

**Modelado de problemas de salud
pública mediante dinámica de
sistemas**

Fernando Morilla

Dpto de Informática y Automática

UNED

Contenido

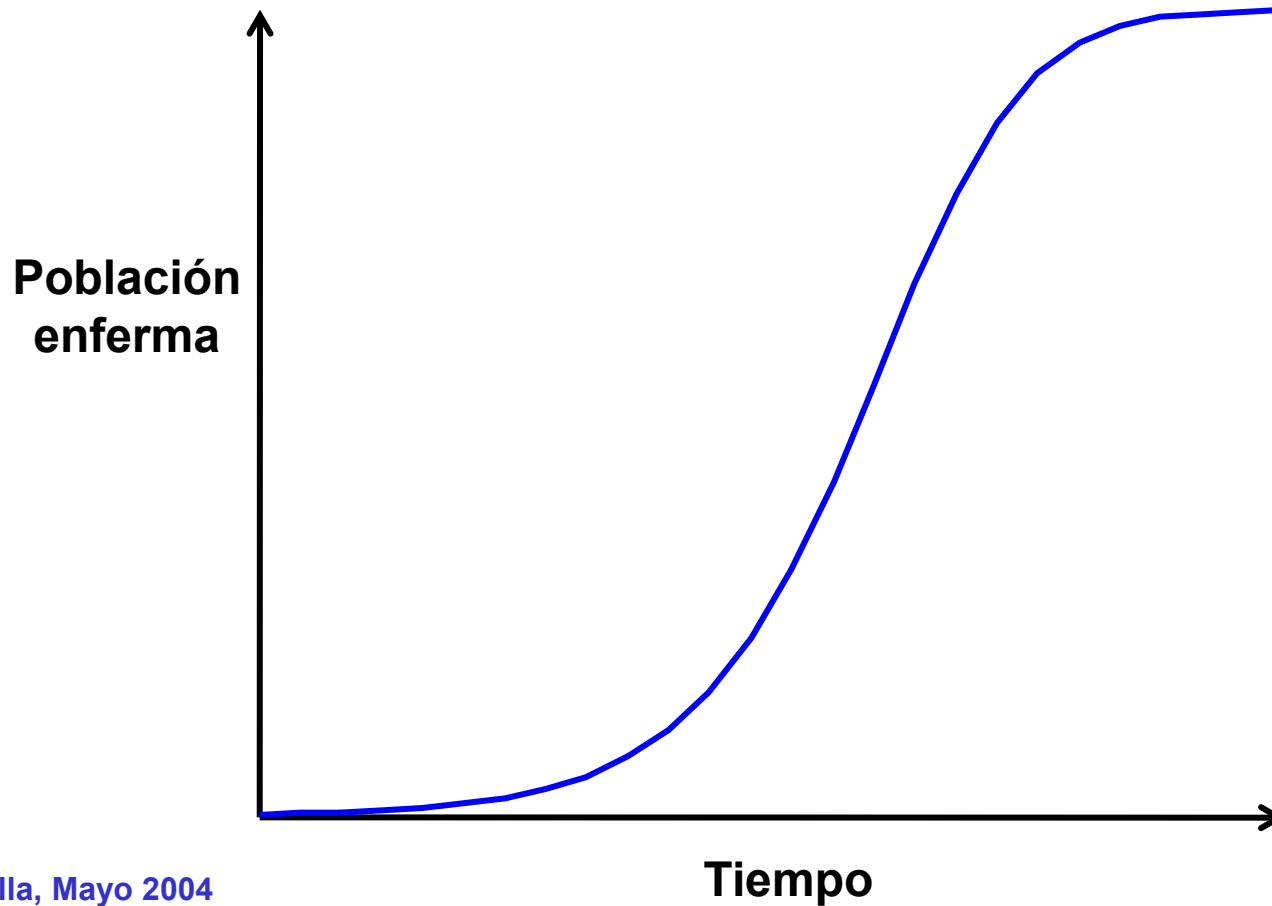
- Propagación de enfermedades infecciosas (Epidemia, Endemia, Extinción de la población)
- Adicción a los medicamentos

Esquema común

- Introducción al problema (verbal y cualitativo)
- Diagrama de influencias
- Modelo matemático simple
- Diagrama de Forrester
- Programación y simulación en Vensim
- Ampliación del modelo
- Ejercicios

