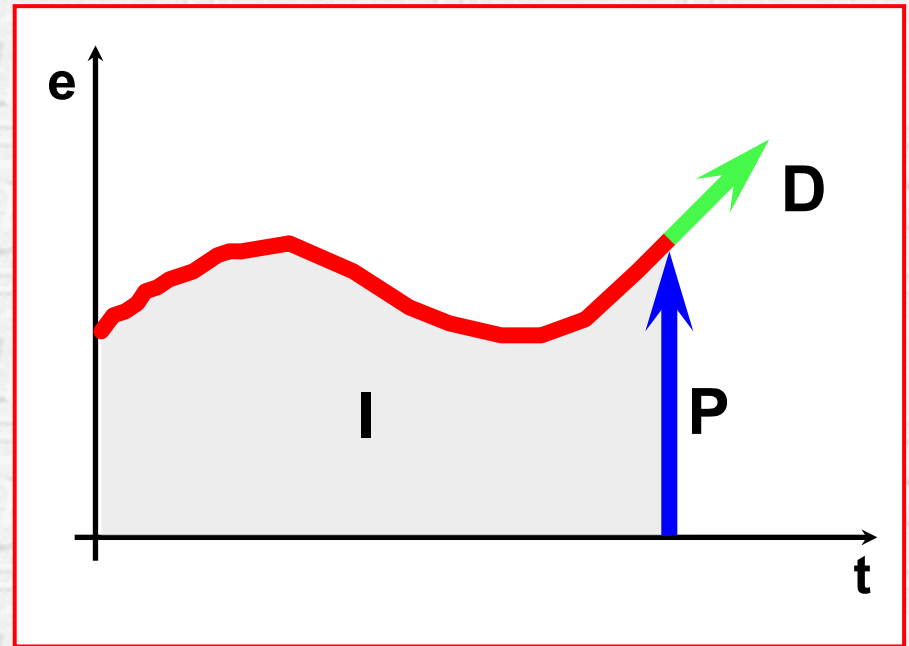


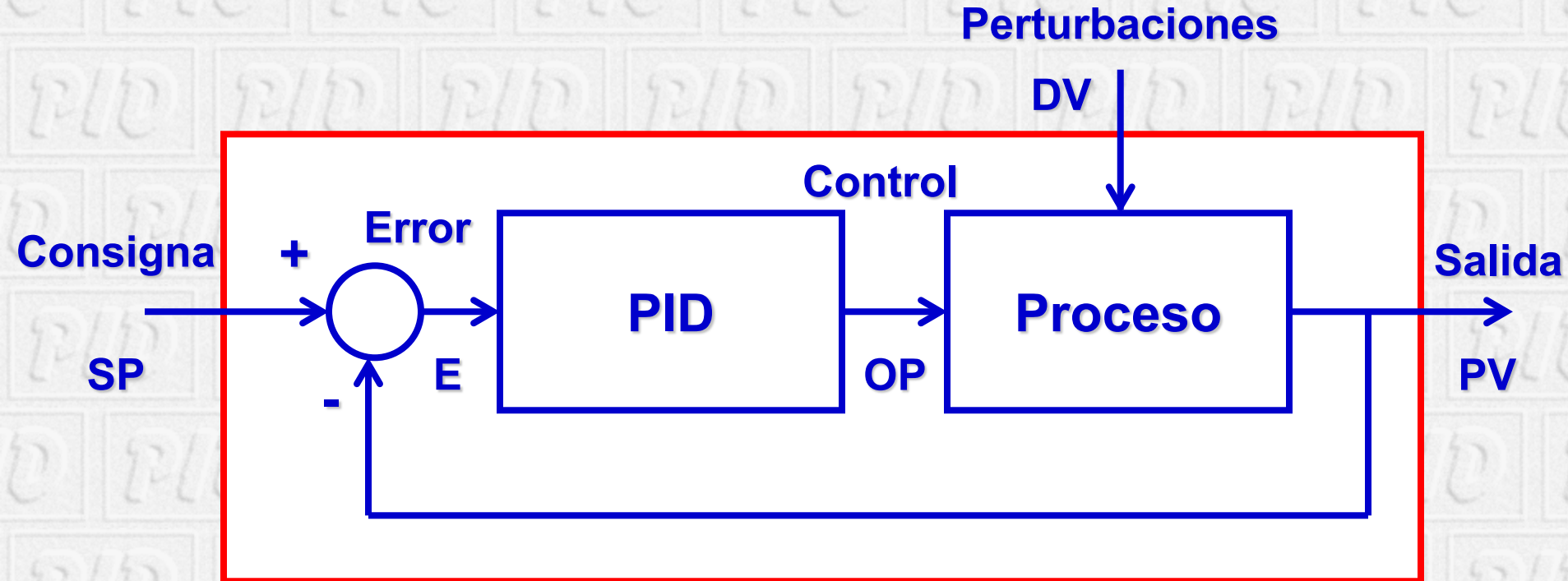
El controlador PID



Fernando Morilla García
Dpto. de Informática y Automática
ETSI de Informática, UNED

Sevilla 15 y 16 de mayo de 2012

Esquema básico

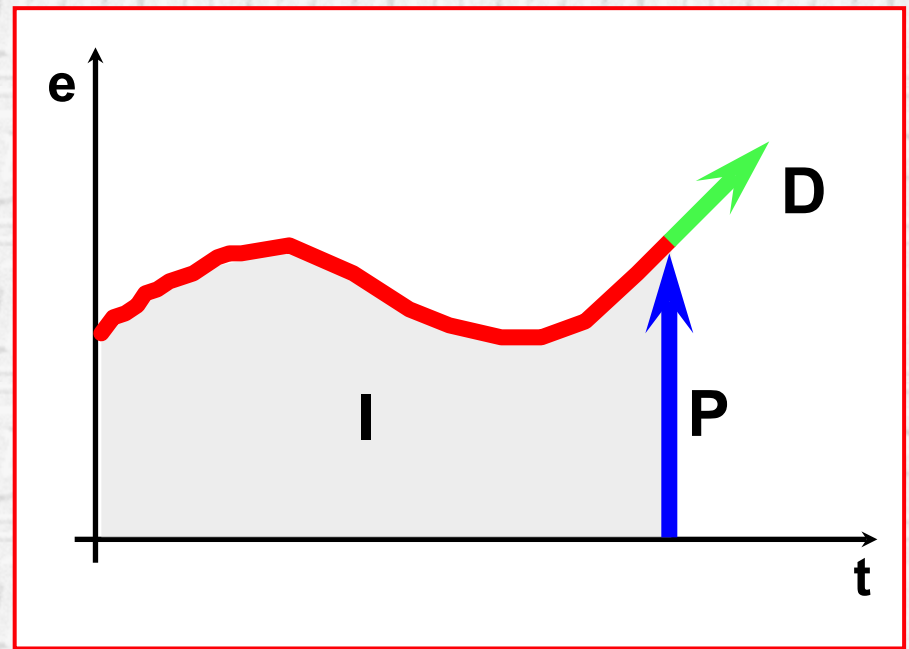


- Es suficiente para muchos problemas de control
- No es trivial ajustarlo para conseguir los mayores beneficios sobre el proceso

Algoritmo de control

El control PID combina las tres acciones:

- Proporcional (P)
- Integral (I)
- Derivativa (D)



Controlador PID continuo

$$u(t) = \underbrace{K_p e(t)}_P + \underbrace{\frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt}_I + \underbrace{K_p T_d \frac{de(t)}{dt}}_D$$

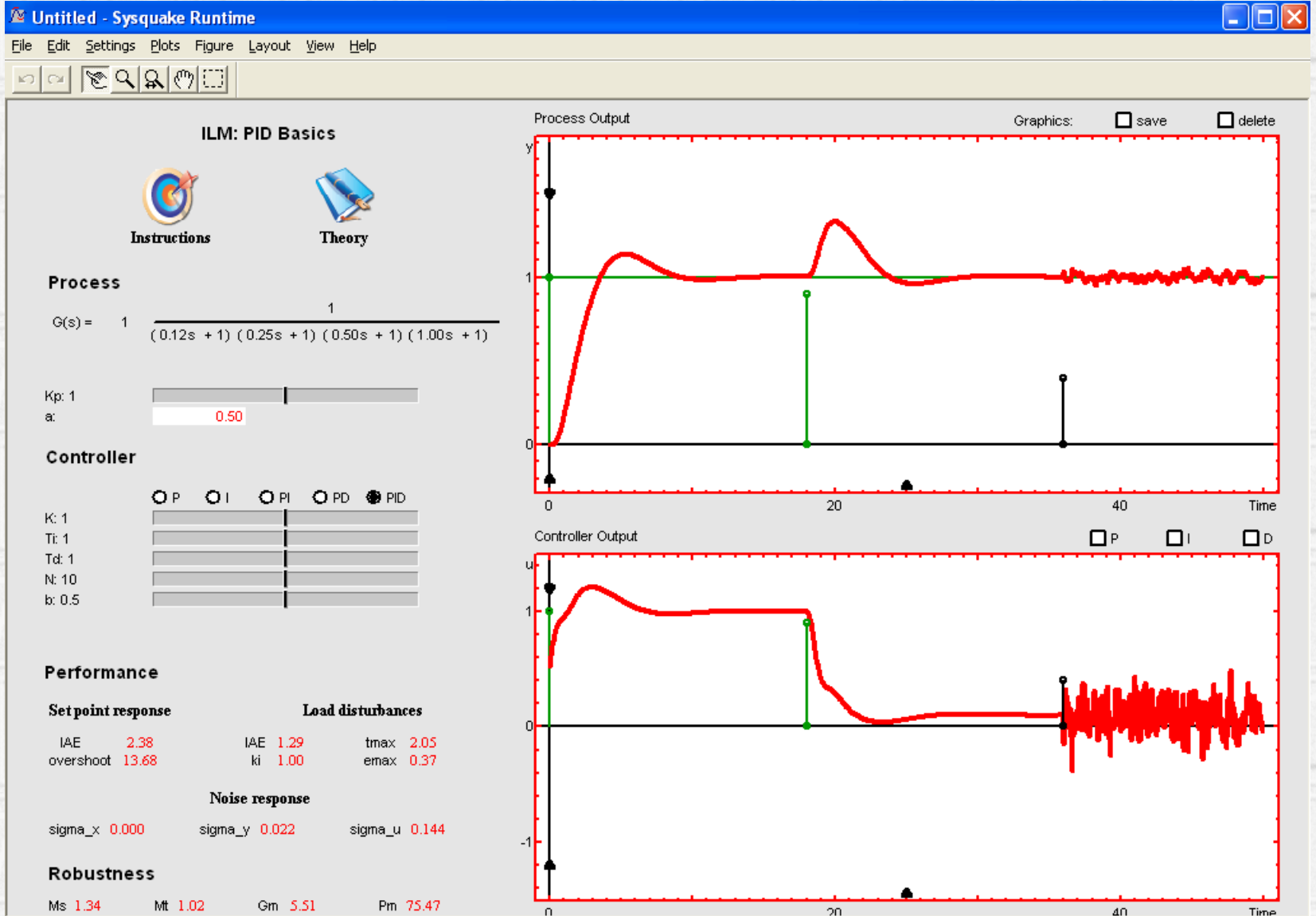
Selección del controlador

- Lazos de caudal o de presión (dinámicas rápidas, sin retardos y perturbaciones de alta frecuencia): PI
- Lazos de nivel (combinación de varias dinámicas, sin retardo y perturbaciones de media frecuencia): PI o PID
- Lazos de temperatura (dinámicas lentas, con o sin retardo y perturbaciones de baja frecuencia) : PI o PID
- Lazos de composición (predomina el retardo debido al analizador): PI, aunque se aconsejan otros tipos de controladores (predictor de Smith)
- Procesos integradores (procesos térmicos o ciertos lazos de nivel): PD o PID
- Control en cascada: PI o PID en el lazo primario, P o PD en el secundario

PIDBasics (1/2)

- **El primer módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project**
 - J.L. Guzmán (U. Almería), S. Dormido (UNED), K.J. Aström (Lund Institute, Sweden) y T. Häggglund
- **Complemento al libro “Advanced PID Control” de Aström y Häggglund, 2005**
- **Manual de usuario y ejecutable disponible en <http://aer.ual.es/ilm/>**
- **Desarrollado en Sysquake 3 (www.calerga.com)**

PIDBasics (2/2)

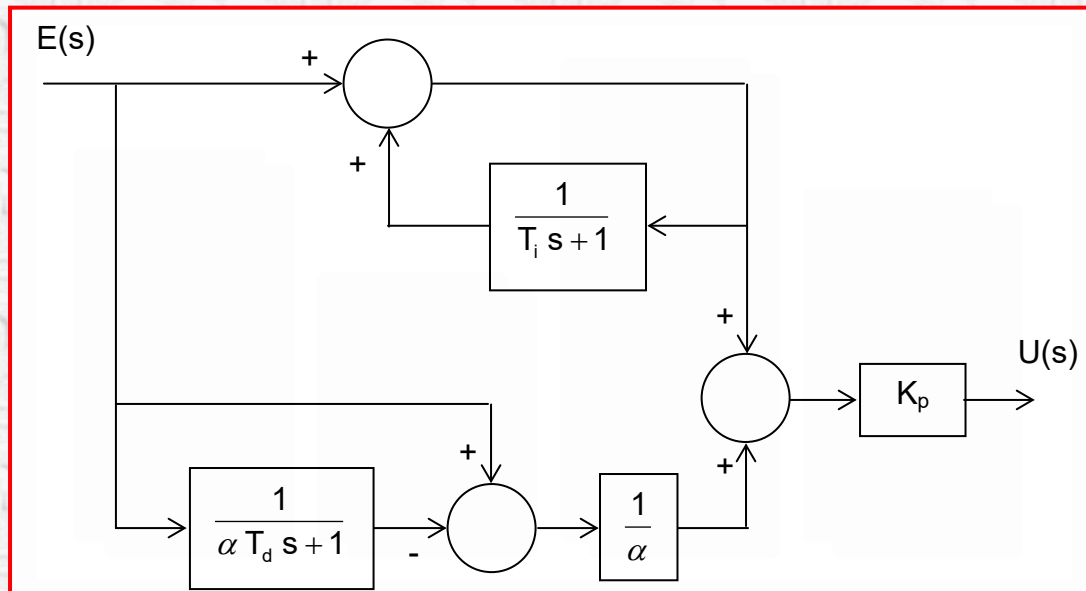


Filtro en la acción derivativa (1/2)

La función de transferencia PID anterior se conoce con el nombre de ideal, presenta ganancias muy elevadas a altas frecuencias. Para atenuar este problema, la acción derivativa ideal se filtra por un sistema de 1^{er} orden con cte de tiempo αT_d .

Controlador PID no interactivo

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \alpha T_d s} \right) E(s)$$



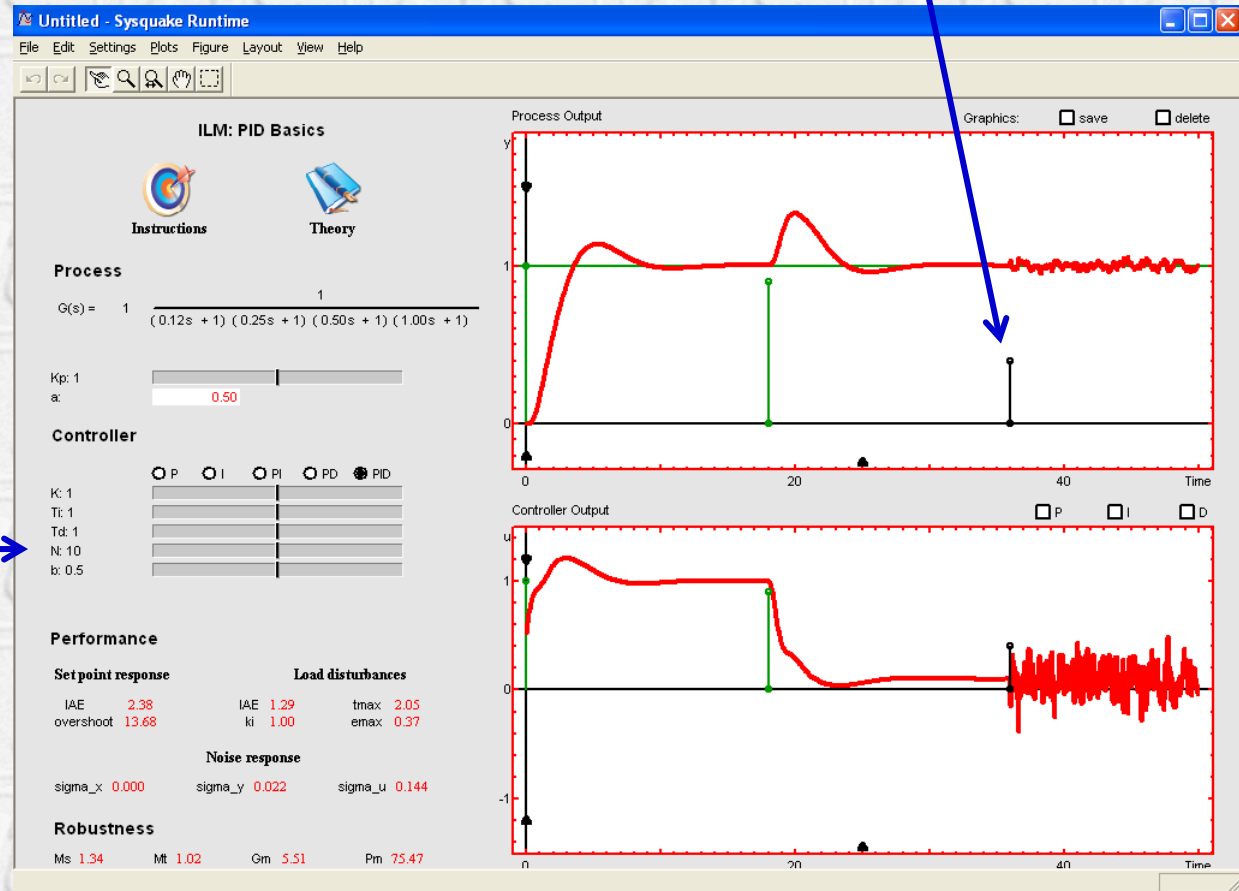
La nueva acción derivativa actuará como verdadera derivada solo a frecuencias bajas y su ganancia a altas frecuencias está limitada a K_p/α .

Filtro en la acción derivativa (2/2)

□ Ejemplo con PIDBasics

Amplitud del ruido

N: Inverso del factor (α) del filtro derivativo. Valores típicos entre 2 y 20.



Estructuras de control

□ Caso más general

$$u(t) = K_p \left(b r(t) - y(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{d(c r(t) - y(t))}{dt} \right)$$

PID (b=1, c=1)

PI-D (b=1, c=0)

I-PD (b=0, c=0)

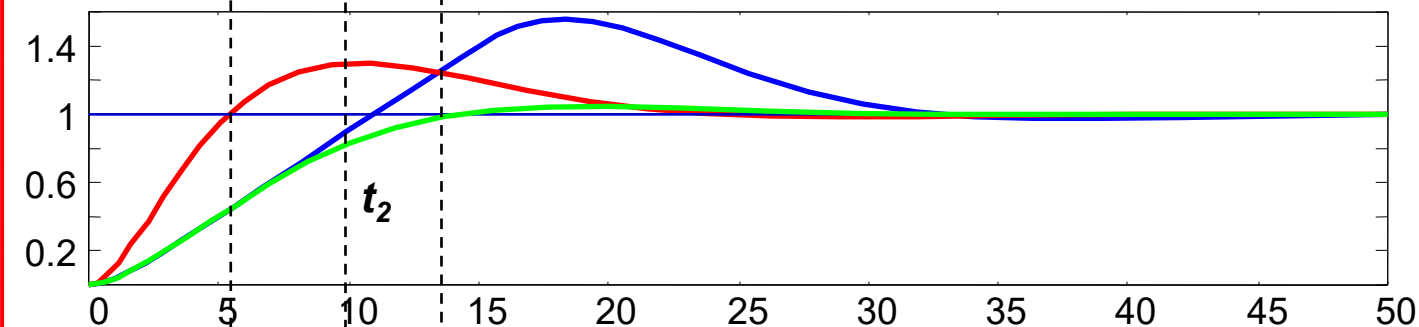
El parámetro $b \in [0 \ 1]$ está considerado como el 2º grado de libertad del controlador PID.

En PIDBasics se pueden probar las estructuras PI-D e I-PD y las situaciones intermedias variando el peso b.

