kuo, B.J. Automatic Control Systems. Prentice Hall, Sixth Edition, 1991.

Morilla, F. Colección de problemas sobre sistemas lineales: continuos, discretos, muestreados y representación en variables de estado. UNED, 1992.

Ogata, K. Ingeniería de control moderna. Prentice Hall, 1992.

Ogata, K. Discrete-time control systems. Mc Graw-Hill, 1987.

Phillips, C. L., Troy Nagle, H. Sistemas de control digital: Análisis y diseño. Ed. Gustavo Gili, 1987.

Shahian, B., Hassul, M. Computer-Aided Control Systems Design Using MATLAB. Prentice Hall, 1992.