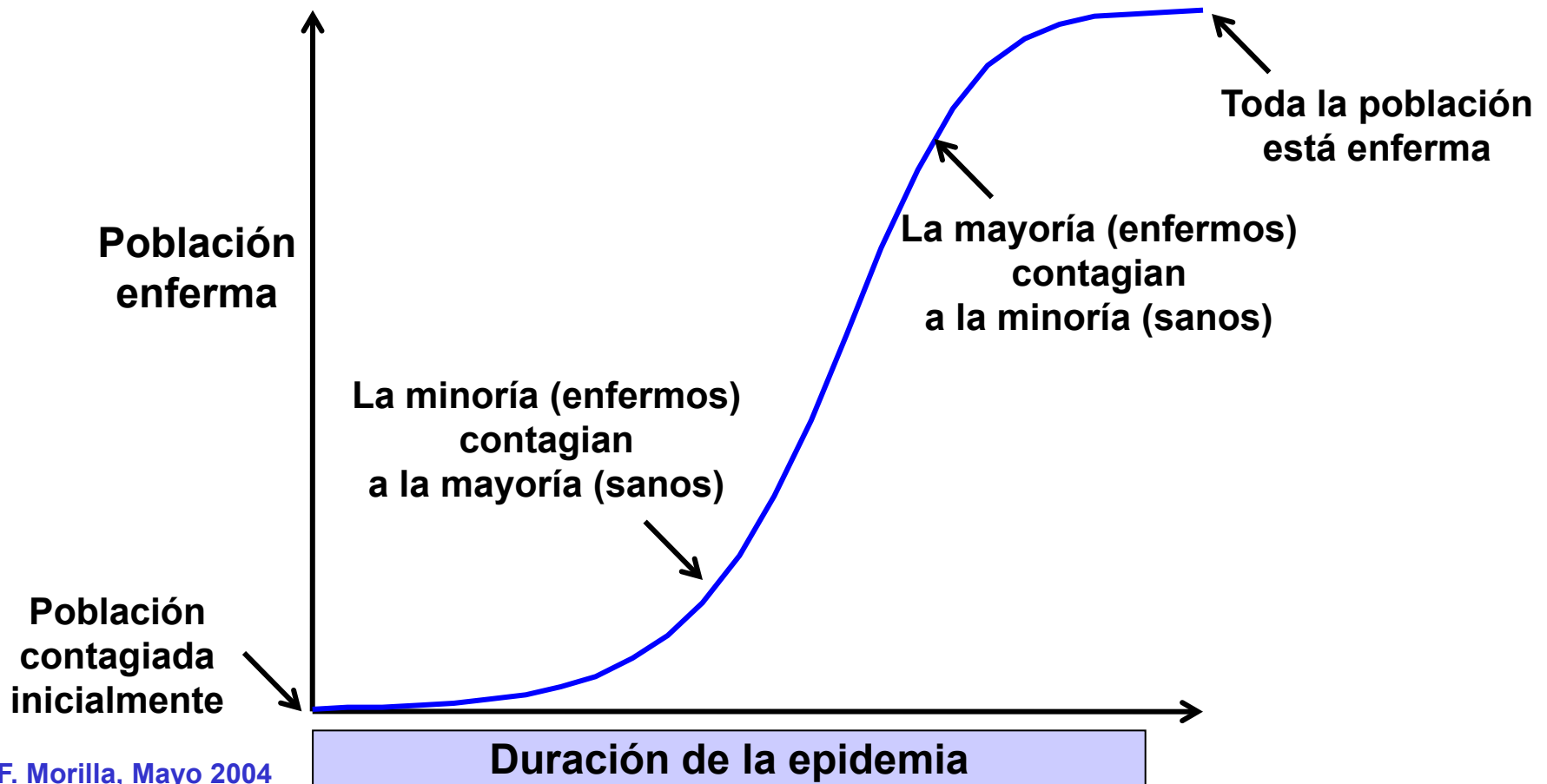
Propagación de enfermedades infecciosas

- Suele presentar un crecimiento sigmoidal



Propagación de enfermedades infecciosas

- Fases de la epidemia



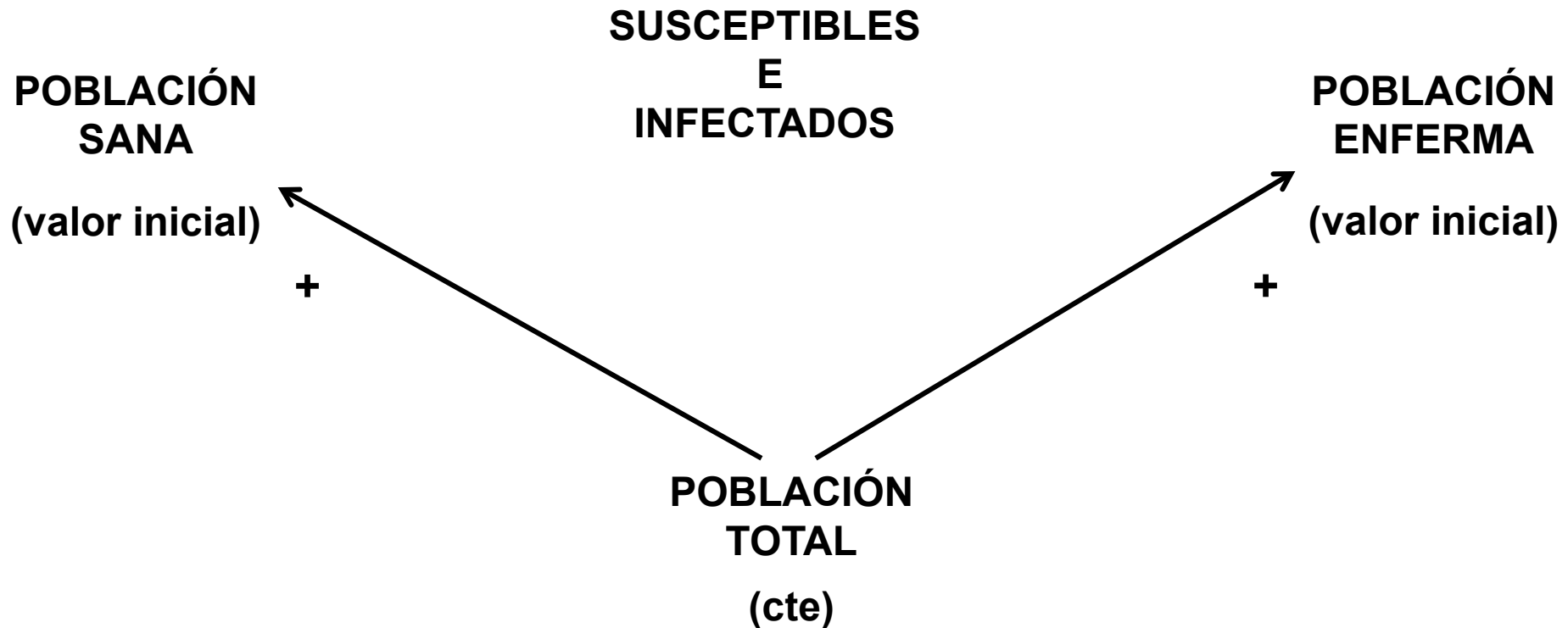
F. Morilla, Mayo 2004

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Hipótesis válidas en las epidemias de catarros, gripes, etc.
 - La población es constante (población cerrada)
 - La enfermedad es suave, por lo que no impide la vida normal
 - La curación no se produce durante la epidemia
⇔ ausencia de inmunidad y de reinfección
 - La población enferma y la sana están homogéneamente mezcladas