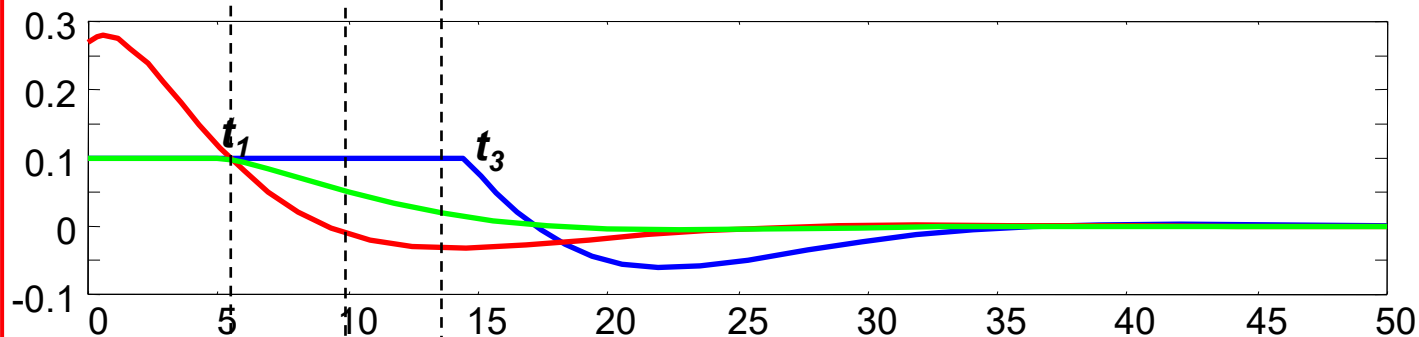
El problema del windup (3/6)

Situación ideal (-), real con windup (-) y real con antiwindup (-)

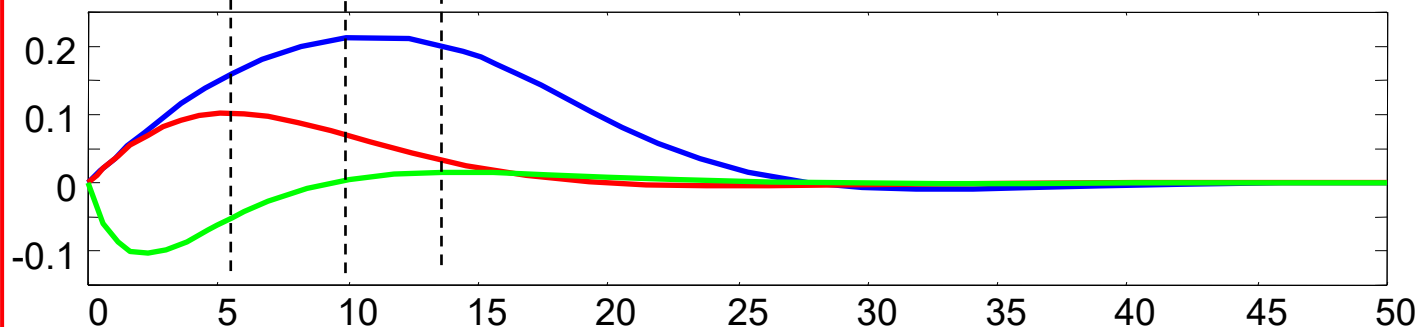
Salida del proceso



Señal de control

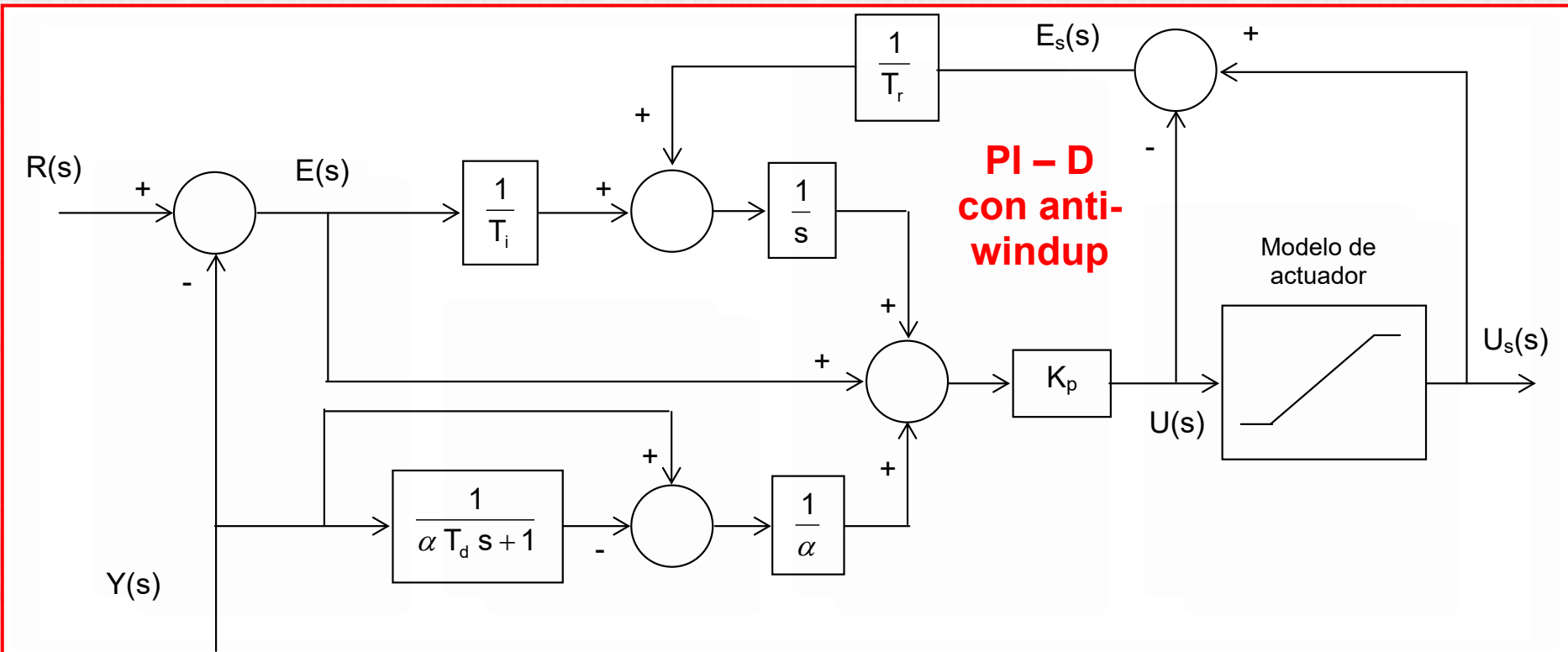


Acción integral



5 El problema del windup (4/6)

□ Antiwindup por seguimiento integral



Parámetro adicional : T_r Regla heurística : $T_r = 0.1 T_i$

PIDWindup

El segundo módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project



Controlador PID discreto

□ PID no interactivo discreto

- Basado en la aproximación trapezoidal de la integral = discretización mediante la transformación bilineal

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \frac{s}{\alpha T_d s + 1} \right) E(s)$$

$$U(z) = K_p + K_{pi} \frac{z+1}{z-1} + K_{pd} \frac{z-1}{z+c_d}$$

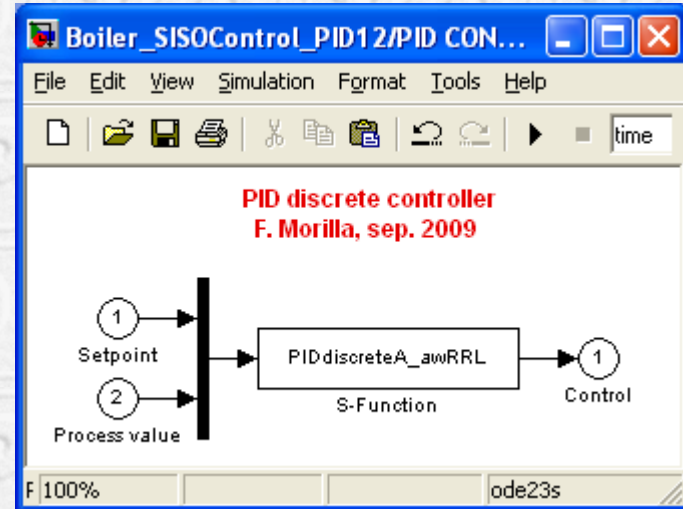
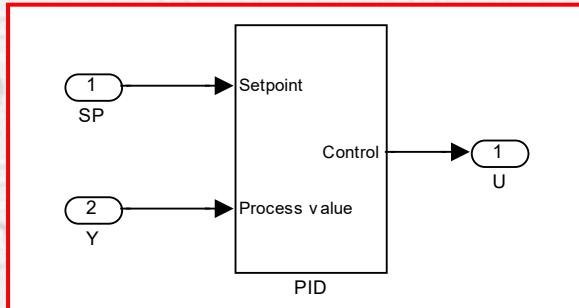
$$K_{pi} = K_p \frac{h}{2 T_i}$$

$$K_{pd} = K_p \frac{2 T_d}{h + 2 \alpha T_d}$$

$$c_d = \frac{h - 2 \alpha T_d}{h + 2 \alpha T_d}$$

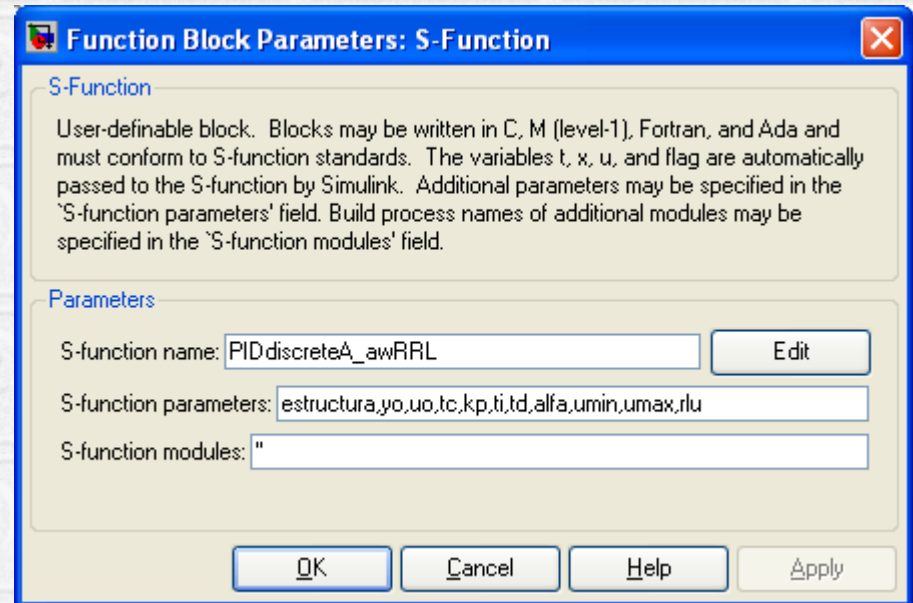
Es importante elegir adecuadamente el período de muestreo h

Bloque PID discreto

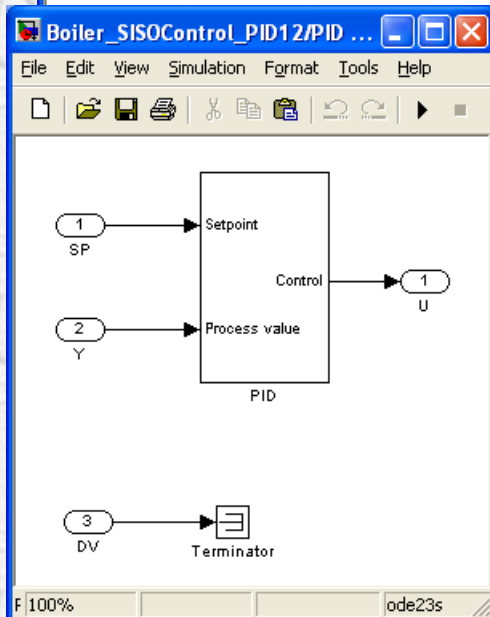
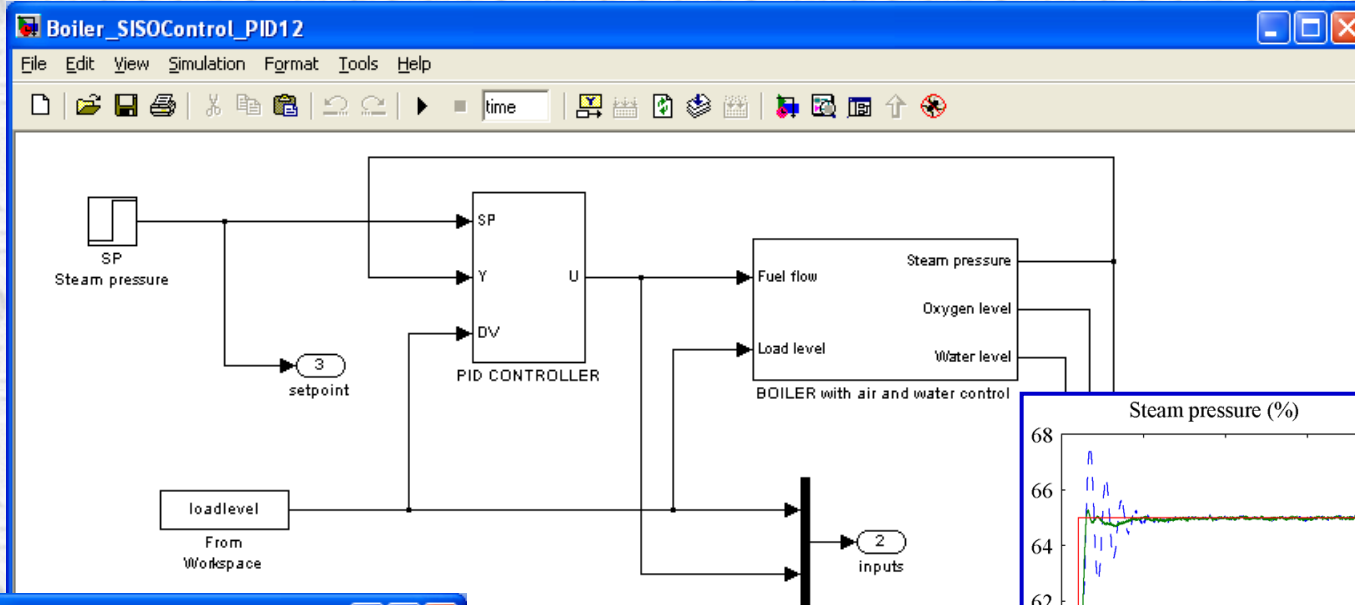


Parámetros:

- Estructura
- Valor inicial de la salida
- Valor inicial de la señal de control
- Periodo de control
- Ganancia proporcional
- Constante de tiempo integral
- Constante de tiempo derivativa
- Factor del filtro derivativo
- Valor mínimo de la señal de control
- Valor máximo de la señal de control
- Límite a la variación de la señal de control

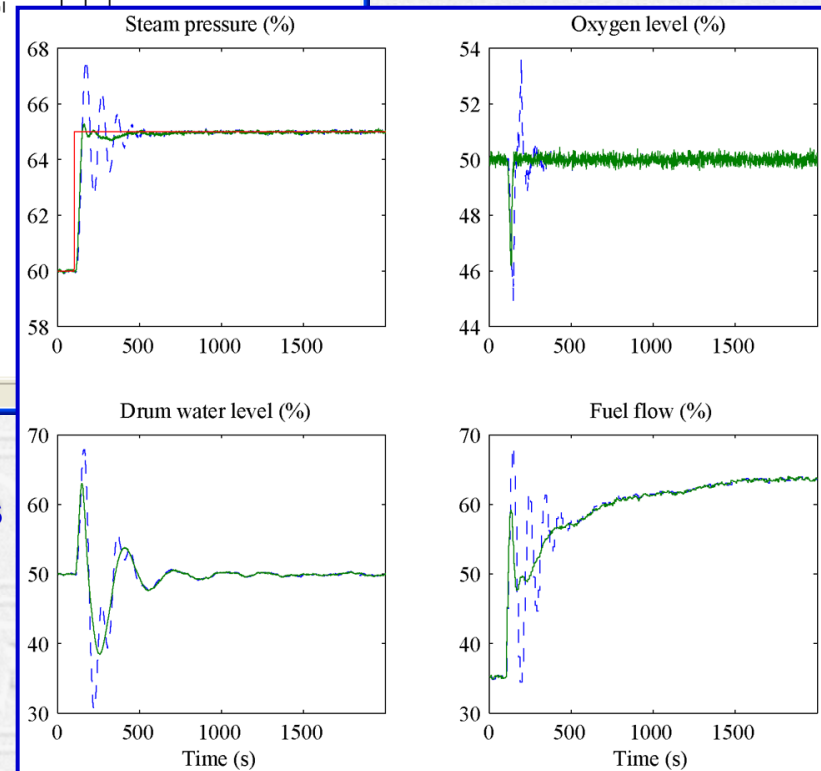


Ejemplo: Benchmark PID 2012



Benchmark SISO PID 2012 F. Morilla, July 2011

Resultados comparativos con el mismo controlador al modificar el periodo de control.



The Benchmark PID12 website

<http://www.dia.uned.es/~fmorilla/benchmarkPID2012/>



BENCHMARK PID 2012

Benchmark for PID control based on the Boiler Control Problem

(version: july 2011)

[F. Morilla](#)

Departamento de Informática y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática. UNED.
C/ Juan del Rosal 16, 28040-Madrid (Spain)
fmorilla@dia.uned.es

Follow these links to get the documentation of the Benchmark PID 2012. Last update: 29/07/2011

[BenchmarkPID2012.pdf](#)

The document where F. Morilla presents the MIMO and SISO Boiler Control Problems selected for the Benchmark PID 2012. The document gives details about the Boiler Model, with special mention to the open-loop boiling processes. Also describes how the testing and comparative evaluation of multivariable PID controllers or single loop PID controllers can be carried out. Several representative experiments are discussed.

[BenchmarkPID2012_files.pdf](#)

The document where F. Morilla makes a brief description of the Matlab & Simulink files provided in the Benchmark PID 2012. He also gives you some advices in order to take advantage of this benchmark.

[BenchmarkPID2012_programfiles.zip](#)

The zip file, containing the *.mdl, *.m, *.p, *.mat files provided by F. Morilla to approach the boiler control problem.

Please contact with fmorilla@dia.uned.es if you have any problem with these files or if you have any comment.

Reglas heurísticas de ajuste

□ Paso 1. Acción Proporcional

- Tiempo integral (TI), a su máximo valor
- Tiempo derivativo (TD), a su mínimo valor
- Empezando con ganancia baja se va aumentando hasta obtener las características de respuesta deseadas

□ Paso 2. Acción integral

- Reducir el TI hasta anular el error en estado estacionario, aunque la oscilación sea excesiva
- Disminuir ligeramente la ganancia
- Repetir hasta obtener las características de respuesta deseadas

□ Paso 3. Acción Derivativa

- Mantener ganancia y tiempo integral obtenidos anteriormente
- Aumentar el TD hasta obtener características similares pero con la respuesta más rápida
- Aumentar ligeramente la ganancia si fuera necesario

Ajuste empírico (experimental)

Especialmente orientado al mundo industrial

Debido a la gran dificultad para obtener una descripción analítica del proceso.

¿En qué consiste?

Paso 1: Estimación de características dinámicas del proceso.

- Lazo abierto
- Lazo cerrado

Paso 2: Cálculo de parámetros de control (**fórmulas de sintonía**).

¿Qué ventaja presenta?

Suele ser una **buena aproximación** a la solución del problema de ajuste (sintonía).

Ejemplo de fórmulas de sintonía

Ziegler y Nichols (1942)

Características del proceso:

(K_c, t_c) obtenidas de una experiencia de oscilación mantenida

(K, T_p, T_o) obtenidas de una experiencia en lazo abierto

Estable en lazo abierto

Criterio de sintonía:

Razón de amortiguamiento 1/4 para cambio en la carga

Características de las fórmulas:

Controladores: P, PI y PID (no interactivo)

Para PID; $T_D = T_p/4$

Importancia de las fórmulas:

Las primeras, las más conocidas, las más citadas

Han inspirado las de otros autores

Ejemplo de fórmulas de sintonía

Ziegler y Nichols (1942)

Controlador	Parámetros	Lazo cerrado	Lazo abierto
P	K_P	$0.5 K_c$	$\frac{T_p}{K T_o}$
PI	K_P	$0.45 K_c$	$0.9 \frac{T_p}{K T_o}$
	T_I	$\frac{t_c}{1.2}$	$\frac{T_o}{0.3}$
PID no interactivo	K_P	$0.6 K_c$	$1.2 \frac{T_p}{K T_o}$
	T_I	$\frac{t_c}{2}$	$2 T_o$
	T_D	$\frac{t_c}{8}$	$0.5 T_o$

Ejemplo de fórmulas de sintonía

Aström y Hägglund (2005): AMIGO

Características del proceso:

(K_c, t_c) obtenidas de una experiencia de oscilación mantenida

(K, T_p, T_o) obtenidas de una experiencia en lazo abierto

Estable en lazo abierto

Criterio de sintonía: a elección del usuario

Máximo de la función de sensibilidad ($M_s=1.4$), para garantizar

$\phi_m \geq 41^\circ$ y $A_m \geq 3.5$

Características de las fórmulas:

Controladores: PI, PID

Importancia de las fórmulas:

Las más ambiciosas, intentan reemplazar a las de ZN

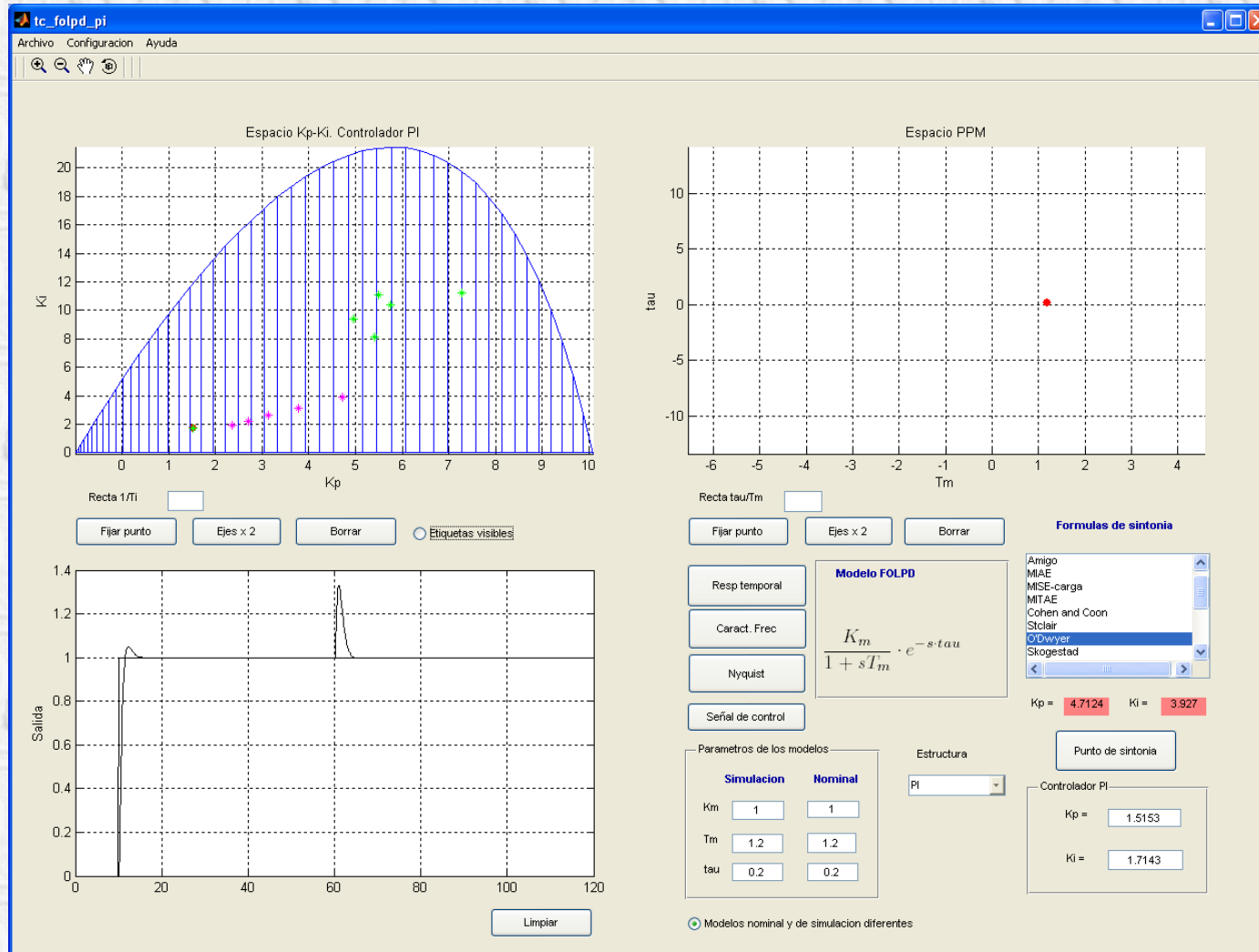
Ejemplo de fórmulas de sintonía

Aström y Hägglund (2005): AMIGO

Controlador	Parámetros	Lazo cerrado	Lazo abierto
PI	K_P	$\frac{0.16}{k_c}$	$\frac{0.15}{K} + \left(0.35 - \frac{T_o T_p}{(T_o + T_p)^2}\right) \frac{T_p}{K T_o}$
	T_I	$\frac{t_c}{1 + 4.5 \frac{k_c}{K}}$	$0.35 T_o + \frac{13 T_o T_p^2}{T_p^2 + 12 T_o T_p + 7 T_o^2}$
PID no interactivo	K_P	$\frac{0.3 - 0.1 \left(\frac{k_c}{K}\right)^4}{k_c}$	$\frac{1}{K} \left(0.20 + 0.45 \frac{T_p}{T_o}\right)$
	T_I	$\frac{0.6 t_c}{1 + 2 \frac{k_c}{K}}$	$\frac{0.4 T_o + 0.8 T_p}{T_o + 0.1 T_p} T_o$
	T_D	$\frac{0.15 \left(1 - \frac{k_c}{K}\right) t_c}{1 - 0.95 \frac{k_c}{K}}$	$\frac{0.5 T_o T_p}{0.3 T_o + T_p}$

TC_FOLPD_PI

- Herramienta interactiva para control PI de modelos de primer orden, estables e inestables, con retardo. (M. Ruz, F. Morilla, F. Vázquez, 2009)



Ajuste analítico

¿Qué se entiende por ajuste analítico?