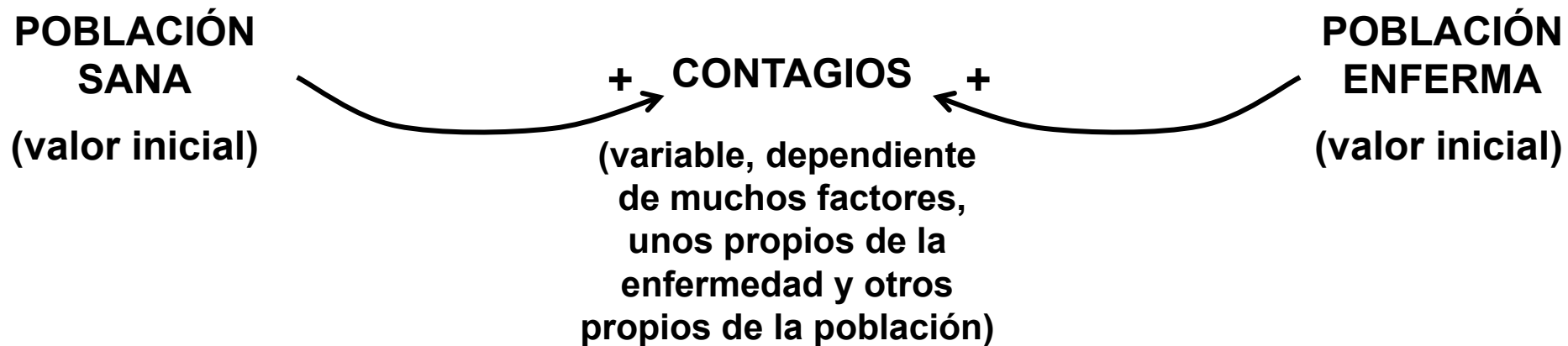
Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Distribución inicial de la población



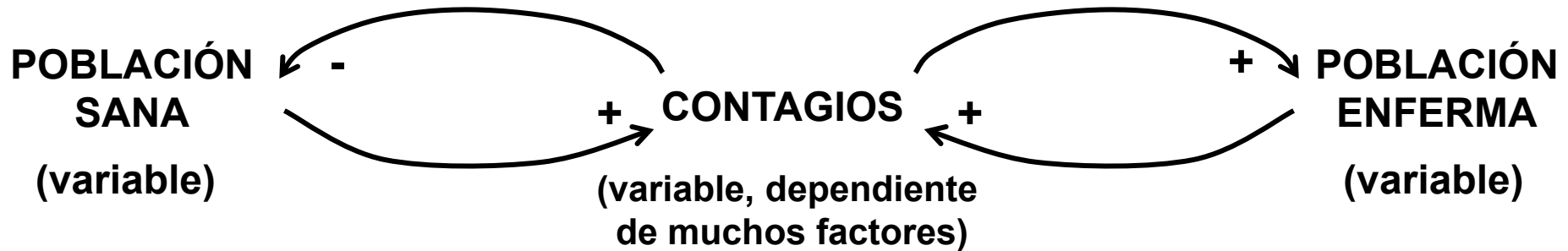
Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Contactos de los dos grupos de población



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Evolución de los dos grupos de población (población total cerrada)



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Diagrama de influencias:
 - típico crecimiento sigmoidal



Bucle (+) dominante al principio

Bucle (-) dominante al final



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Modelo matemático típico
 - Tasa de contagio (TC) directamente proporcional al número de contactos diarios (NCD) y a la probabilidad de transmisión de la enfermedad (PT)

$$TC = NCD \cdot PT$$

- Prevalencia, $P(t)$, expresa la proporción de población enferma en el total de la población

$$P(t) = \frac{PE(t)}{PE(t) + PS(t)}$$

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Modelo matemático típico (sigue)
 - Tasa de incidencia, $I(t)$, expresa que la proporción entre el número de casos nuevos de una enfermedad y el número de personas de la que han surgido los casos es directamente proporcional a la tasa de contagio y a la prevalencia

$$I(t) = TC P(t)$$

- Flujo de contagio, $FC(t)$, expresa que el número de casos nuevos de una enfermedad es directamente proporcional a la población sana, $PS(t)$, a través de la incidencia, $I(t)$

$$FC(t) = I(t) PS(t)$$

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Modelo matemático típico (resumen)

Tasa de contagio :

$$TC = NCD \cdot PT$$

$$\frac{d PE(t)}{dt} = FC(t)$$

Prevalencia :

$$P(t) = \frac{PE(t)}{PE(t) + PS(t)}$$

$$\frac{d PS(t)}{dt} = -FC(t)$$

Incidencia :

$$I(t) = TC \cdot P(t)$$

Flujo de contagio :