Procedimiento sistemático para la determinación de los parámetros de control. (Ej. El ajuste por asignación de polos)

Particularizaciones de un método de diseño.

¿Qué características presentan?

Admiten un **modelo genérico** del proceso.

Ofrecen grados de libertad al usuario.

Se apoyan en herramientas de análisis y diseño clásicas.

Permiten alcanzar las especificaciones, sin necesidad de un posterior ajuste fino.

Ajuste en el dominio de la frecuencia

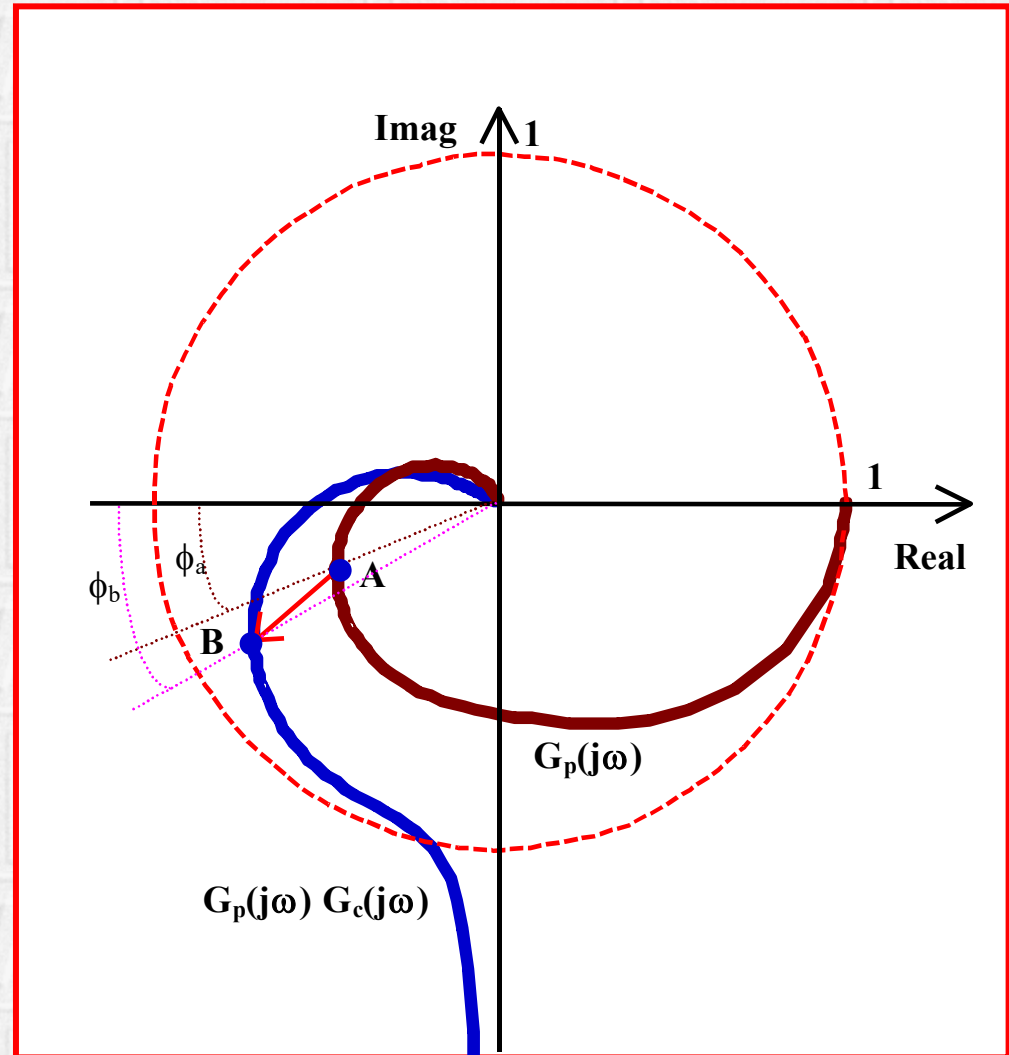
Es un ejemplo de Ajuste Analítico

Dados:

A (origen) y B (destino)

¿Qué parámetros de control permiten $A \rightarrow B$?

Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)

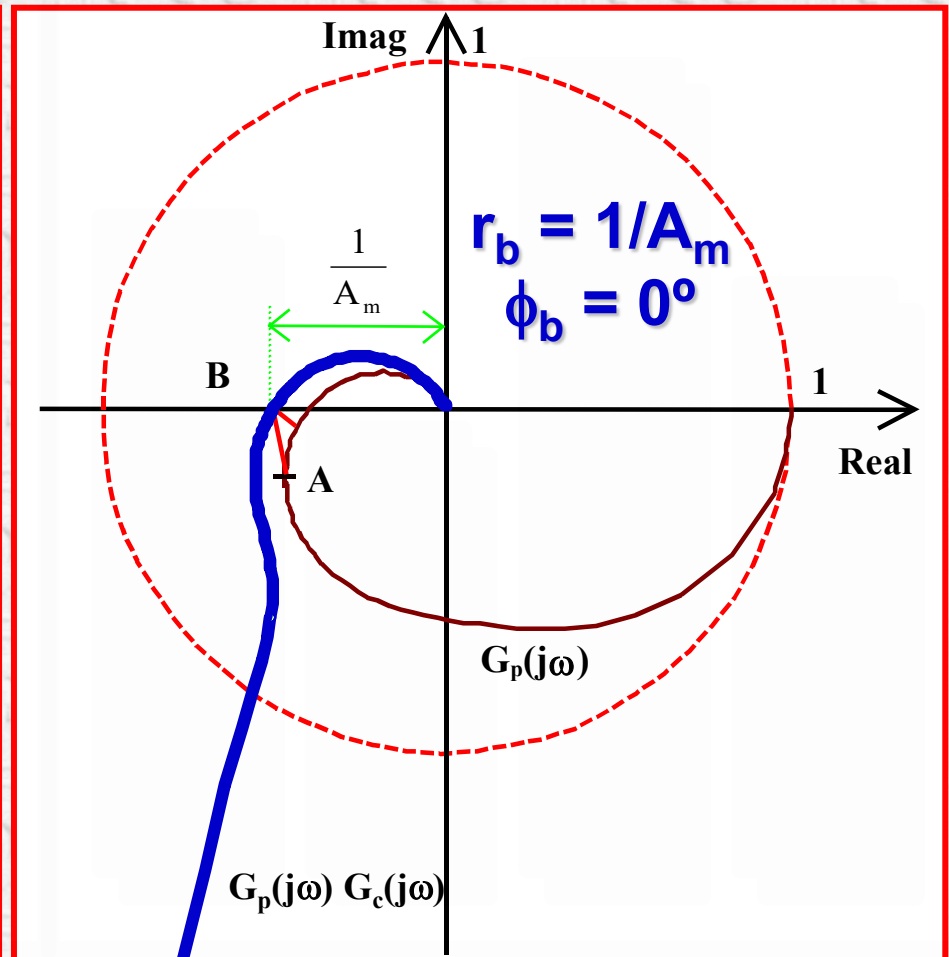
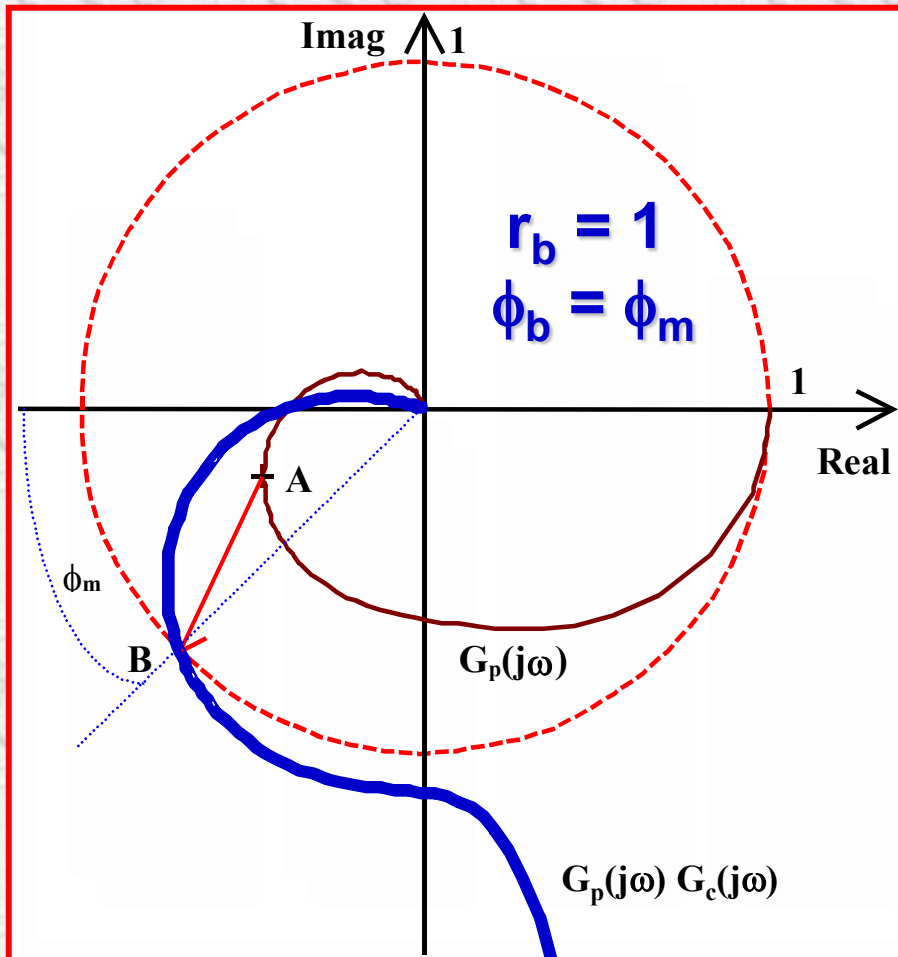


Ajuste en el dominio de la frecuencia

Incluye como casos particulares

Ajuste por margen de fase

Ajuste por margen de ganancia



Ajuste en el dominio de la frecuencia

Aström y Hägglund (1995)

Controladores PID no interactivos

$$G_C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Cálculo de parámetros

$$K_P = \frac{r_b \cos(\phi_b - \phi_a)}{r_a}$$

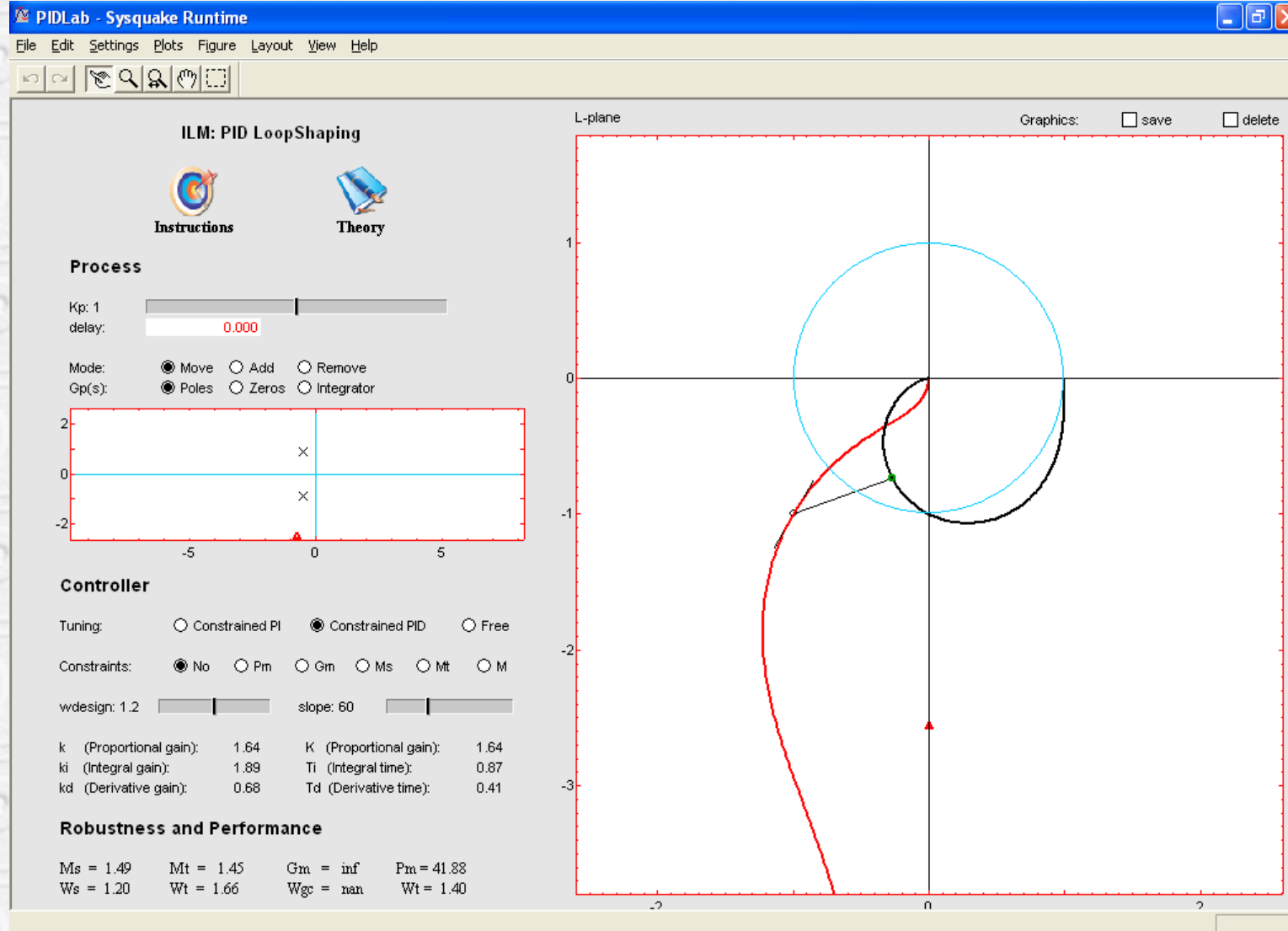
$$T_I = \frac{1}{2 \alpha \omega_a} \left(\operatorname{tg}(\phi_b - \phi_a) + \sqrt{4 \alpha + \operatorname{tg}^2(\phi_b - \phi_a)} \right)$$

$$T_D = \alpha T_I$$

La razón $\alpha = T_D/T_I$ constituye un parámetro de diseño

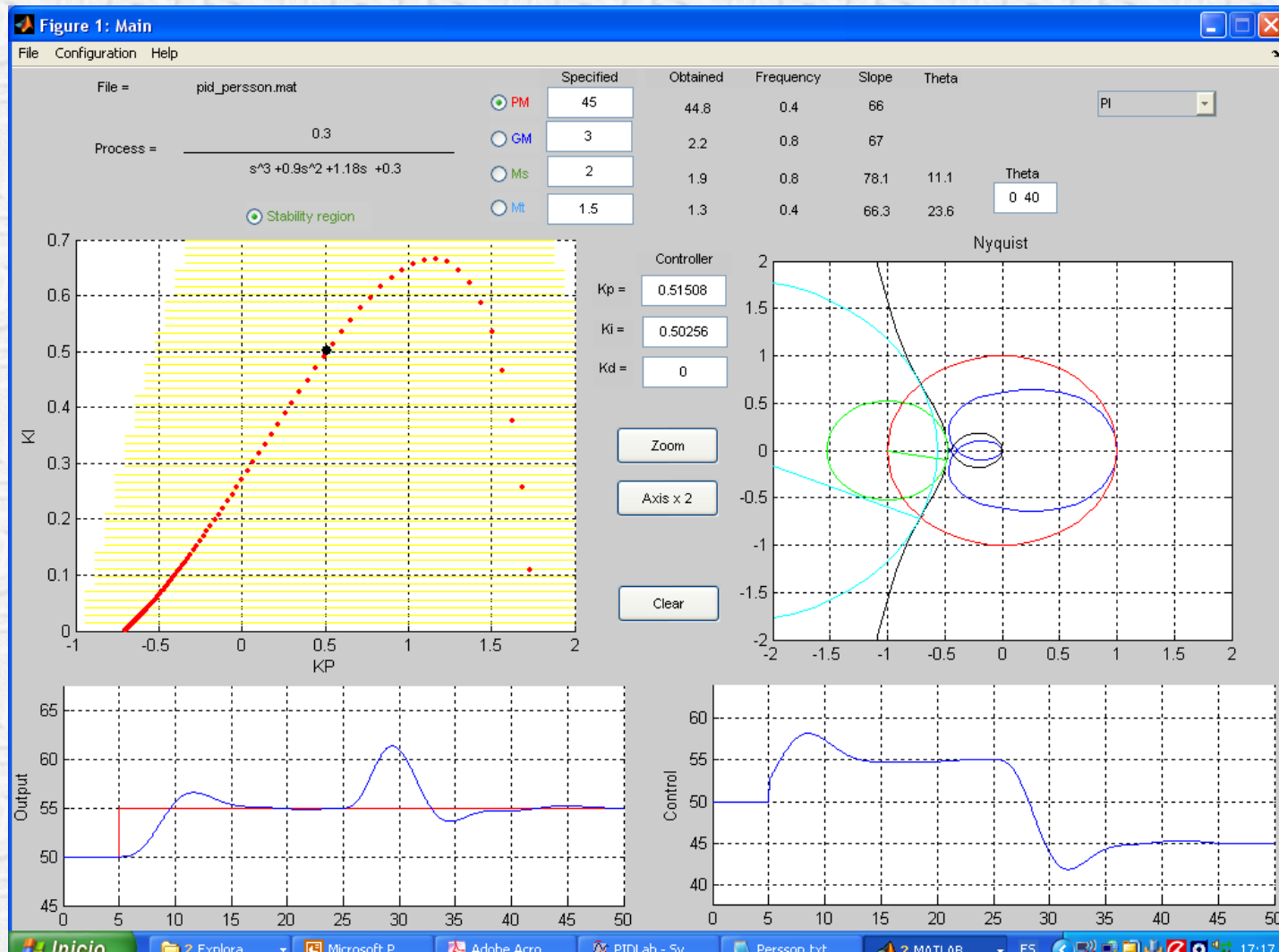
PIDLoopShaping (1/2)

El tercer módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project



PIDGUI

- Herramienta interactiva para diseño de controladores PID con garantías de estabilidad. (F. Morilla, F. Vázquez, R. Hernández, 2006)



Ajuste combinado por MF y MG

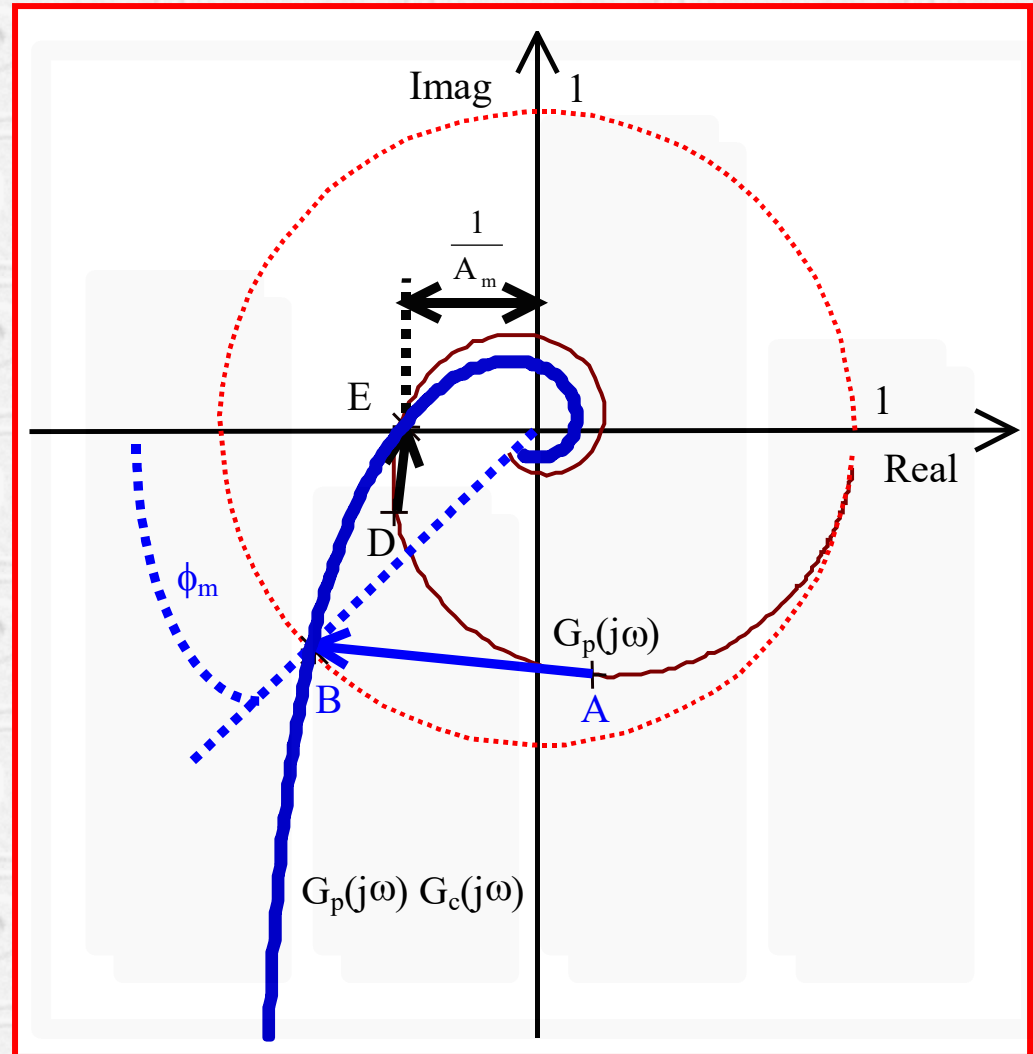
Dados:

A (origen) y B (destino) MF

D (origen) y E (destino) MG

¿Qué parámetros de control permiten simultáneamente $A \rightarrow B$ y $D \rightarrow E$?

Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)



Ajuste combinado por MF y MG

Ajuste combinado por margen de fase y margen de ganancia

Ventajas:

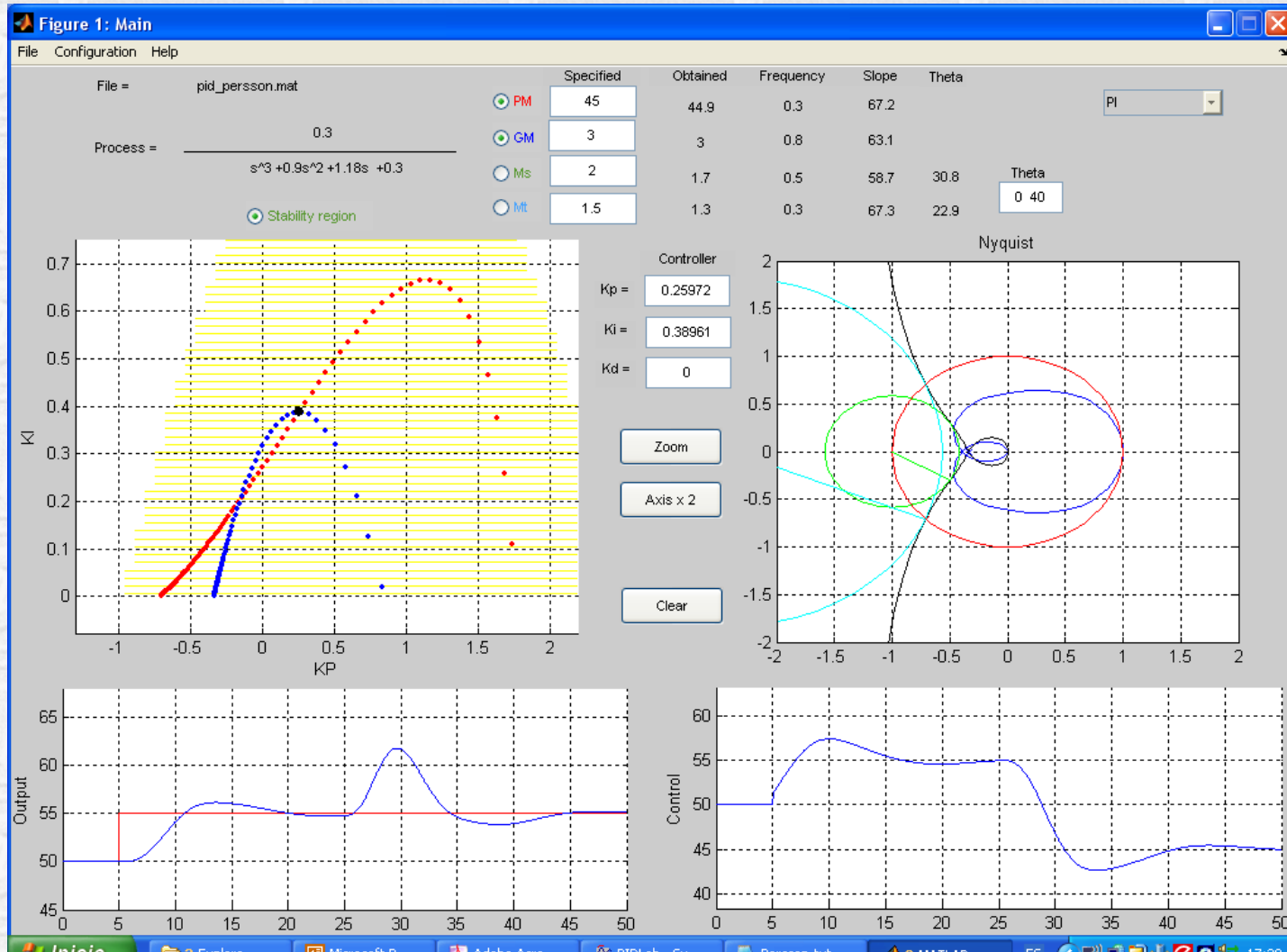
- **Garantiza estabilidad**
- **Desaparece el grado de libertad en frecuencia**
- **Permanece el grado de libertad en T_D/T_1**

Desventajas:

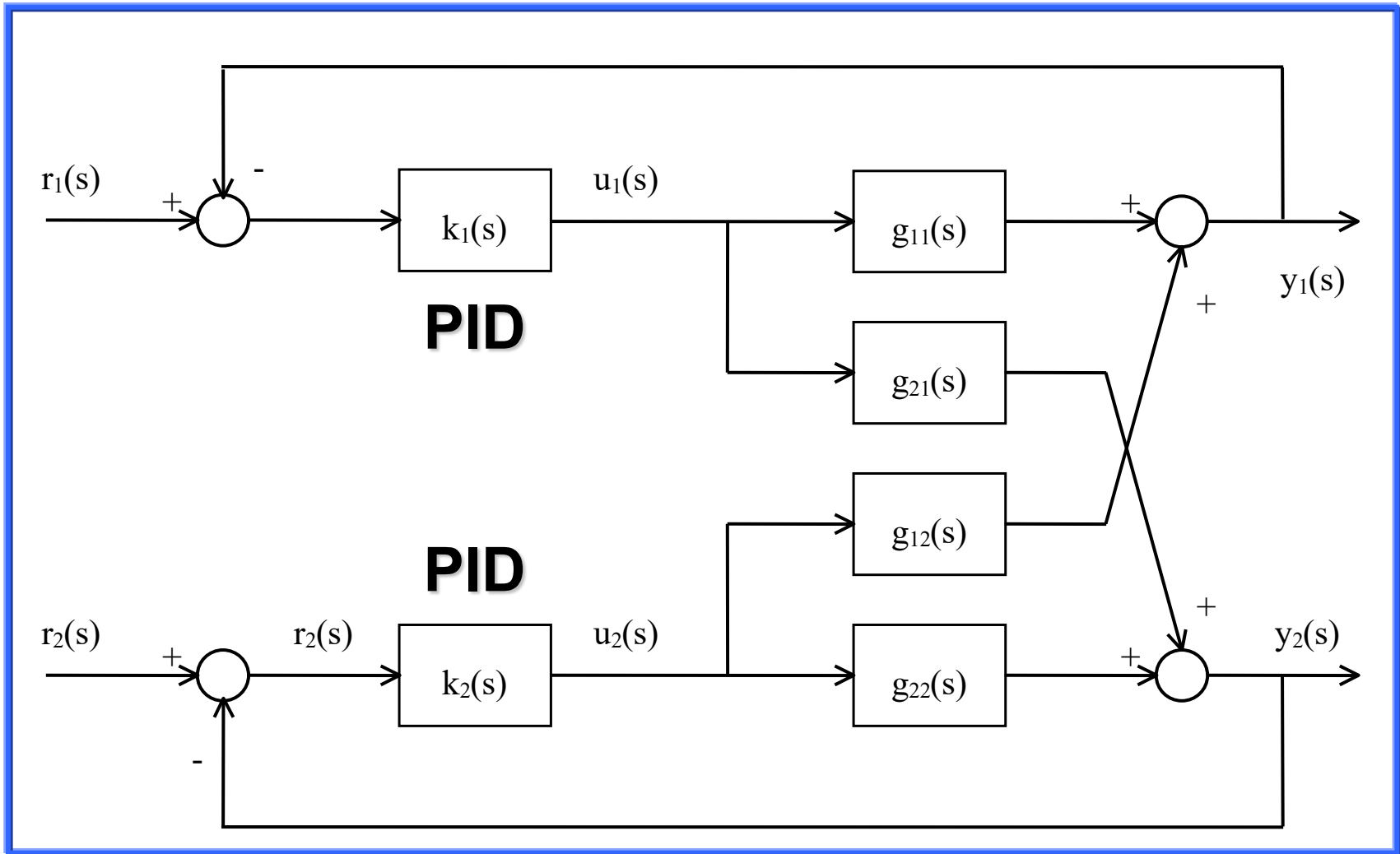
- **La solución puede no existir**
- **La solución no es inmediata (sist. de ecuaciones no lineales)**
- **Se recomienda recurrir a la solución gráfica**

Ajuste combinado por MF y MG

Ejemplo con PIDGUI

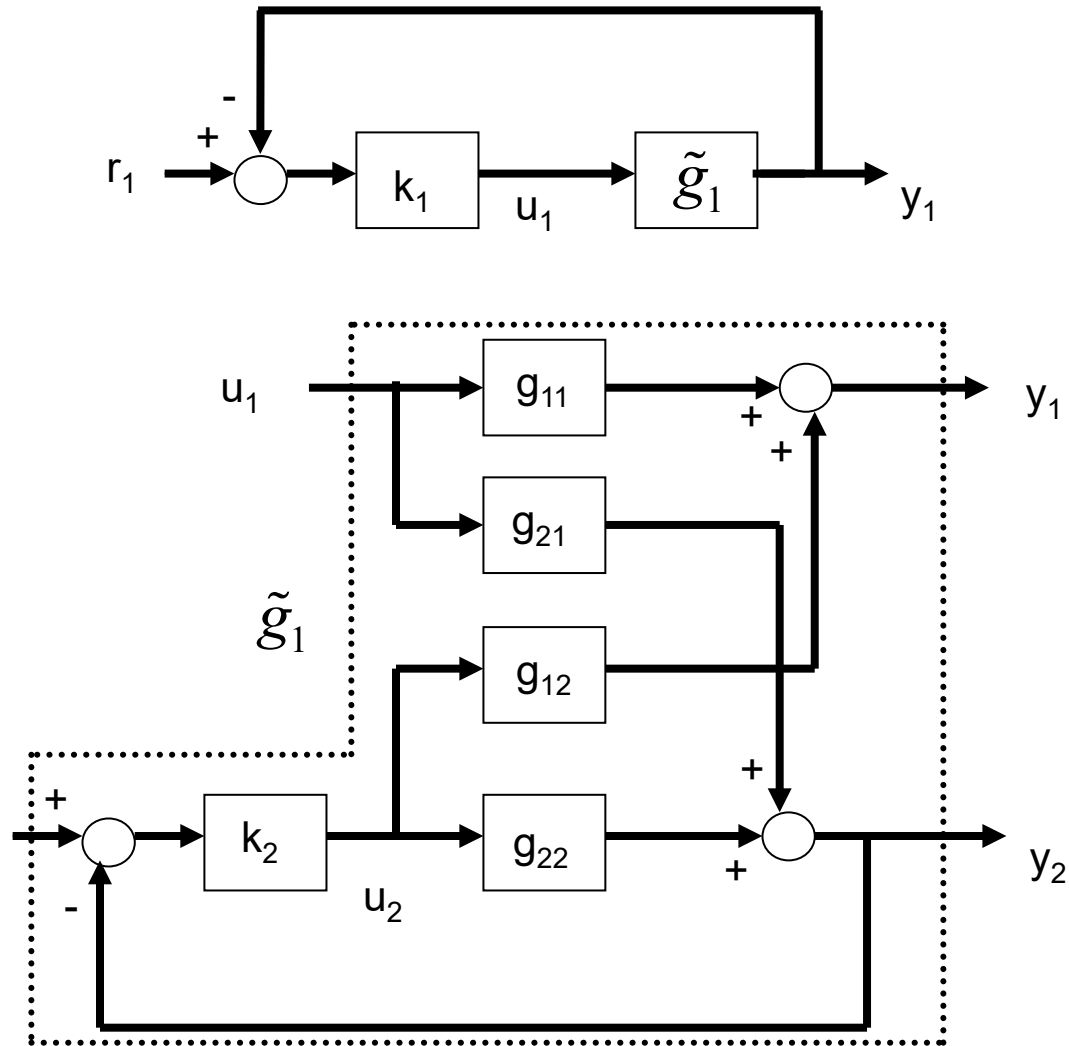


Control PID descentralizado de procesos 2x2

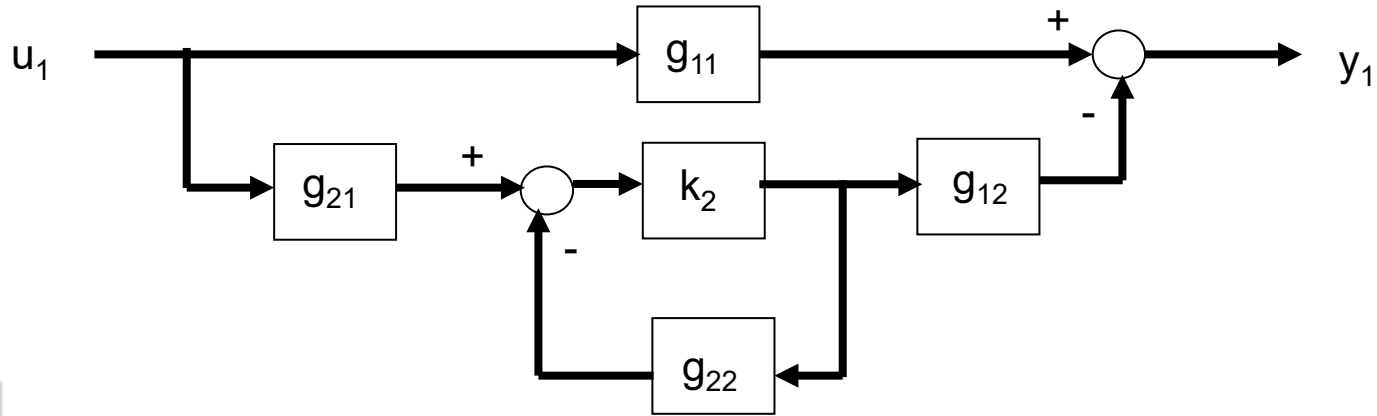


Propuesta de ajuste iterativa de F. Vázquez (2001)

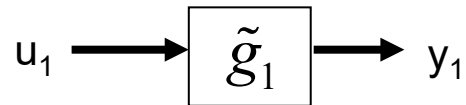
Lazo 1



Propuesta iterativa de F. Vázquez (2001)

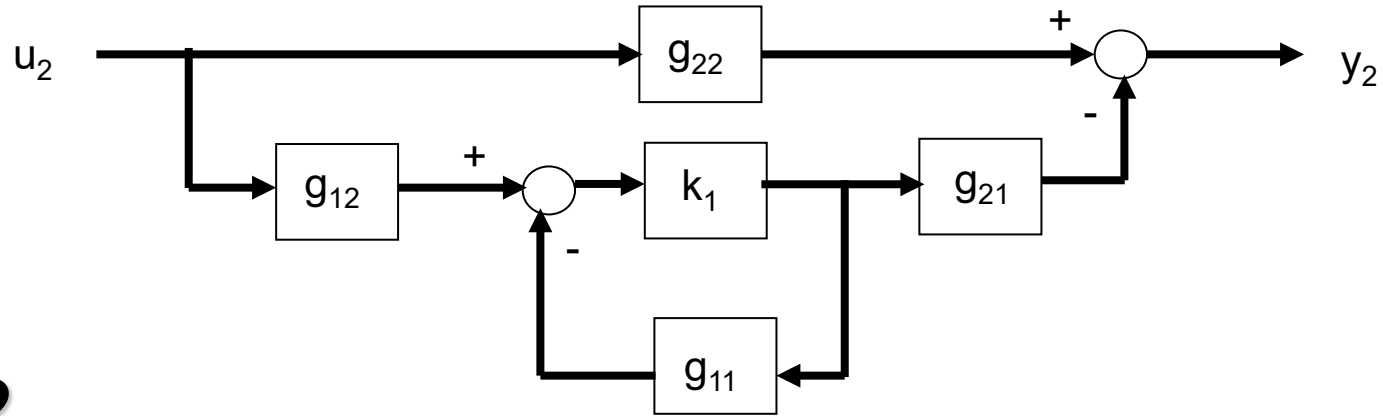


Lazo 1

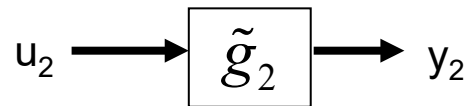


$$\tilde{g}_1(s) = g_{11}(s) + a_1(s) = g_{11}(s) - g_{21}(s) \frac{k_2(s)}{1 + k_2(s) g_{22}(s)} g_{12}(s)$$

Propuesta iterativa de F. Vázquez (2001)



Lazo 2

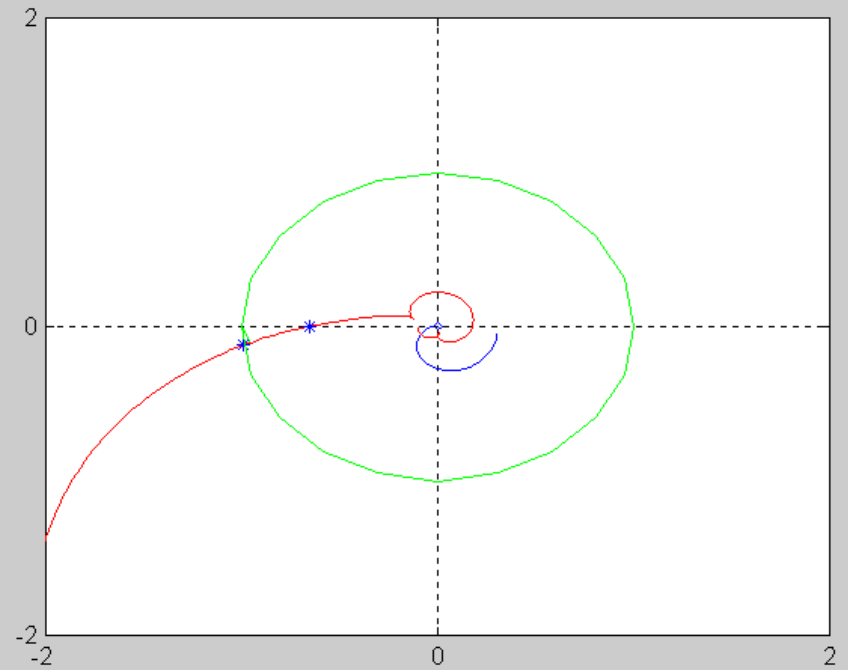
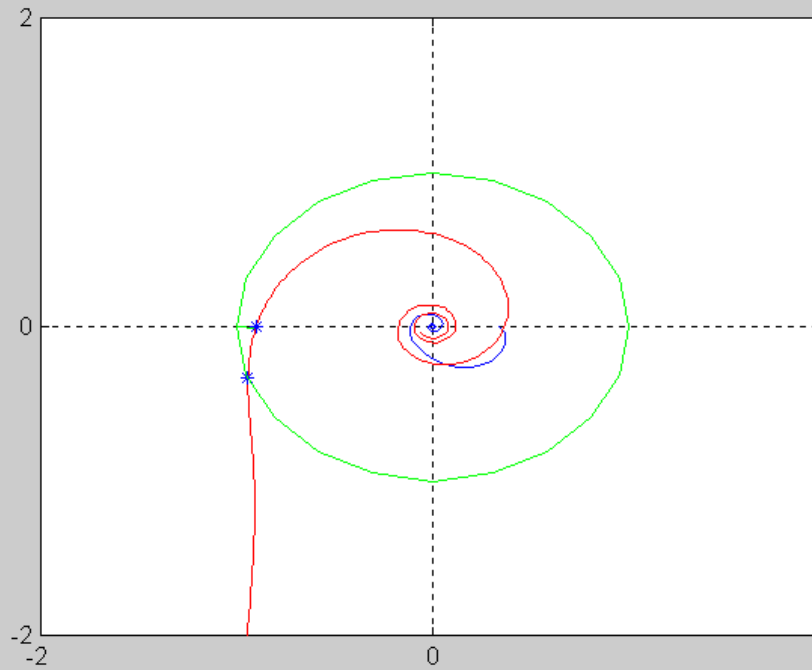


$$\tilde{g}_2(s) = g_{22}(s) + a_2(s) = g_{22}(s) - g_{12}(s) \frac{k_1(s)}{1 + k_1(s) g_{11}(s)} g_{21}(s)$$

Características de la propuesta

- **Es iterativa** pues cada vez que se ajusta un controlador hay que reajustar el otro.
- **En general no es posible aplicar cualquiera de los métodos de ajuste SISO** pues las dinámicas equivalentes no son funciones racionales.
- **Se ha optado por trabajar directamente con las respuestas en frecuencia y con las tres opciones siguientes (en ambos lazos):**
 - **Ajuste por MF**
 - **Ajuste por MG**
 - **Ajuste combinado por MF y MG**
- **Esta disponible en la herramienta TITO (simulación + análisis + sintonía) (F. Morilla, F. Vázquez, J. Garrido, 2008)**

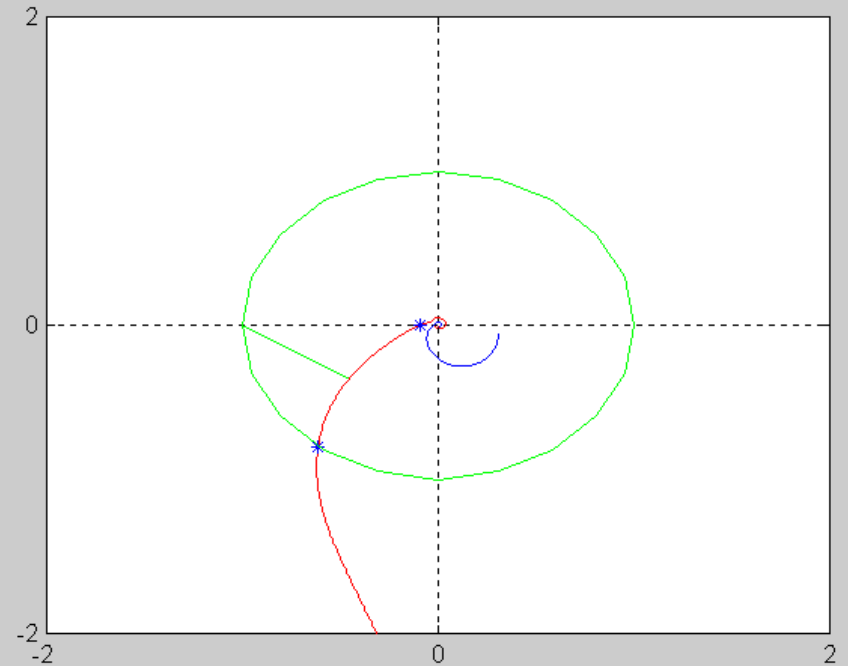
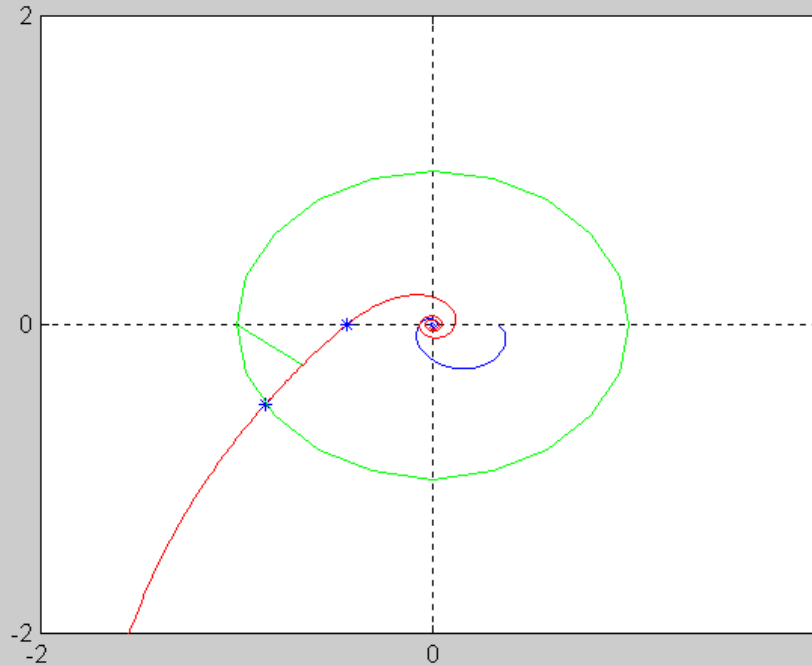
Ejemplo de ajuste por margen de fase



Iteración 1

Especificaciones: MF1=45° MF2 = 60°

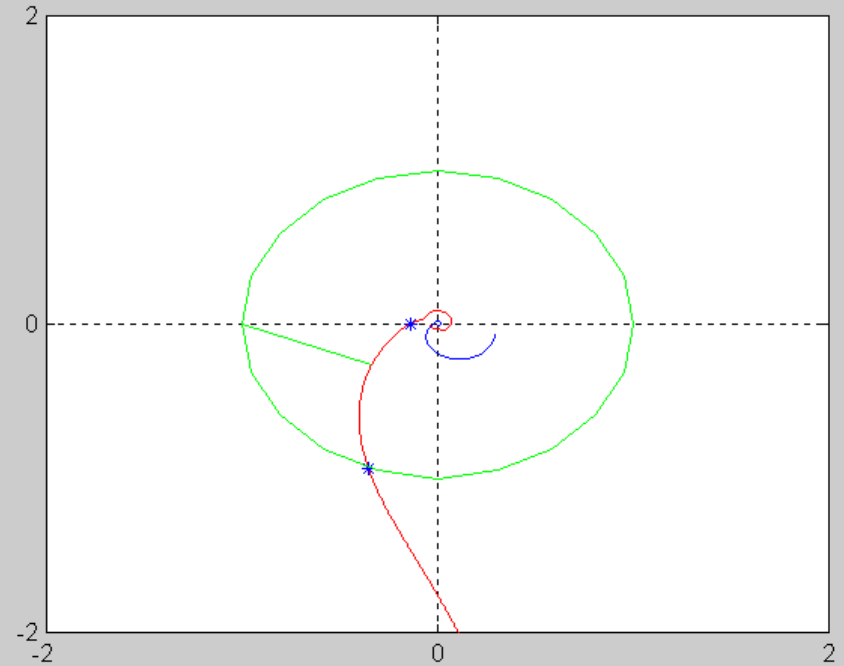
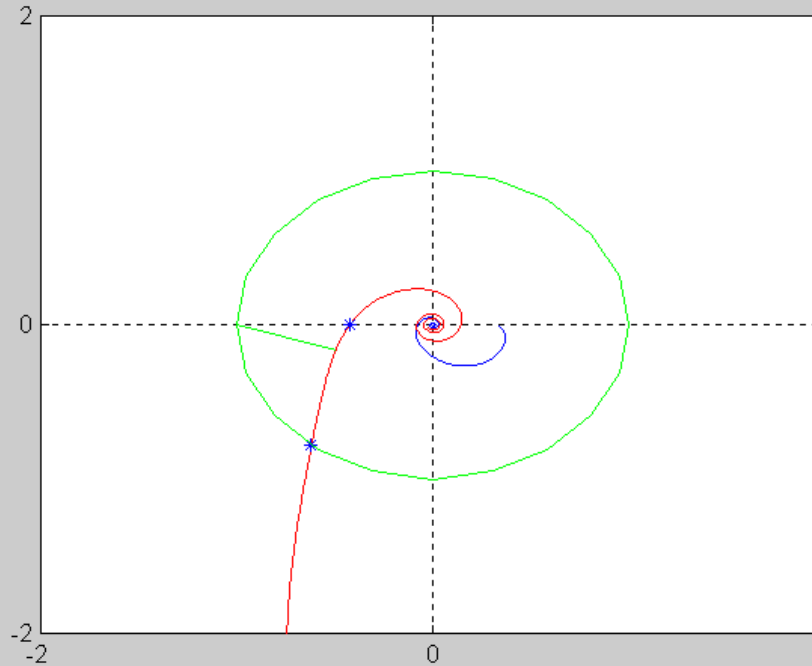
Ejemplo de ajuste por margen de fase



Iteración 2

Especificaciones: MF1=45° MF2 = 60°

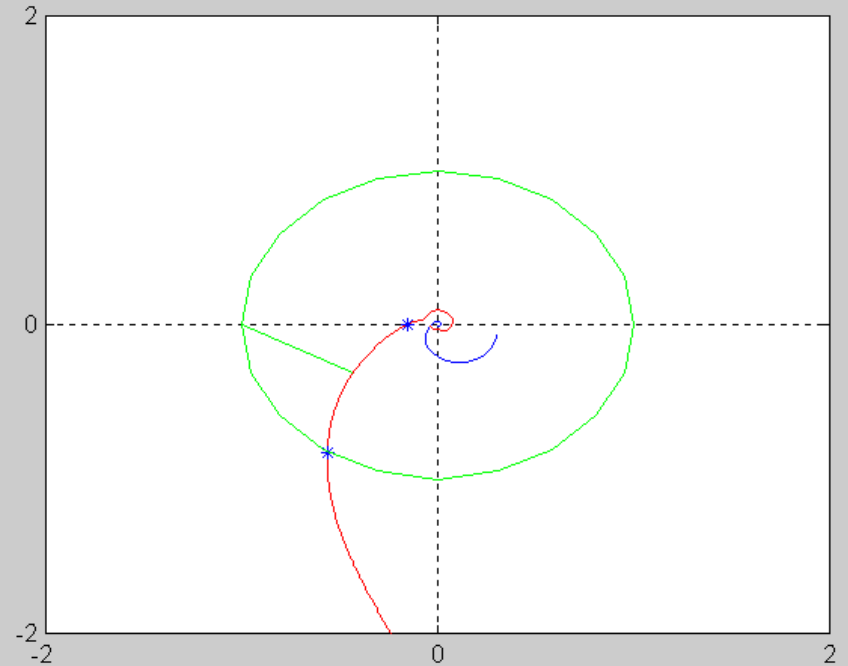
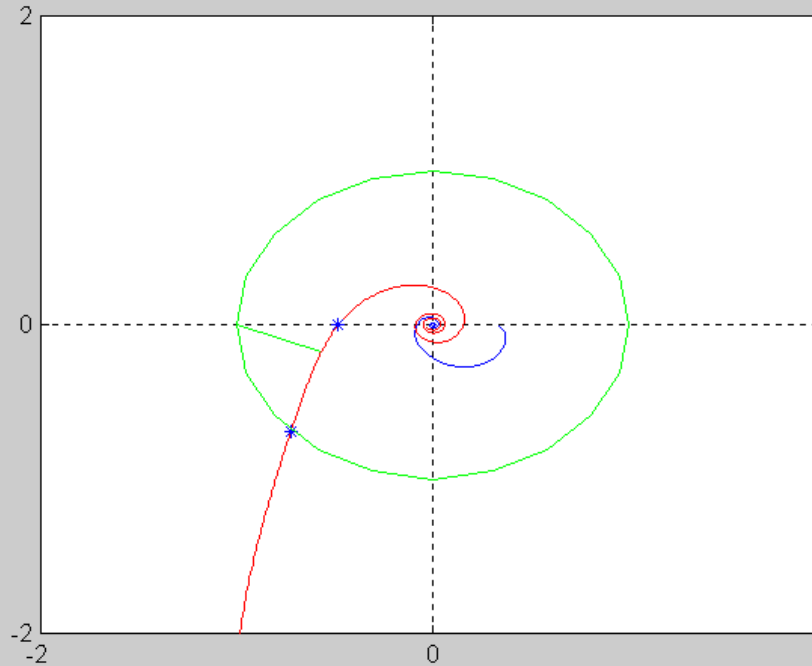
Ejemplo de ajuste por margen de fase



Iteración 3

Especificaciones: MF1=45° MF2 = 60°

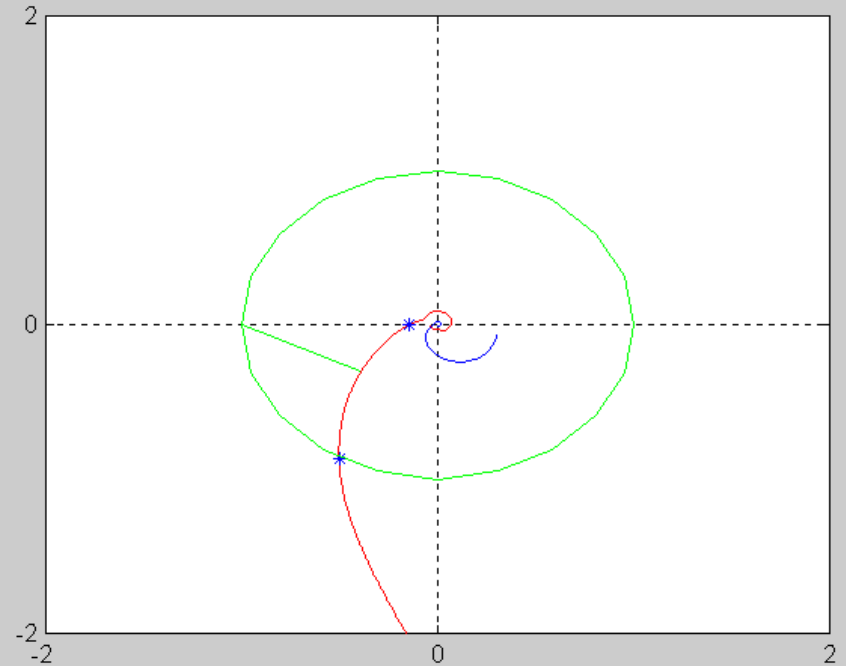
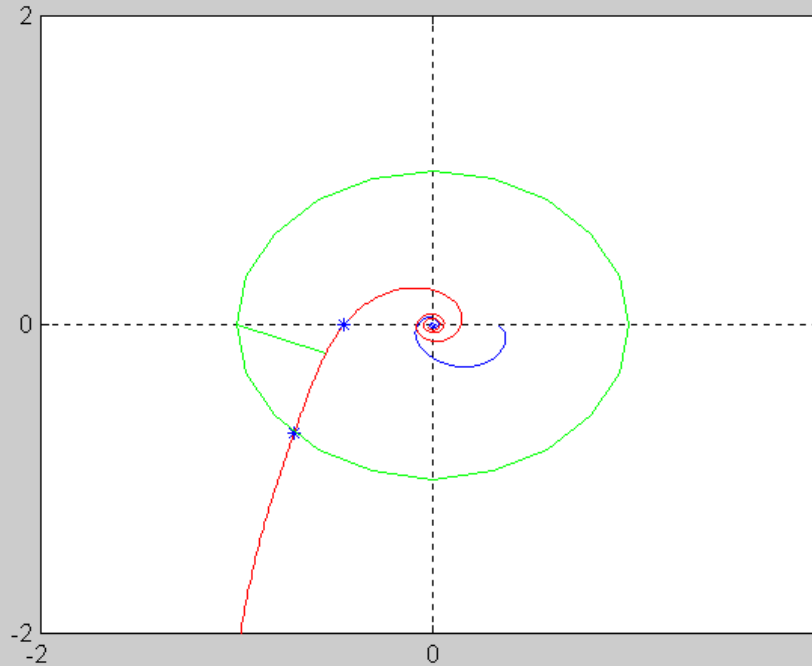
Ejemplo de ajuste por margen de fase



Iteración 4

Especificaciones: MF1=45° MF2 = 60°

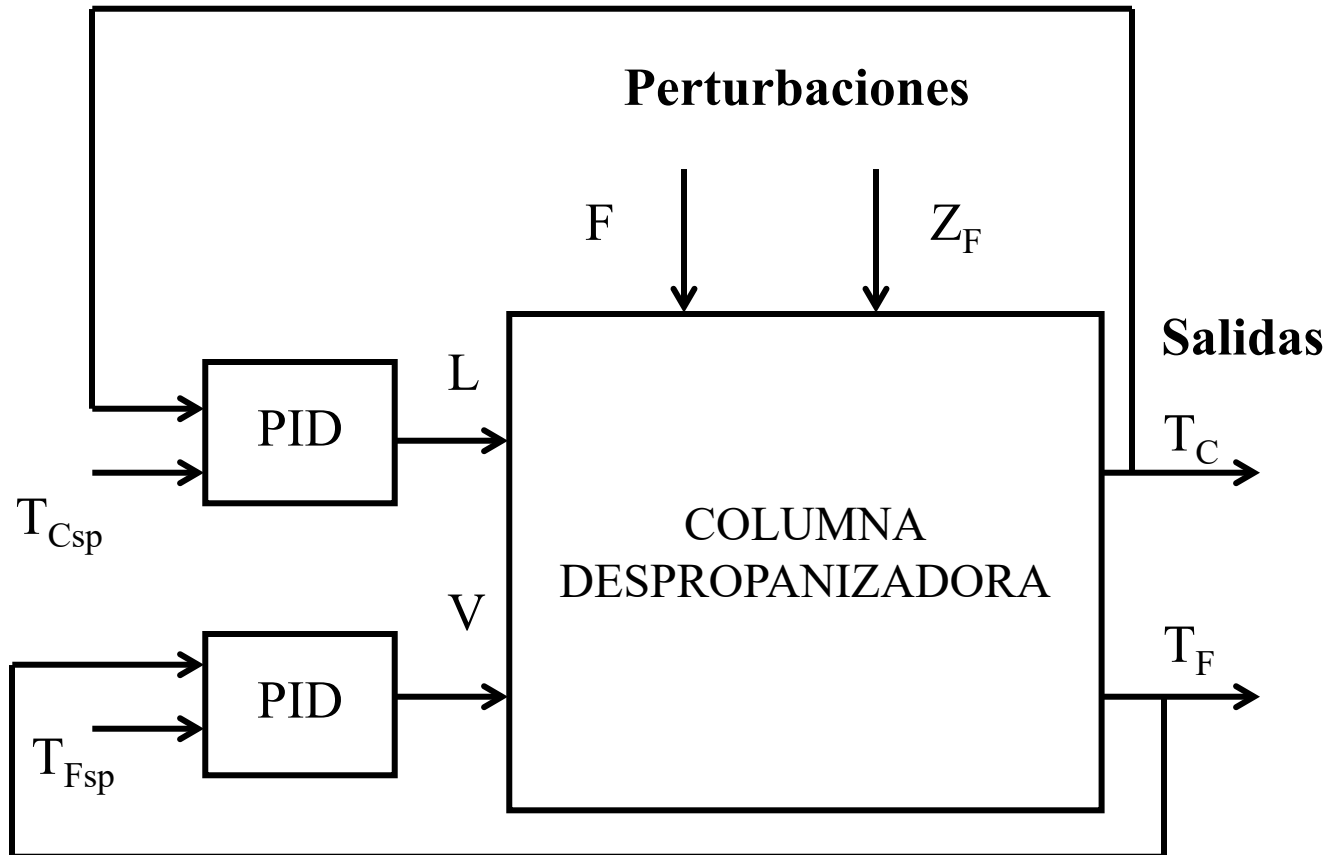
Ejemplo de ajuste por margen de fase



Iteración 5

Especificaciones: MF1=45° MF2 = 60°

Control descentralizado de la columna despropanizadora

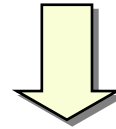


Control descentralizado de la columna despropanizadora

2 manipuladas: caudal de reflujo, caudal de vapor

2 controladas:
temperatura en cabeza
y en fondo

$$G(s) = \begin{pmatrix} -\frac{2.6}{(23.7s+1)(11.8s+1)} & \frac{1}{(17.9s+1)^2} \\ -\frac{0.57}{(19.7s+1)(9.3s+1)} & \frac{2}{(24.3s+1)(8.1s+1)} \end{pmatrix}$$

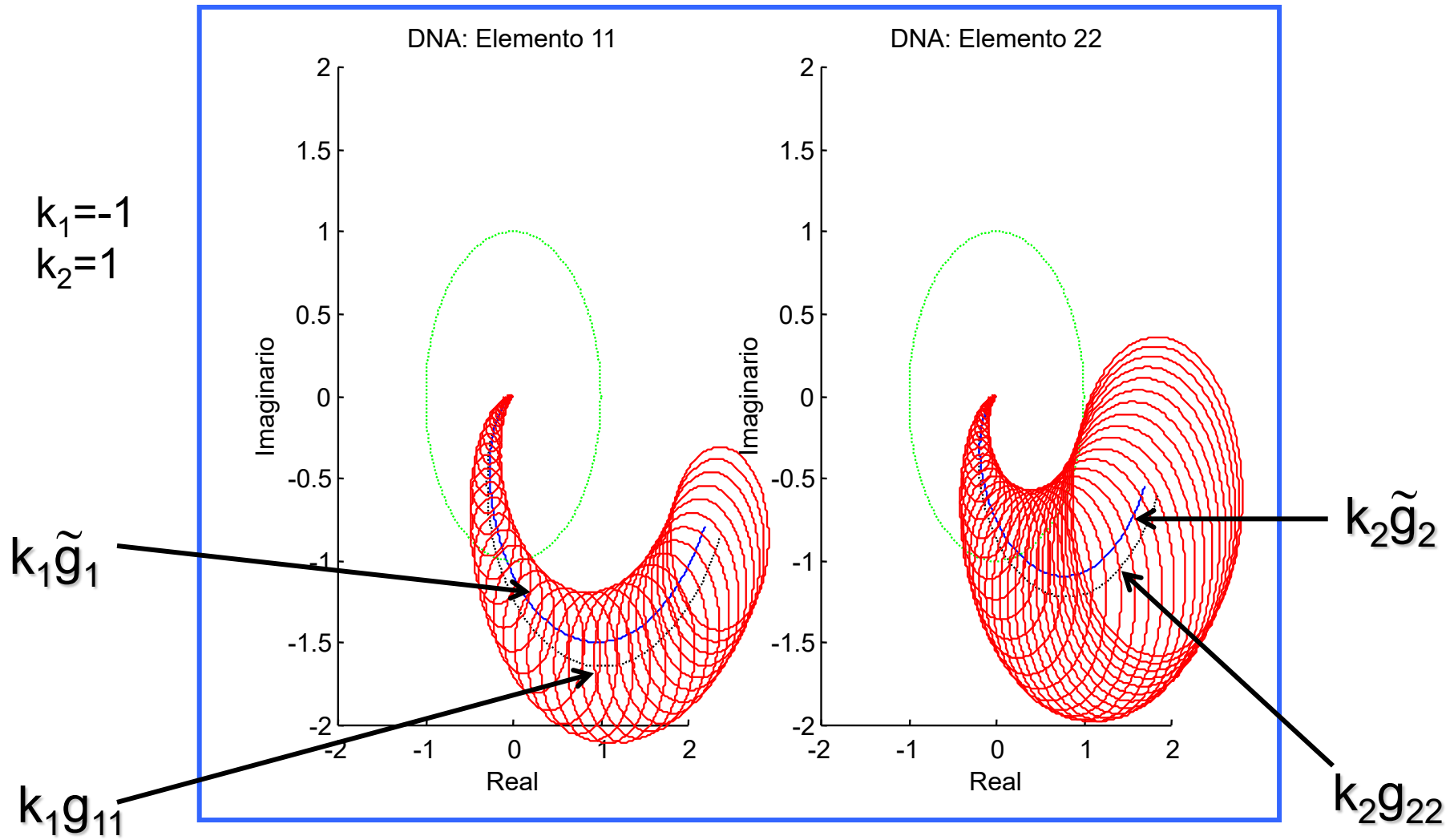


RGA

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1.1231 & -0.1231 \\ -0.1231 & 1.1231 \end{pmatrix}$$

Como presenta poca interacción entre las variables es buena candidata a control descentralizado. Además se aconseja emparejamiento en la diagonal.