$$FC(t) = I(t) \cdot PS(t)$$

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

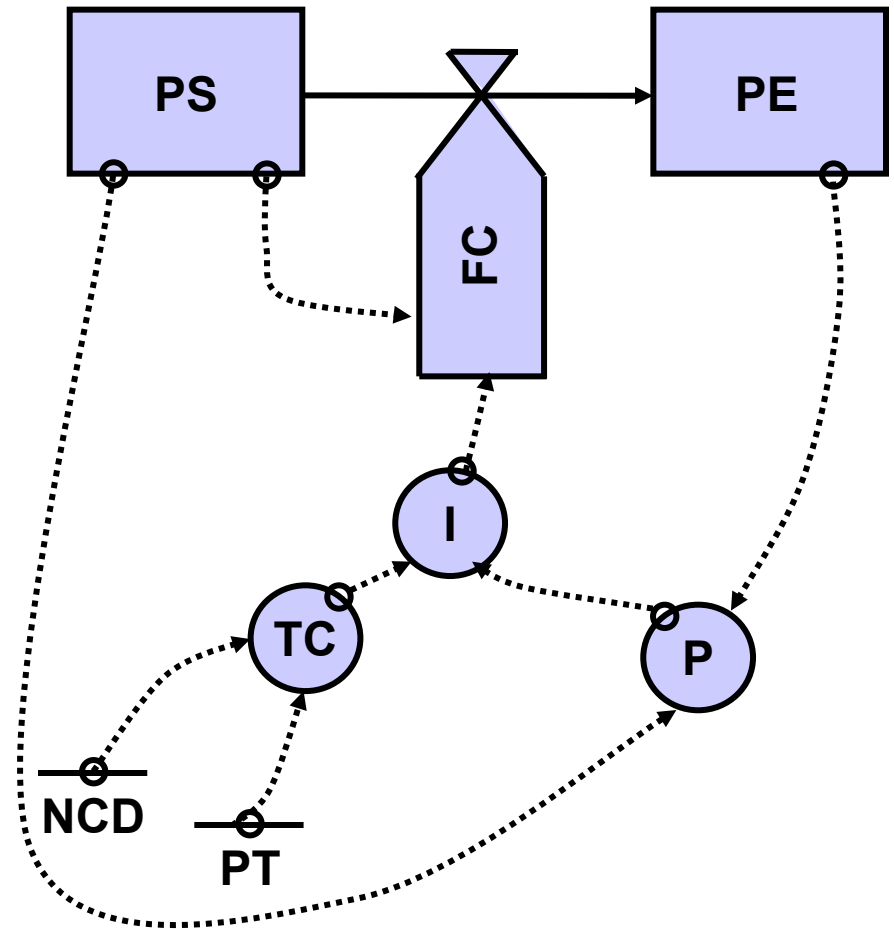
- Diagrama de Forrester típico

2 Variables de estado:
Población enferma y población sana

1 Variable de flujo: Flujo de contagio

2 Parámetros: Número de contactos diarios y probabilidad de transmisión de la enfermedad

3 Variables auxiliares: Tasa de contagio, prevalencia e incidencia



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Modelo matemático simplificado

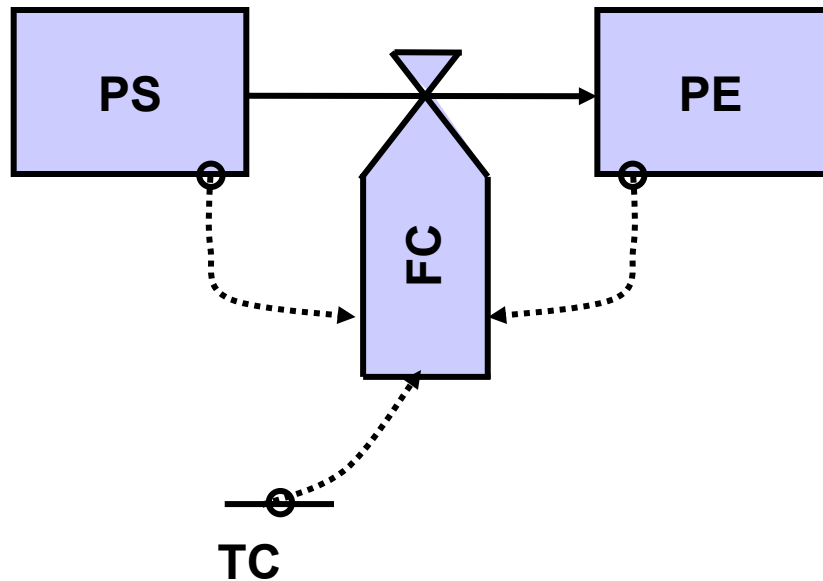
$$FC(t) = TC \frac{PE(t) PS(t)}{PE(t) + PS(t)}$$

$$\frac{d PE(t)}{dt} = FC(t)$$

$$\frac{d PS(t)}{dt} = -FC(t)$$

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Diagrama de Forrester simplificado



2 Variables de estado: Población enferma y población sana

1 Variable de flujo: Flujo de contagio

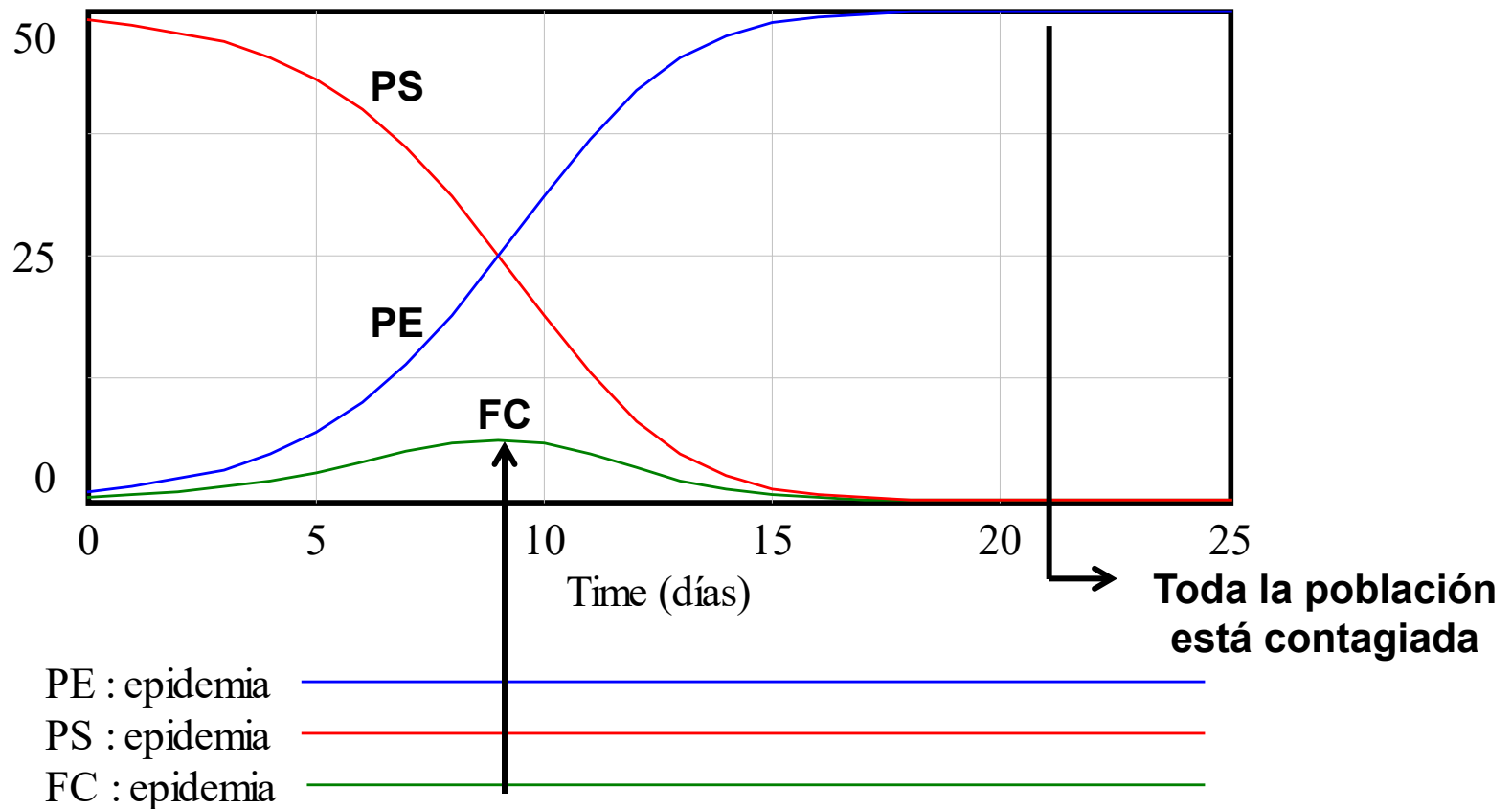
1 Parámetro: Tasa de contagio o de incidencia de la enfermedad