Control descentralizado de la columna despropanizadora

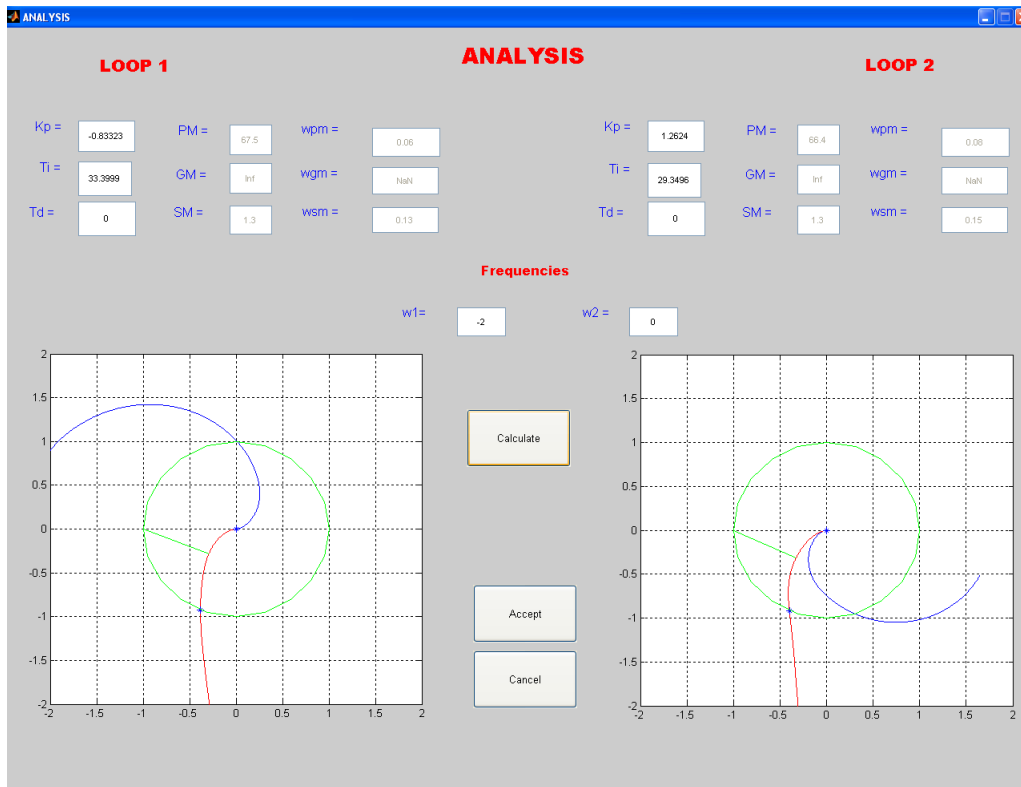


Control descentralizado de la columna despropanizadora

Ajuste PI individual

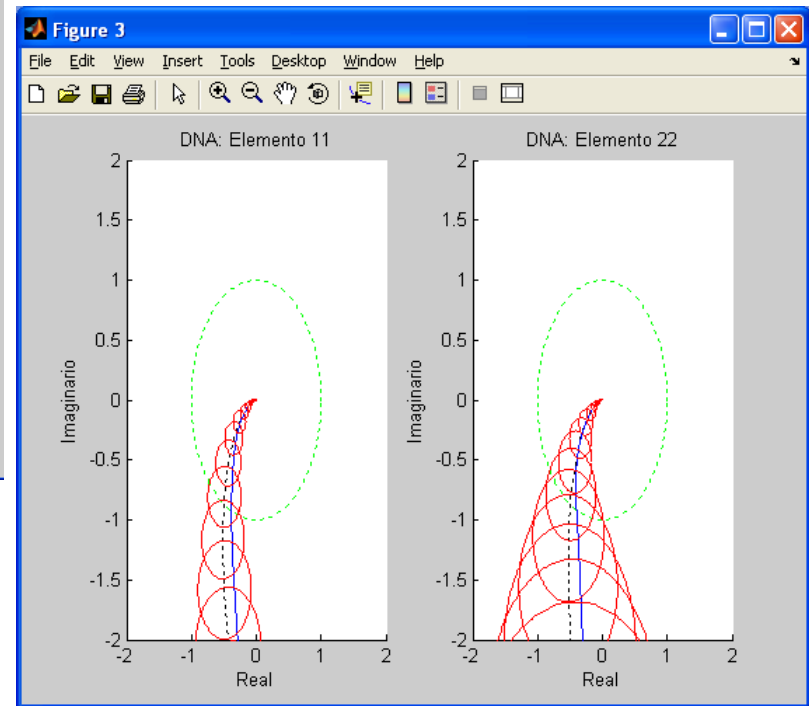
Especificaciones:

MF1=60° MF2 = 60°

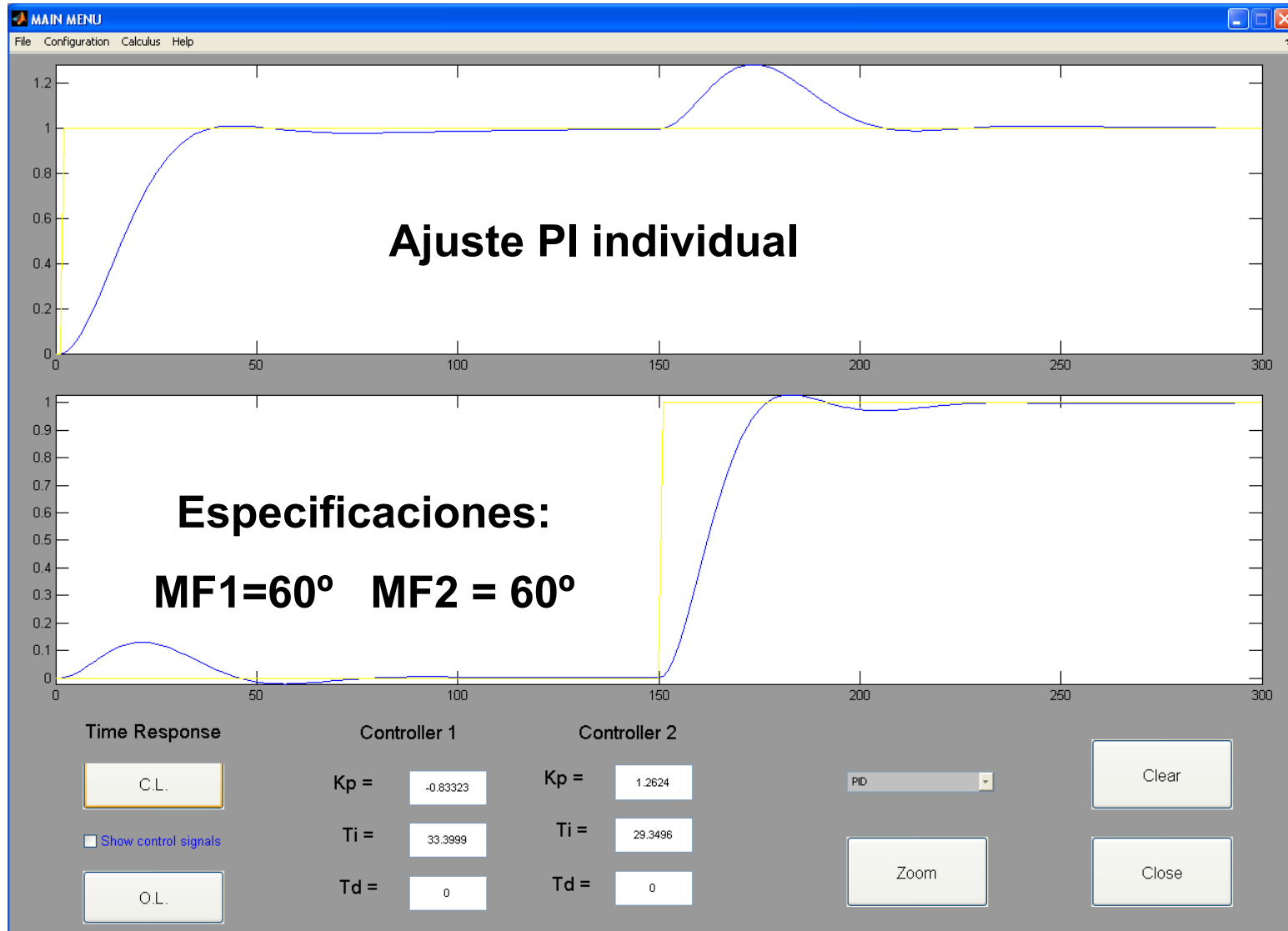


Resultado:

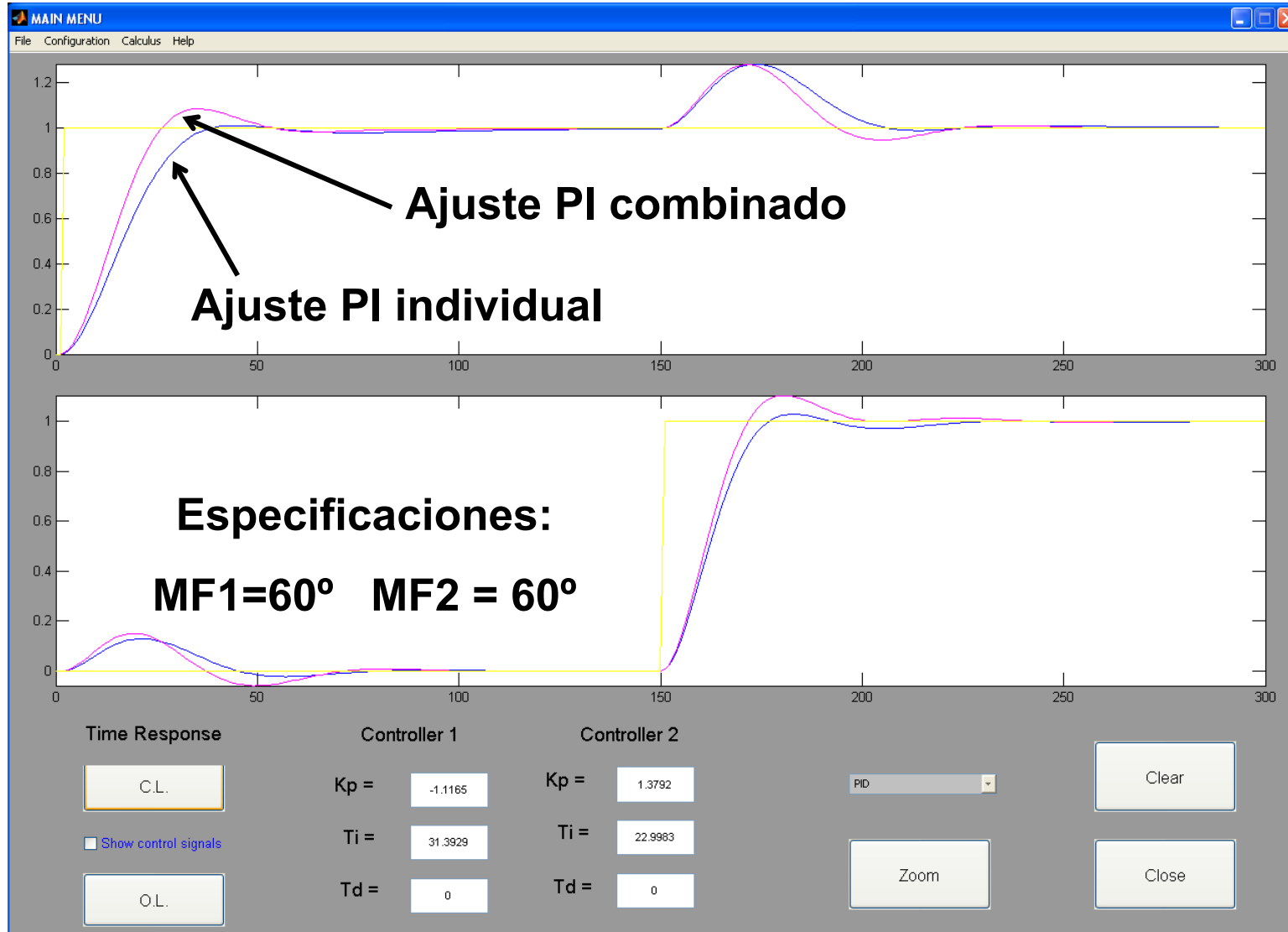
MF1=67.5° MF2 = 66.4°



Control descentralizado de la columna despropanizadora



Control descentralizado de la columna despropanizadora





CONTROL PID

APLICACIÓN A PROCESOS 2x2

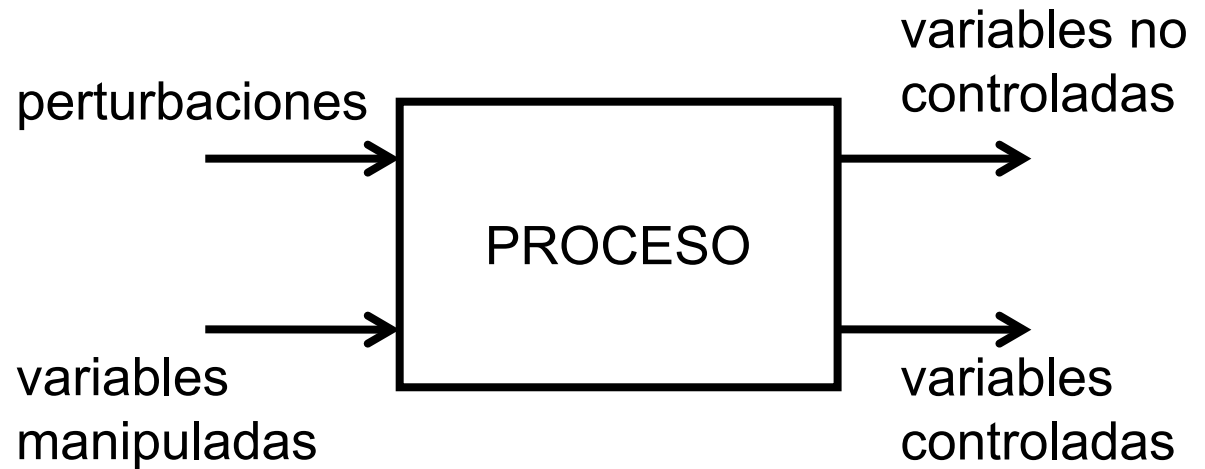
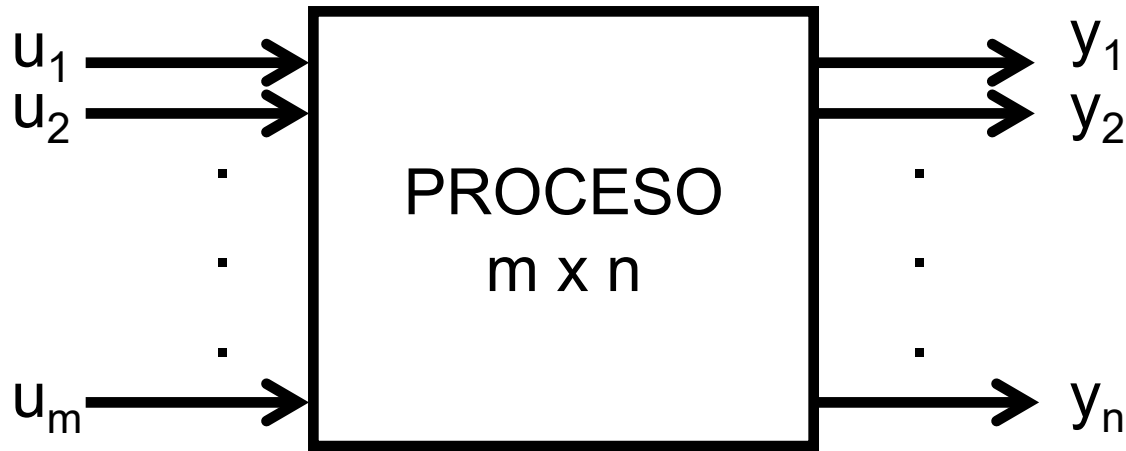
Fernando Morilla García
Dpto. de Informática y Automática
ETSI Informática, UNED

Sevilla 15 y 16 Mayo 2012

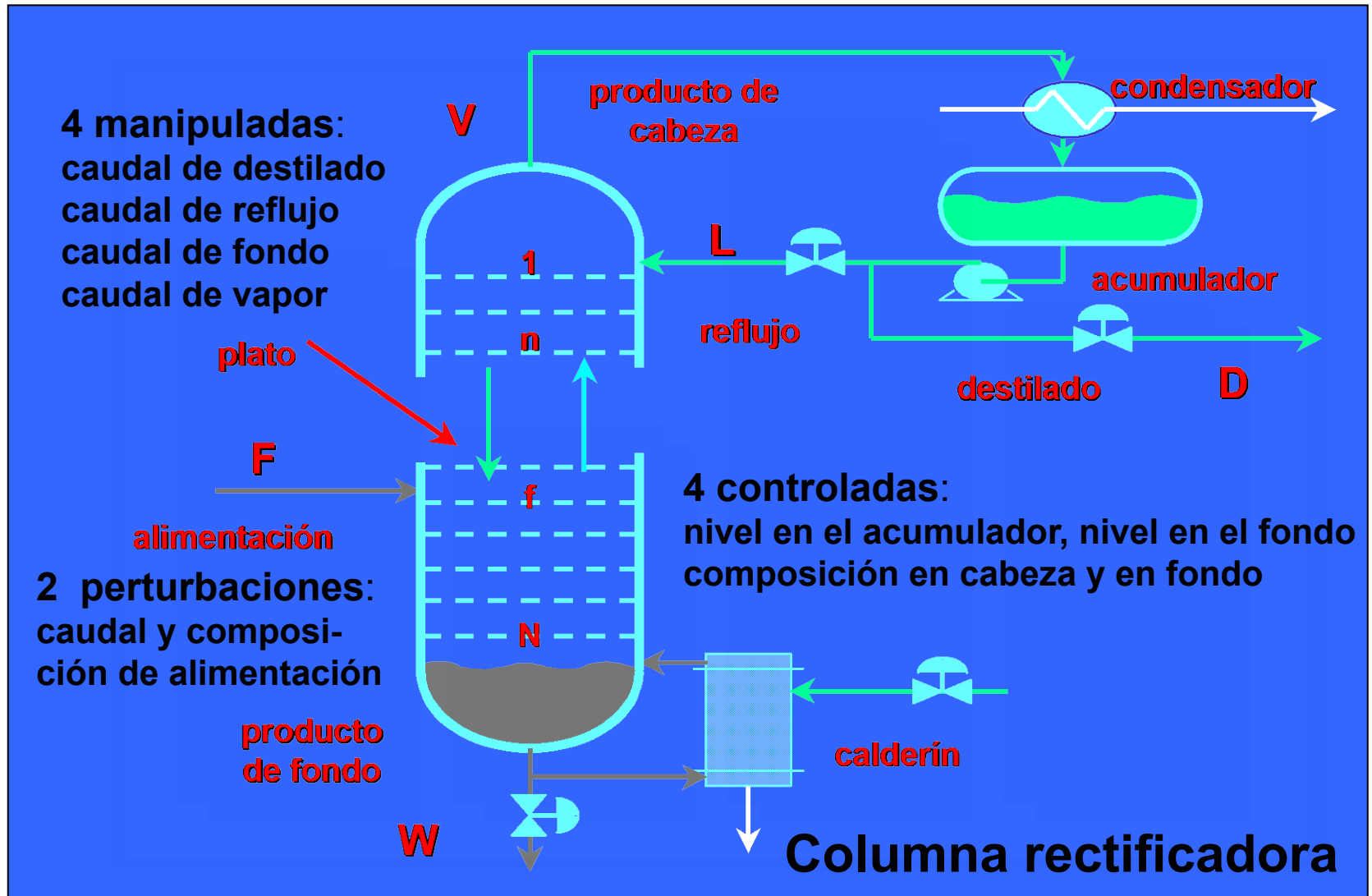
Contenidos

- **Introducción al control multivariable**
- **Análisis de interacción en procesos multivariables**
- **Control PID descentralizado**
 - Repaso a los controladores PID
 - Propuesta de ajuste iterativa para procesos 2x2
- **Control PID centralizado por desacoplo explícito**
 - Desacoplo de procesos 2x2
 - Aproximación de los elementos del desacoplo
- **Aspectos de implementación**
 - Aplicación al benchmark PID 2012 (control de una caldera)

Introducción al control multivariable



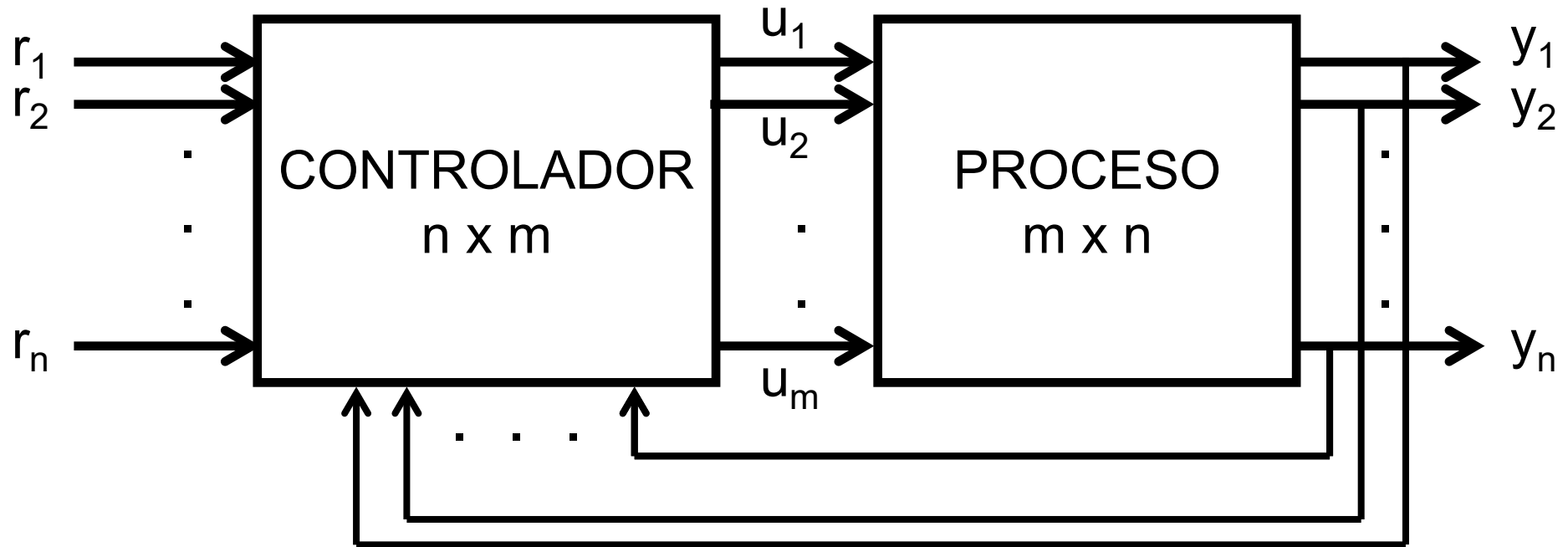
Introducción al control multivariable



Metodología de diseño en control multivariable

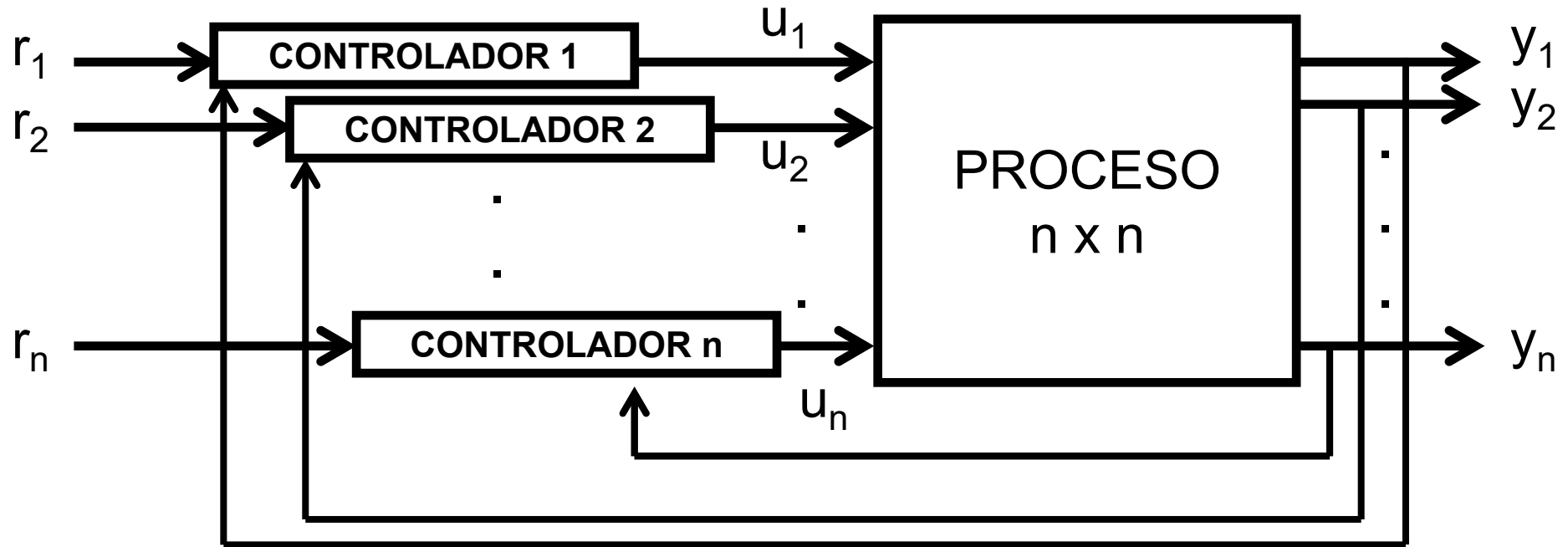
- **Selección de las variables controladas**
- **Selección de las variables manipuladas**
- **Selección de la configuración de control**
 - **Control Centralizado**
 - **Control Descentralizado**
 - **Combinación de control descentralizado y centralizado**
- **En caso de control centralizado:**
 - **¿Desacoplo explícito o implícito?**
 - **¿Desacoplo directo o inverso?**
- **Implementación del controlador**

Introducción al control multivariable



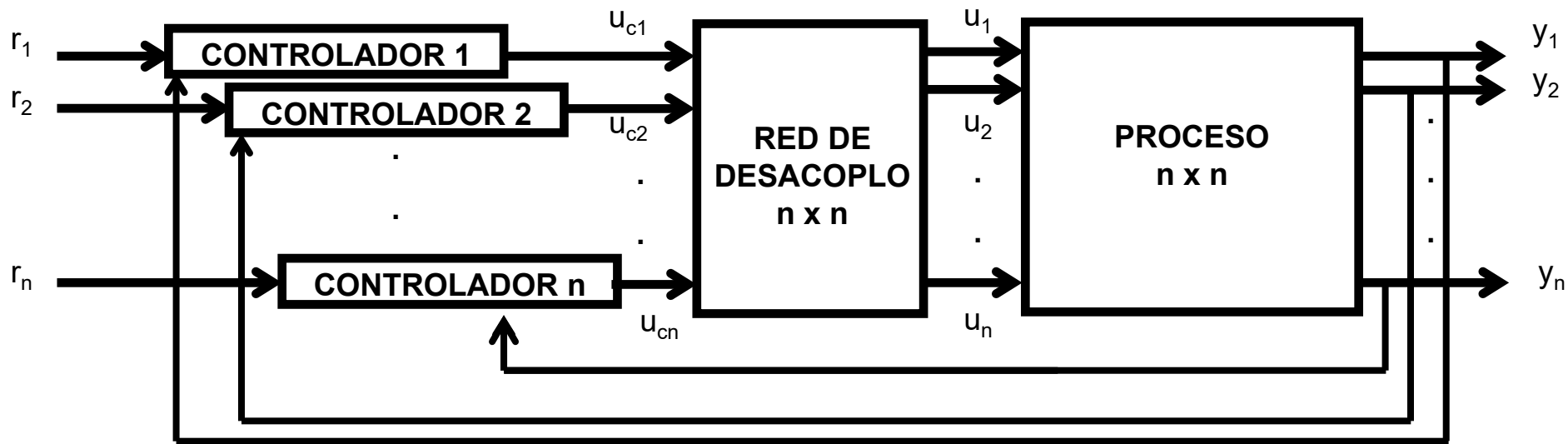
Control centralizado

Introducción al control multivariable



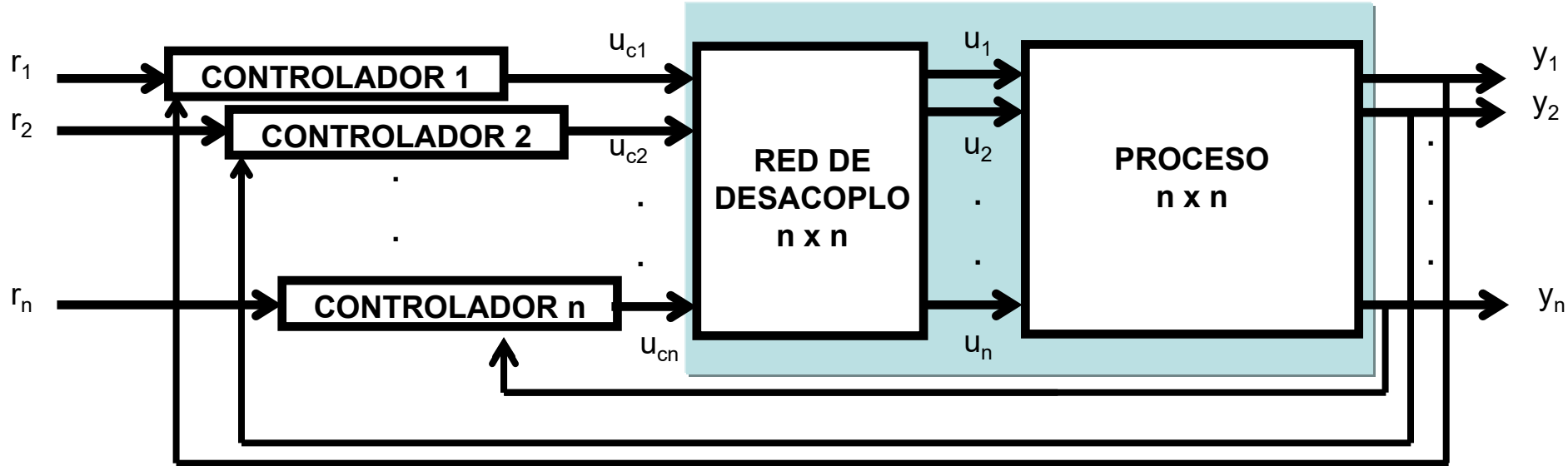
Control descentralizado

Introducción al control multivariable



Control centralizado por desacoplo explícito

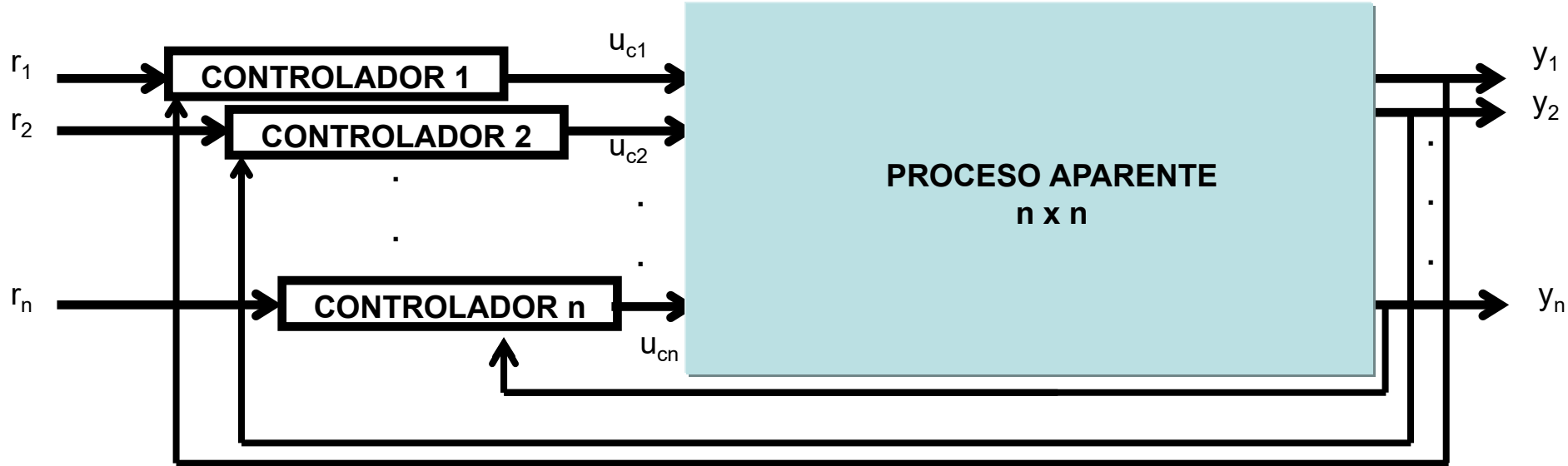
Introducción al control multivariable



Control centralizado por desacoplo explícito

- Skogestad y Postlethwaite (1996):
 - Diseño de una red de desacoplo $D(s)$ para facilitar el control del proceso $G(s)$

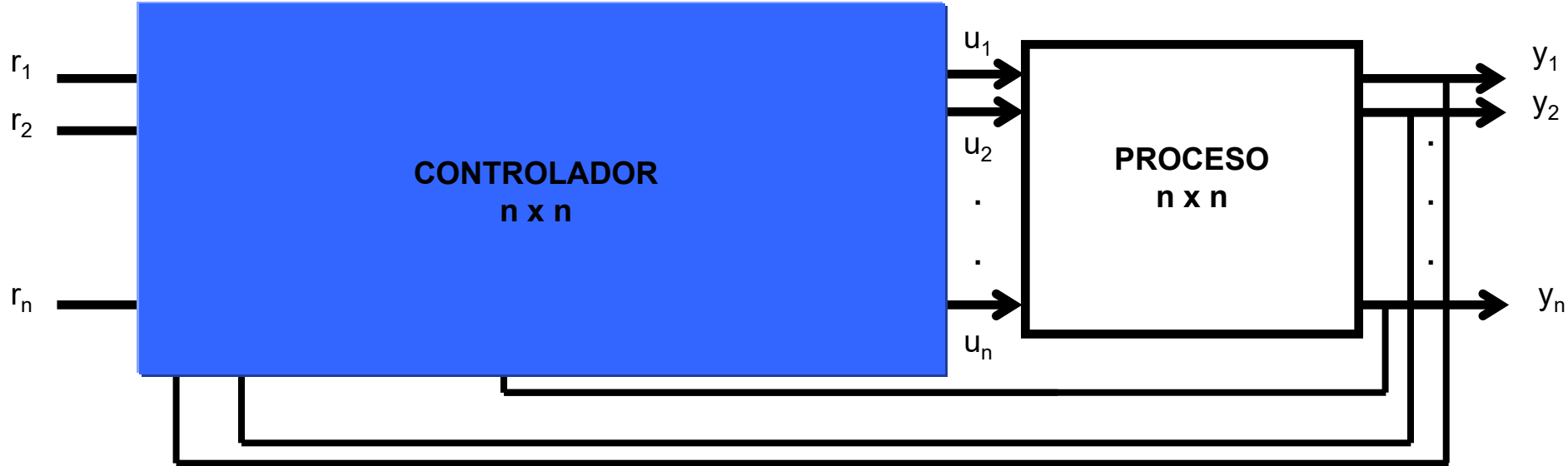
Introducción al control multivariable



Control centralizado por desacoplo explícito

- Skogestad y Postlethwaite (1996):
 - Diseño de una red de desacoplo $D(s)$ para facilitar el control del proceso $G(s)$
 - Diseño de $K_d(s)$ para el proceso aparente $Q(s)=G(s)D(s)$

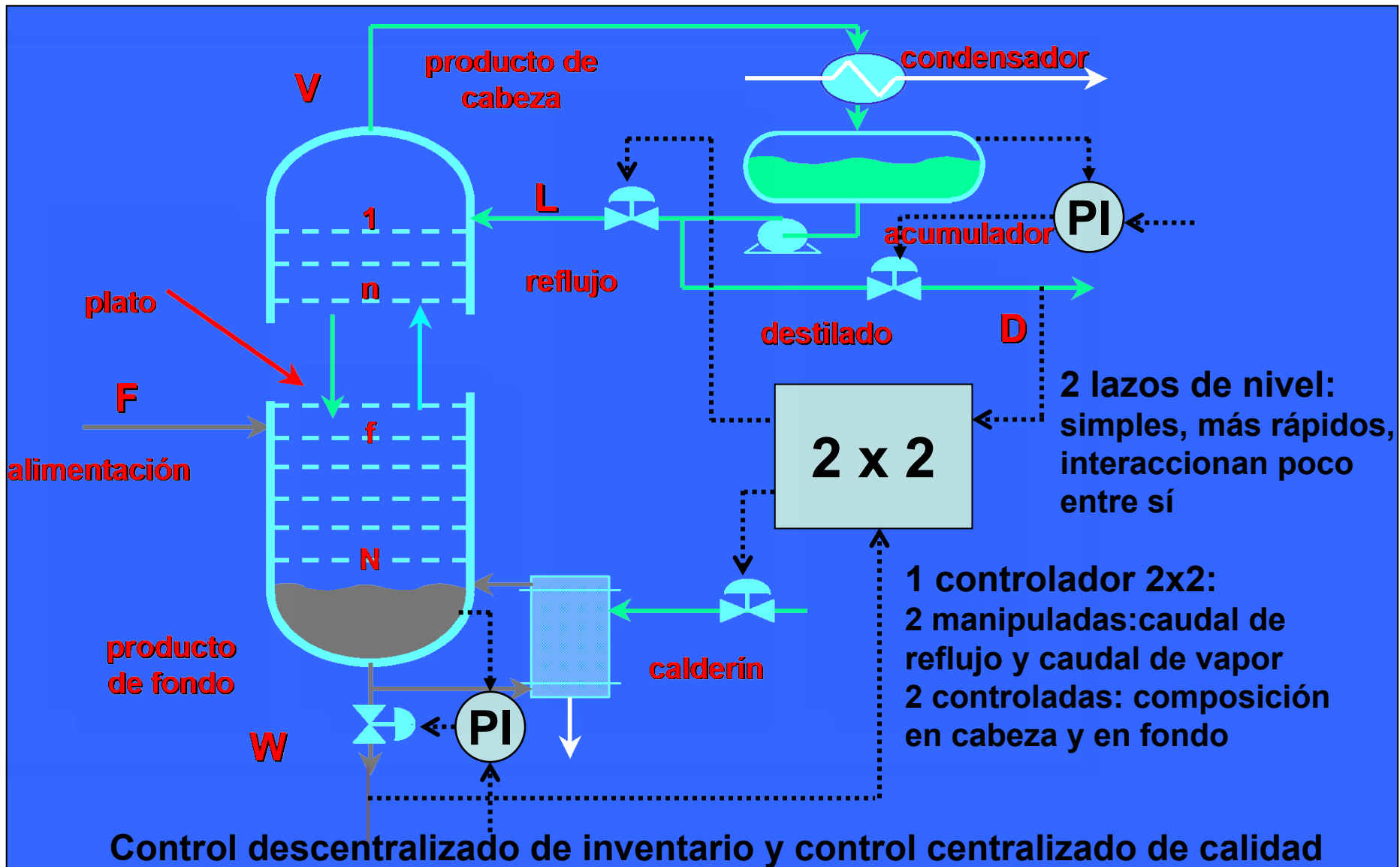
Introducción al control multivariable



Control centralizado por desacoplo explícito

- Skogestad y Postlethwaite (1996):
 - Diseño de una red de desacoplo $D(s)$ para facilitar el control del proceso $G(s)$
 - Diseño de $K_d(s)$ para el proceso aparente $Q(s)=G(s)D(s)$
 - Controlador final dado por $K(s)=D(s)K_d(s)$

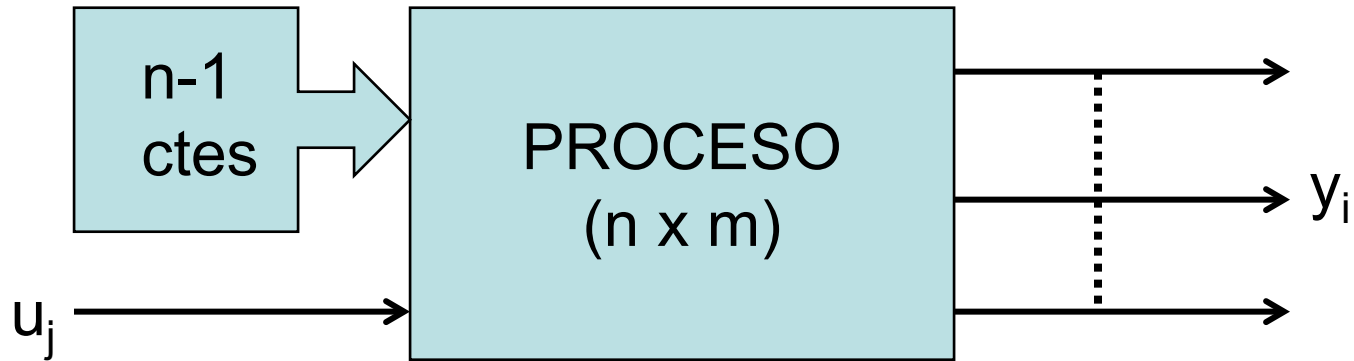
Introducción al control multivariable



Análisis de interacción en procesos multivariables

- **La dificultad en el control de un proceso multivariable no reside en el número de variables sino en el grado de interacción entre ellas.**
- **El análisis de la interacción es aconsejable para:**
 - Elegir las variables manipuladas y controladas.
 - Elegir entre centralizado y descentralizado.
 - Emparejar las variables en el caso de control descentralizado.
- **Medida de interacción más utilizada:**
 - RGA (Matriz de ganancias relativas). Medida estática, en el caso 2x2 basta con un elemento, el (1,1).
- **Otras medidas de interacción:**
 - Valores singulares y número de condición.
 - DNA (Diagramas de Nyquist directo) y bandas de Gershgorin.
- **Entorno TITO (Morilla y Vázquez).**

Análisis de interacción en procesos multivariables



En ausencia de perturbaciones

Con n-1 entradas fijas

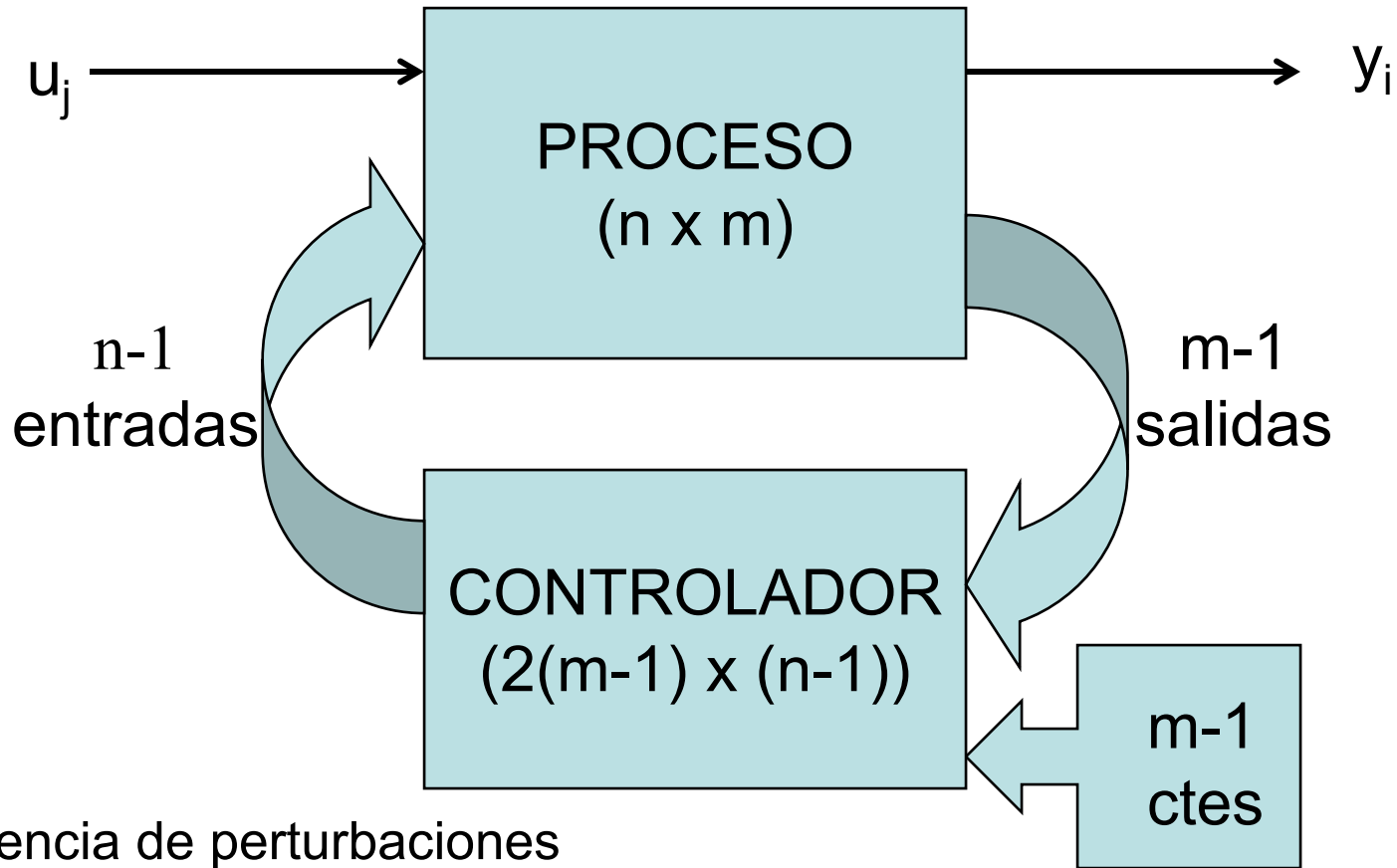
¿Qué cambio experimenta la salida y_i si la entrada u_j ha cambiado Δu_j ?