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Ejemplo concreto
 - Parámetros del modelo
 - Tasa de contagio : $TC = 0.5$
 - Condiciones iniciales
 - Población enferma : $PE(0) = \text{mil personas}$
 - Población sana : $PS(0) = 49 \text{ mil personas}$
- Parámetros de simulación
 - Los adecuados para evaluar la duración y consecuencias de la epidemia

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Resultados gráficos de la simulación



El noveno día se presenta el máximo contagio

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Ojeada a los resultados numéricos de la simulación

Time (días)	0	1	2	3	4	
5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	
17	18	19	20	21	22	
23	24	25				
"FC" Runs:	epidemia					
FC	0.49	0.722799	1.05743	1.52817	2.16896	2.99824
	3.98967	5.03014	5.88825	6.24984	5.87503	4.81035
	3.42462	2.15606	1.23708	0.667824	0.347796	0.177595
	0.0897538	0.0451205	0.0226216	0.0113264	0.00566735	
	0.002834	0.00141708		0.000709514		

- ¿Habría que mejorar las condiciones de simulación?
- ¿Bastaría con un redondeo en el flujo de contagio?

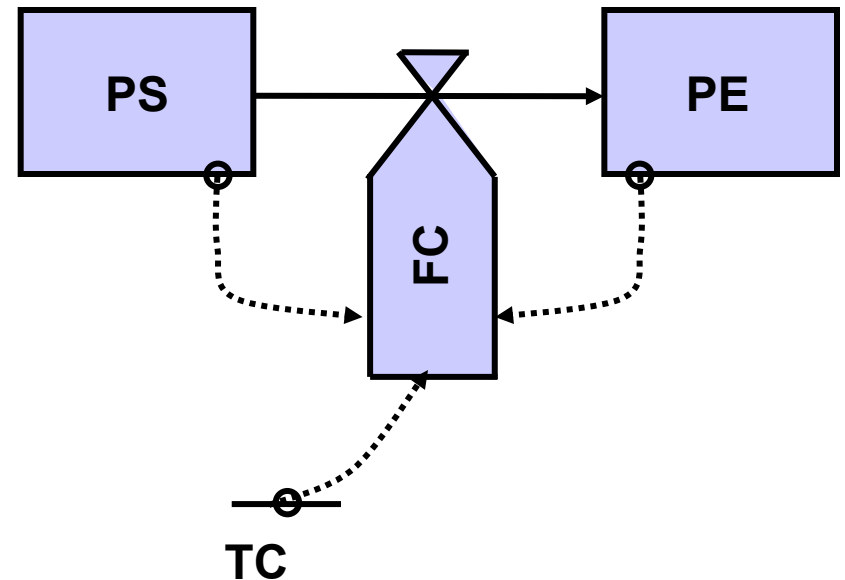
Propagación de enfermedades infecciosas: Ejercicio 1

- Reproducir el ejemplo anterior en Vensim utilizando el modelo simplificado

$$FC(t) = TC \frac{PE(t) PS(t)}{PE(t) + PS(t)}$$

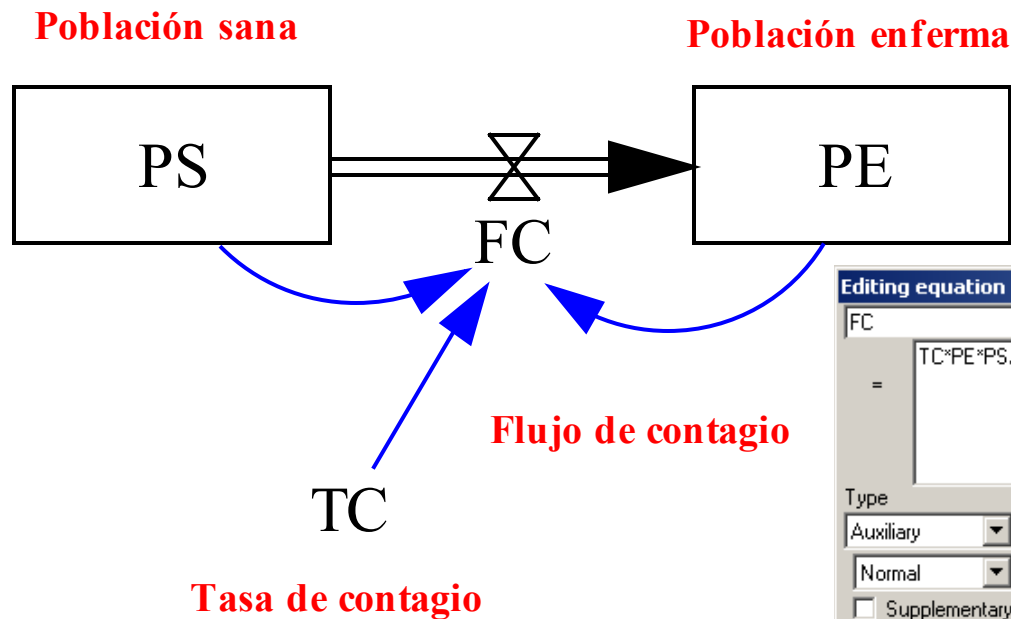
$$\frac{d PE(t)}{dt} = FC(t)$$

$$\frac{d PS(t)}{dt} = -FC(t)$$



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

Solución al Ejercicio 1



Editing equation for - FC

FC

=

$$TC * PE * PS / (PE + PS)$$

Type: Auxiliary

Normal

Supplementary

Help

Units:

Comment:

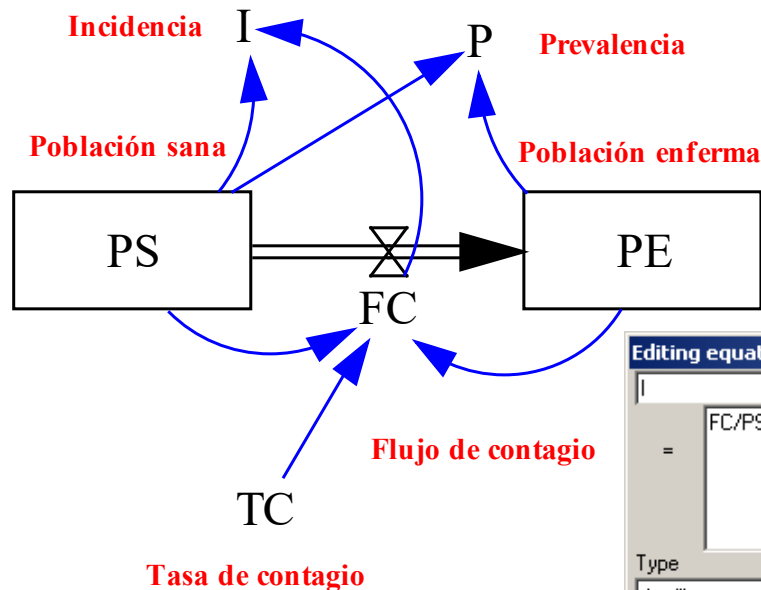
Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel

Variables: PE, PS, TC

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

Solución al Ejercicio 1 más cálculo de prevalencia e incidencia



Editing equation for - P

P

=

$$PE/(PE+PS)$$

Type: Auxiliary

Normal

Supplementary

Variables: PE, PS

Choose Initial Variable...

Cancel

Editing equation for - I

I

=

$$FC/PS$$

Type: Auxiliary

Normal

Supplementary

Variables: FC, PS

Choose Initial Variable...

Units:

Comment:

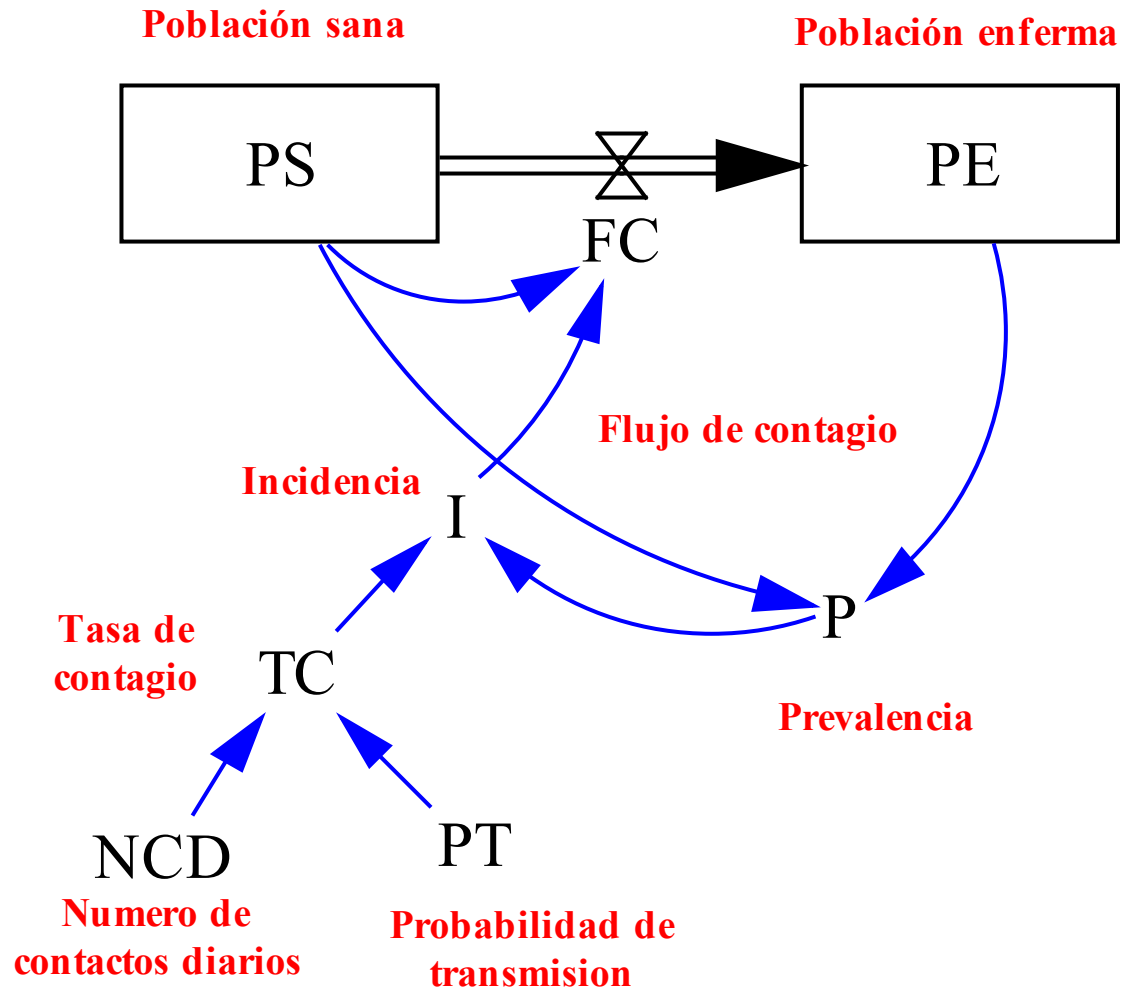
Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel

F. Morilla, Mayo 2004

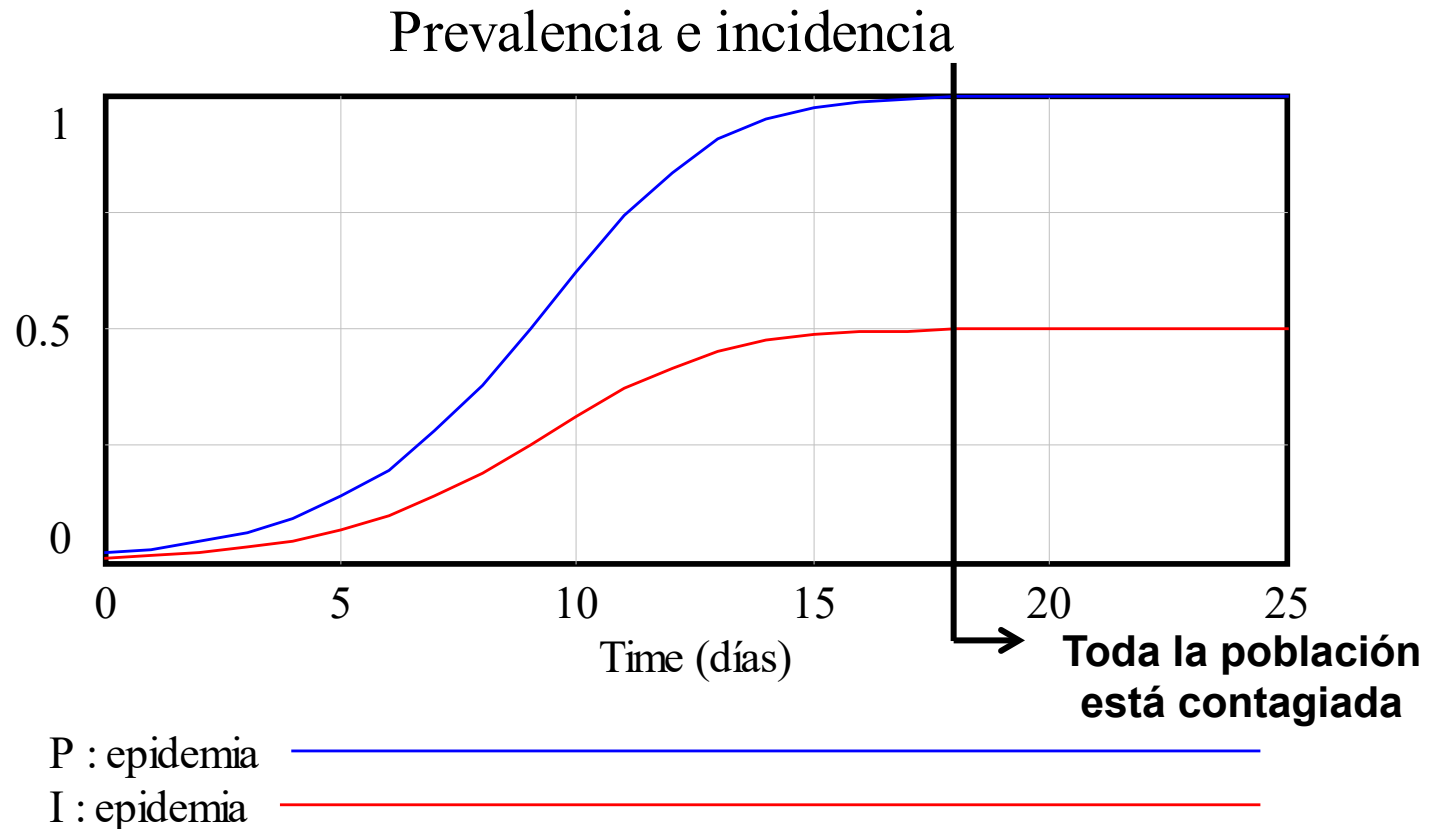
Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

Solución con el modelo típico



Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Resultados (no explícitos en el modelo simplificado) obtenidos con el modelo típico o con el modelo simplificado más cálculos de prevalencia e incidencia

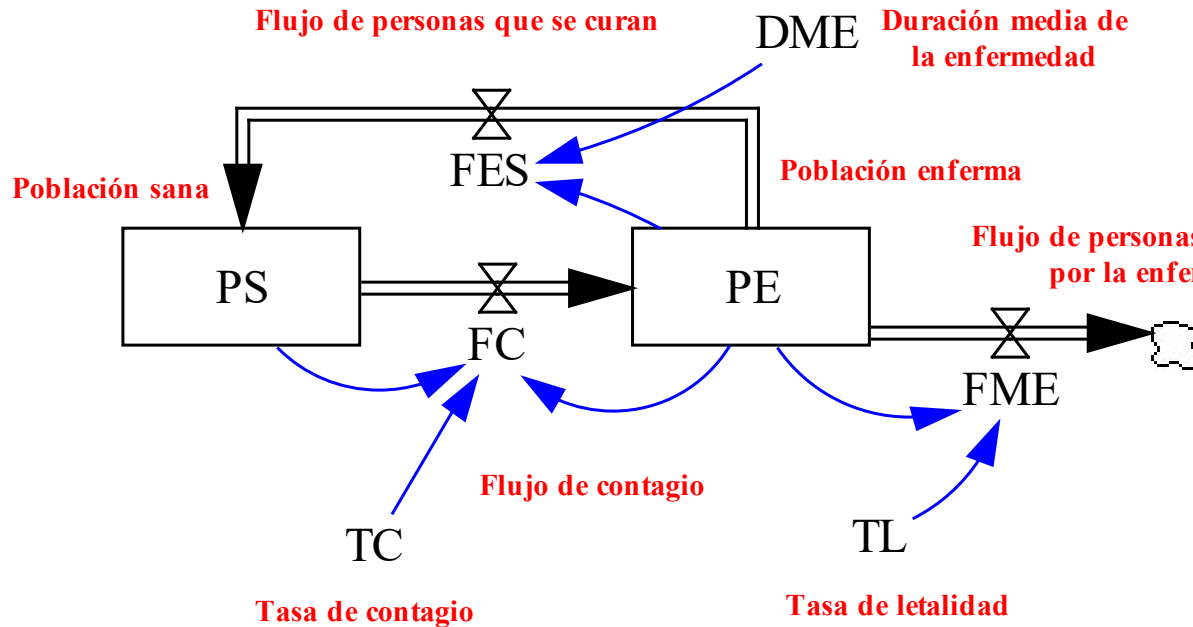


Propagación de enfermedades infecciosas: Ejercicio 2

- a) Ampliar el ejemplo anterior suponiendo que existe curación entre la población enferma, que ésta se produce por término medio a los cinco días, que no existe inmunidad permanente y por tanto puede existir reinfección
- b) Ampliar también suponiendo que existe una tasa de letalidad (tasa de mortalidad entre la población enferma) del 5%, es decir la población total deja de ser “constante”
- Evaluar la duración y consecuencias de la epidemia en (a) y (b)