$$\Delta y_i = k_{ij} \Delta u_j$$

↑

Ganancias en lazo abierto del sistema en estado estacionario

Análisis de interacción en procesos multivariables



En ausencia de perturbaciones

Con $m-1$ salidas perfectamente controladas

¿Qué cambio experimenta la salida y_i si la entrada u_j ha cambiado Δu_j ?

$$\Delta y_i = k'_{ij} \Delta u_j$$

Análisis de interacción en procesos multivariables

ganancia con todos los lazos abiertos

ganancia con las demás salidas bajo control perfecto

Elementos de la
matriz de
ganancias relativa

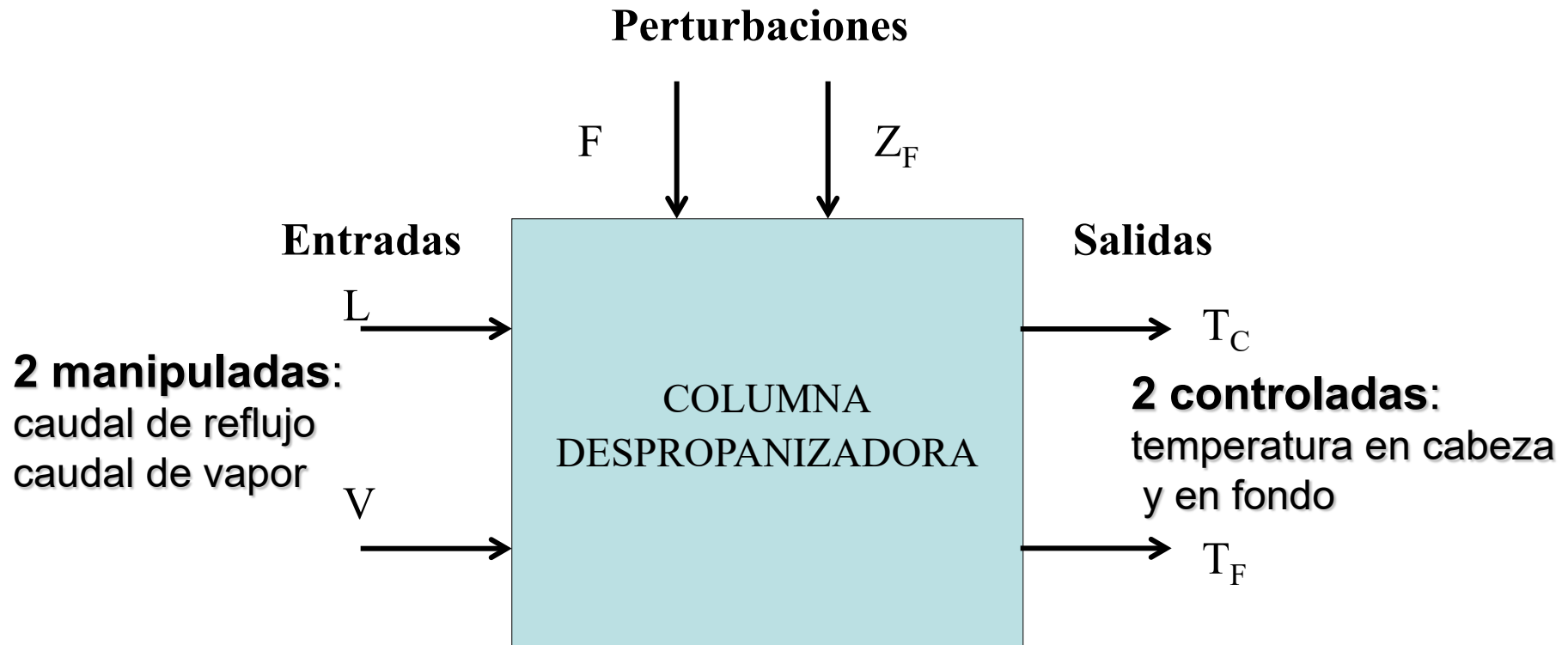
$$\lambda_{ij} = \frac{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{u_k; \forall k \neq j}}{\left. \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right|_{y_l; \forall l \neq i}} = \frac{k_{ij}}{k'_{ij}}$$

$$\Lambda_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{pmatrix} = f(\lambda_{11})$$

Análisis de interacción en procesos multivariables

2 perturbaciones:

caudal y composición de alimentación



Ejemplo de columna rectificadora

Análisis de interacción en procesos multivariables

Modelo dinámico

$$\begin{aligned}
 T_C(s) &= -\frac{2.6}{(23.7s + 1)(11.8s + 1)}L(s) + \frac{1}{(17.9s + 1)^2}V(s) - \frac{0.18}{(21.3s + 1)^2}F(s) - \frac{0.96}{(21.3s + 1)^2}Z_F(s) \\
 T_F(s) &= -\frac{0.57}{(19.7s + 1)(9.3s + 1)}L(s) + \frac{2}{(24.3s + 1)(8.1s + 1)}V(s) - \frac{0.85}{(20.2s + 1)(4.4s + 1)}F(s) - \frac{0.5}{(20.2s + 1)(4.4s + 1)}Z_F(s)
 \end{aligned}$$

Hay poca interacción y los emparejamientos recomendados están en la diagonal: T_C - L ; T_F - V

$$K = \begin{pmatrix} -2.6 & 0.01 \\ -0.57 & 0.02 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \frac{k_{CL}k_{FV}}{k_{CL}k_{FV} - k_{FL}k_{CV}} & \frac{-k_{FL}k_{CV}}{k_{CL}k_{FV} - k_{FL}k_{CV}} \\ \frac{-k_{FL}k_{CV}}{k_{CL}k_{FV} - k_{FL}k_{CV}} & \frac{k_{CL}k_{FV}}{k_{CL}k_{FV} - k_{FL}k_{CV}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1231 & -0.1231 \\ -0.1231 & 1.1231 \end{pmatrix}$$

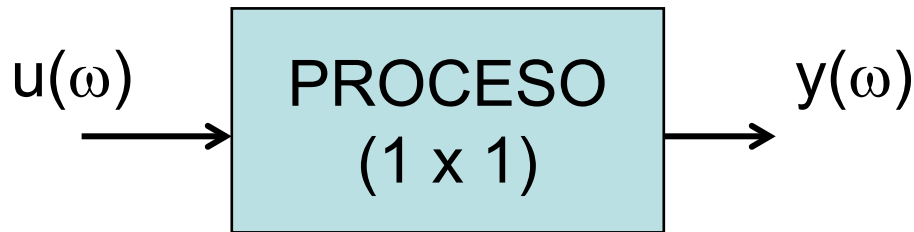
Descomposición en valores singulares (SVD)

$$\mathbf{K} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T$$

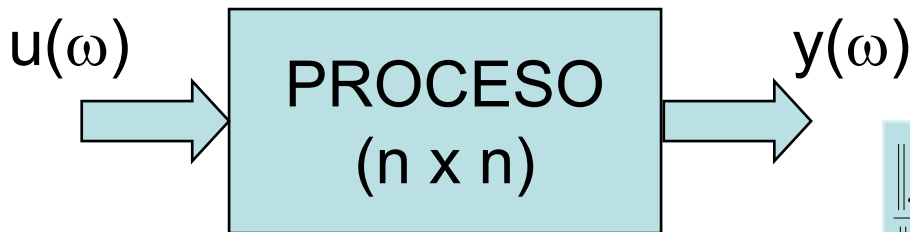
$(n \times m) \quad (n \times n) \quad (n \times m) \quad (m \times m)$

- **U** es una matriz ortonormal $n \times n$ que representa el conjunto de vectores singulares por la izquierda. Es el sistema de coordenadas más apropiado para observar las variables controladas
- **V** es una matriz ortonormal $m \times m$ que representa el conjunto de vectores singulares por la derecha. Es el sistema de coordenadas más apropiado para observar las variables manipuladas
- **Σ** es una matriz diagonal de escalares llamados valores singulares, los cuales se organizan de forma descendente. Estos valores representan las ganancias en estado estacionario de un sistema multivariable ideal (cada entrada con su salida)

Número de condición (γ)



$$\frac{|y(\omega)|}{|u(\omega)|} = \frac{|G(j\omega)u(\omega)|}{|u(\omega)|} = |G(j\omega)|$$

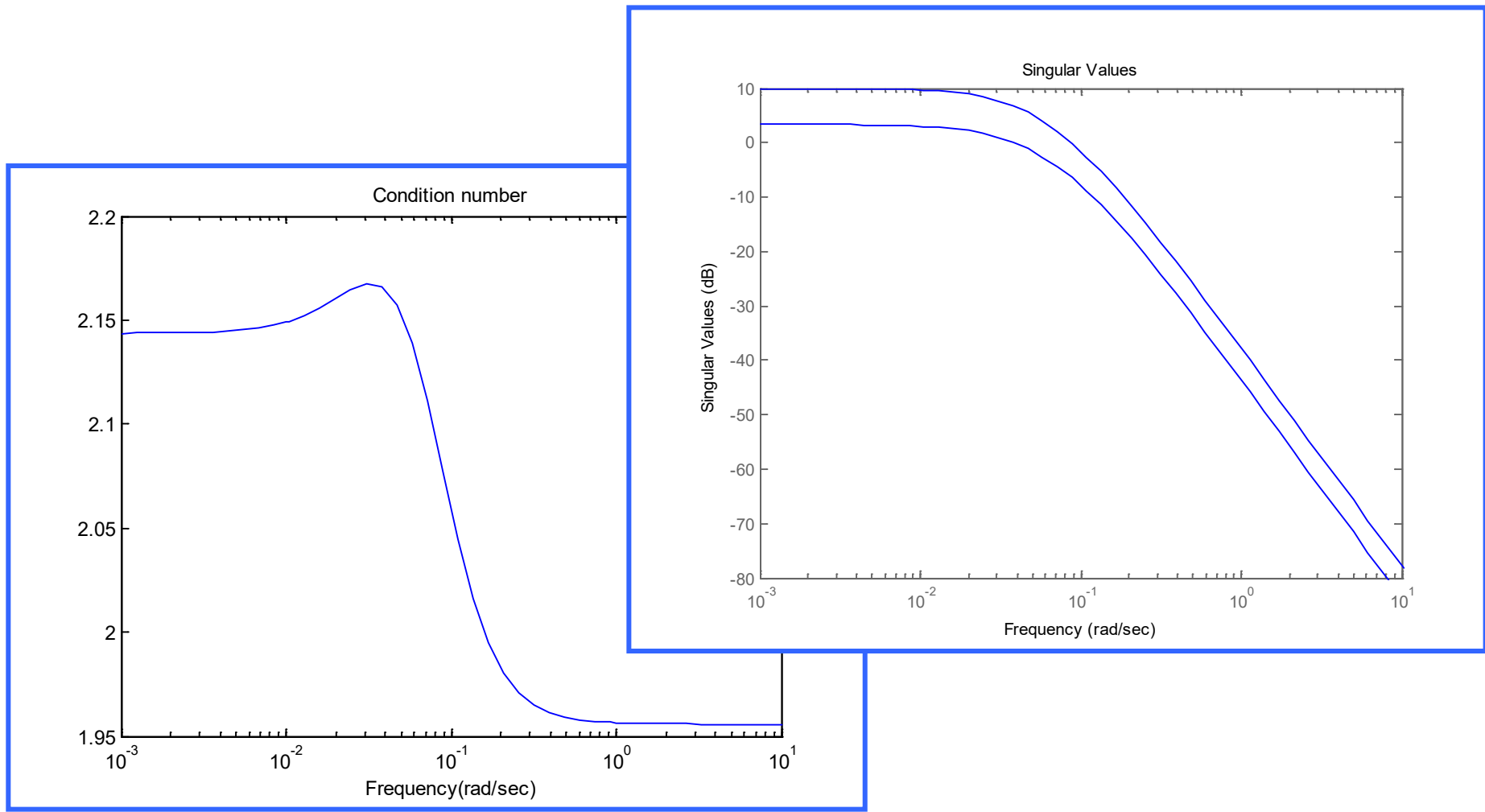


$$\frac{\|y(\omega)\|_2}{\|u(\omega)\|_2} = \frac{\|G(j\omega)u(\omega)\|_2}{\|u(\omega)\|_2} = \frac{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots}}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots}}$$

Cociente entre valores singulares (máximo y mínimo)
Dependiente de la frecuencia
Medida de la controlabilidad entrada-salida

$$\gamma(\omega) = \frac{\sigma_1(\omega)}{\sigma_n(\omega)}$$

Análisis de interacción en procesos multivariables

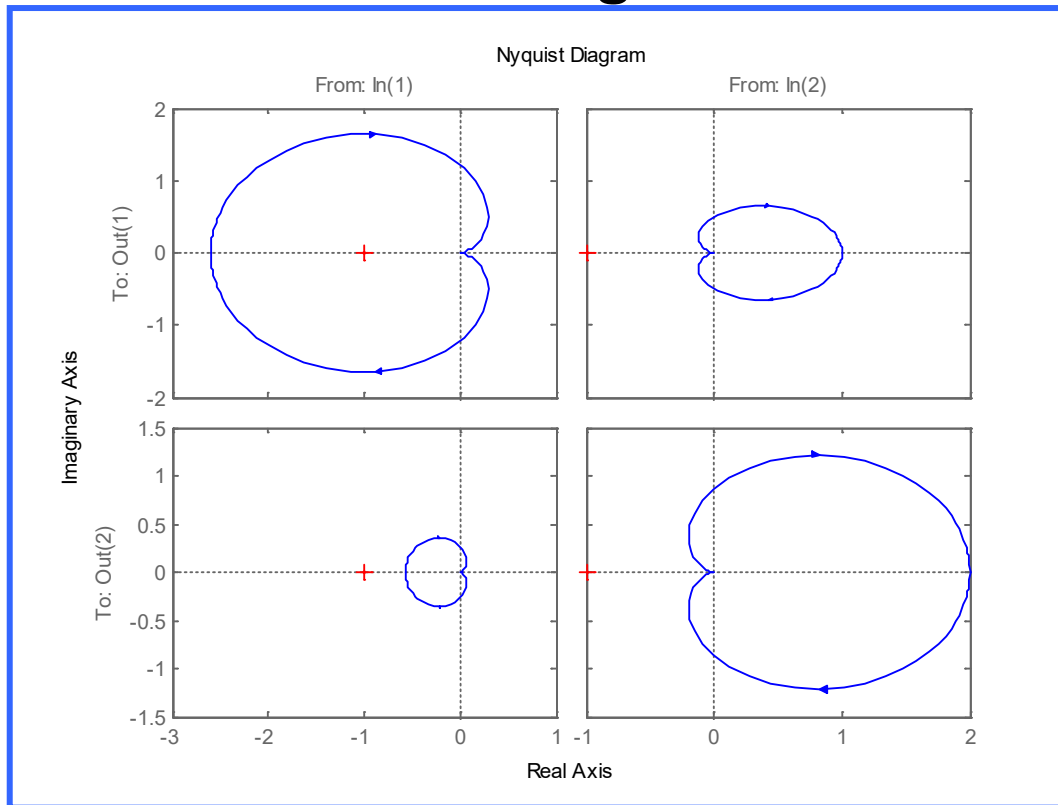


Columna despropanizadora

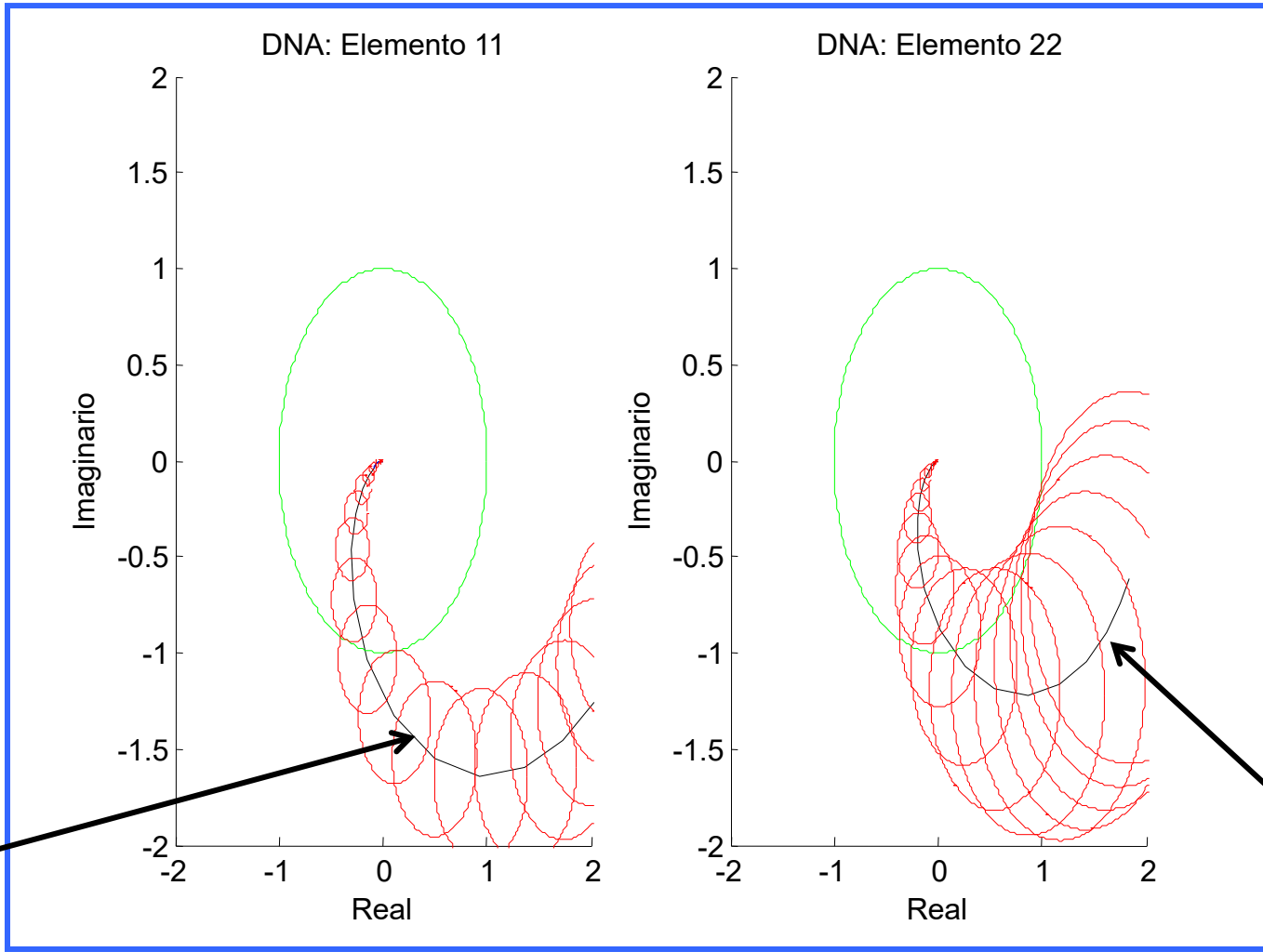


Análisis de interacción en procesos multivariables

- **DNA (Diagrama de Nyquist Directo)**
 - $n \times n$ diagramas de Nyquist de $Q(s)=G(s) K(s)$
- **Bandas de Gershgorin**
 - bandas sobre los n diagramas de la diagonal



Análisis de interacción en procesos multivariables



Columna despropanizadora

Material auxiliar

- **Apoyo software:**
 - Archivo “columna_despropanizadora.m”.
 - Herramienta TITO: Entorno en inglés para simulación, análisis y sintonía de sistemas 2x2 (2 entradas - 2 salidas) con control PID descentralizado o centralizado (desacoplo+PID)archivo. Versión 2008.
 - Archivo “f_despropanizadora.mat”.
- **Documentos:**
 - Tema 1: Estrategias básicas de control multivariable. Tema 2: Análisis de sistemas multivariables. Tema 3: Ejemplos representativos de control multivariable. Asignatura “Control Multivariable”. Máster en Ingeniería de Sistemas y de Control.
- **Ejercicio:**
 - Análisis de la planta “4 tanques acoplados”.
 - Archivo “CuatroTanquesAcoplados.pdf”.

Contenidos en otras presentaciones

- **Control PID descentralizado**
 - Repaso a los controladores PID
 - Propuesta de ajuste iterativa para procesos 2x2
- **Control PID centralizado por desacoplo explícito**
 - Desacoplo de procesos 2x2
 - Aproximación de los elementos del desacoplo
- **Aspectos de implementación**
 - Aplicación al benchmark PID 2012 (control de una caldera)