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

Solución al Ejercicio 2



$$FC(t) = TC \frac{PE(t) PS(t)}{PE(t) + PS(t)}$$

$$FES(t) = \frac{PE(t)}{DME}$$

$$FME(t) = TL PE(t)$$

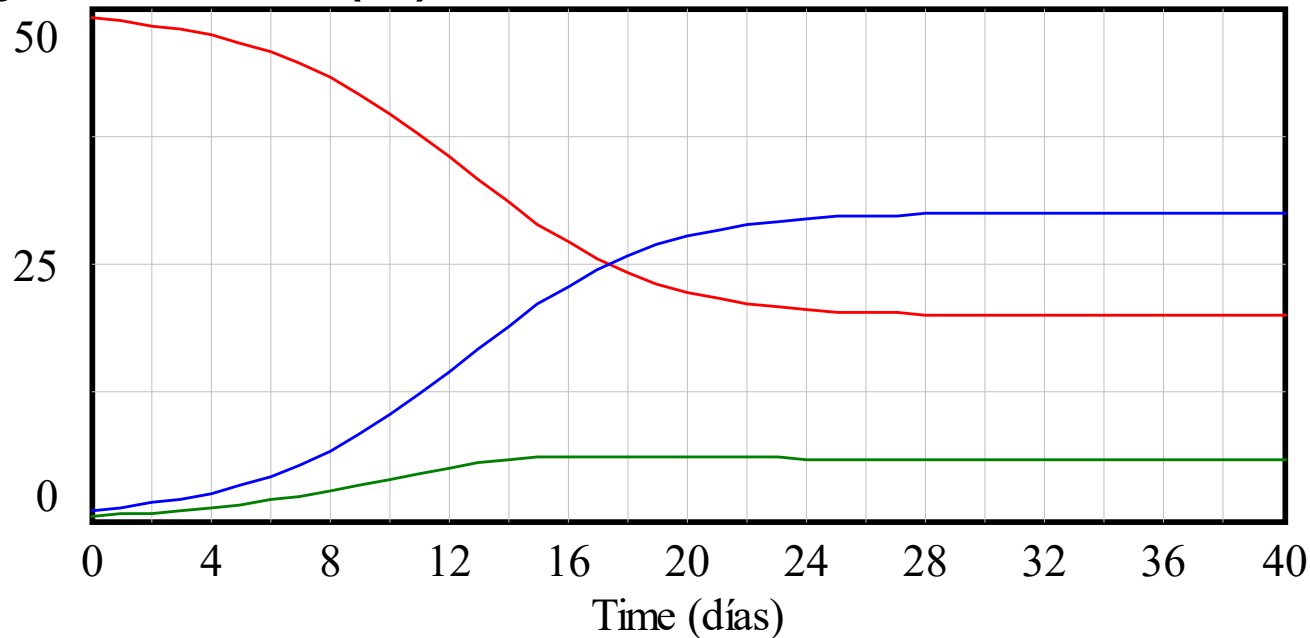
$$\frac{d PE(t)}{dt} = FC(t) - FES(t) - FME(t)$$

$$\frac{d PS(t)}{dt} = FES(t) - FC(t)$$

- Ampliado con:
 - Duración media de la enfermedad: DME=5
 - Tasa de letalidad del 5%

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Ejercicio 2(a): Resultados de la simulación



PE : epidemia3

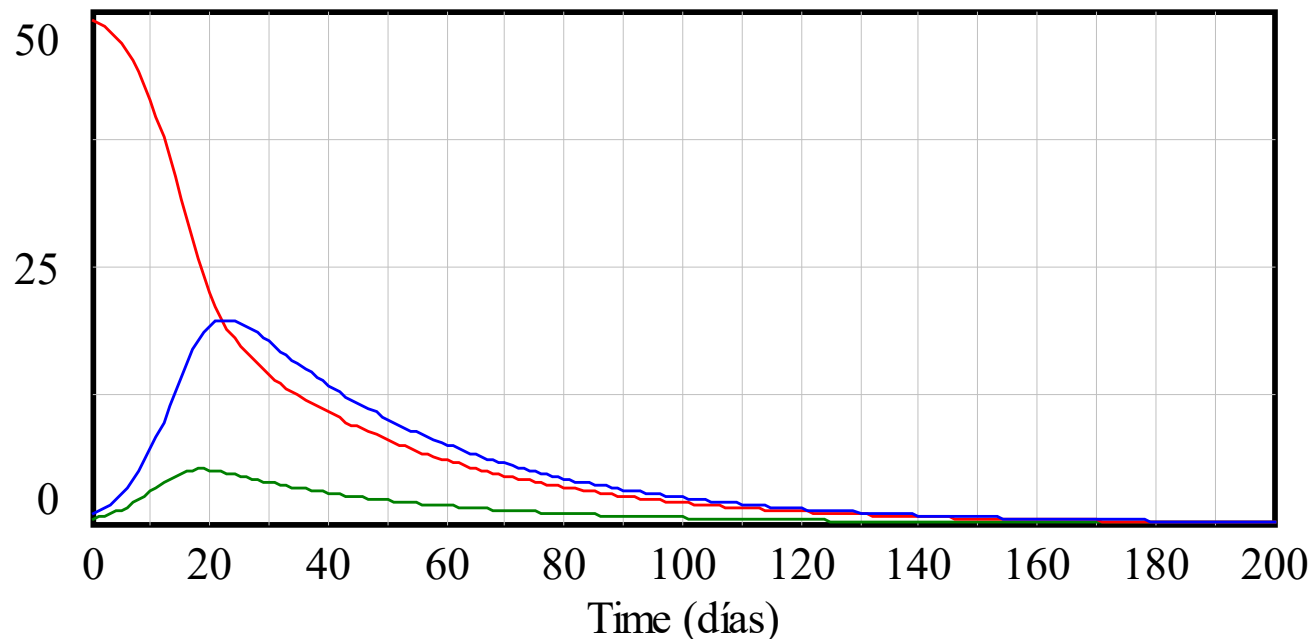
PS : epidemia3

FC : epidemia3

- Se alcanza una situación endémica (los contagios persisten indefinidamente) en aproximadamente 30 días

Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- Ejercicio 2(b): Resultados de la simulación

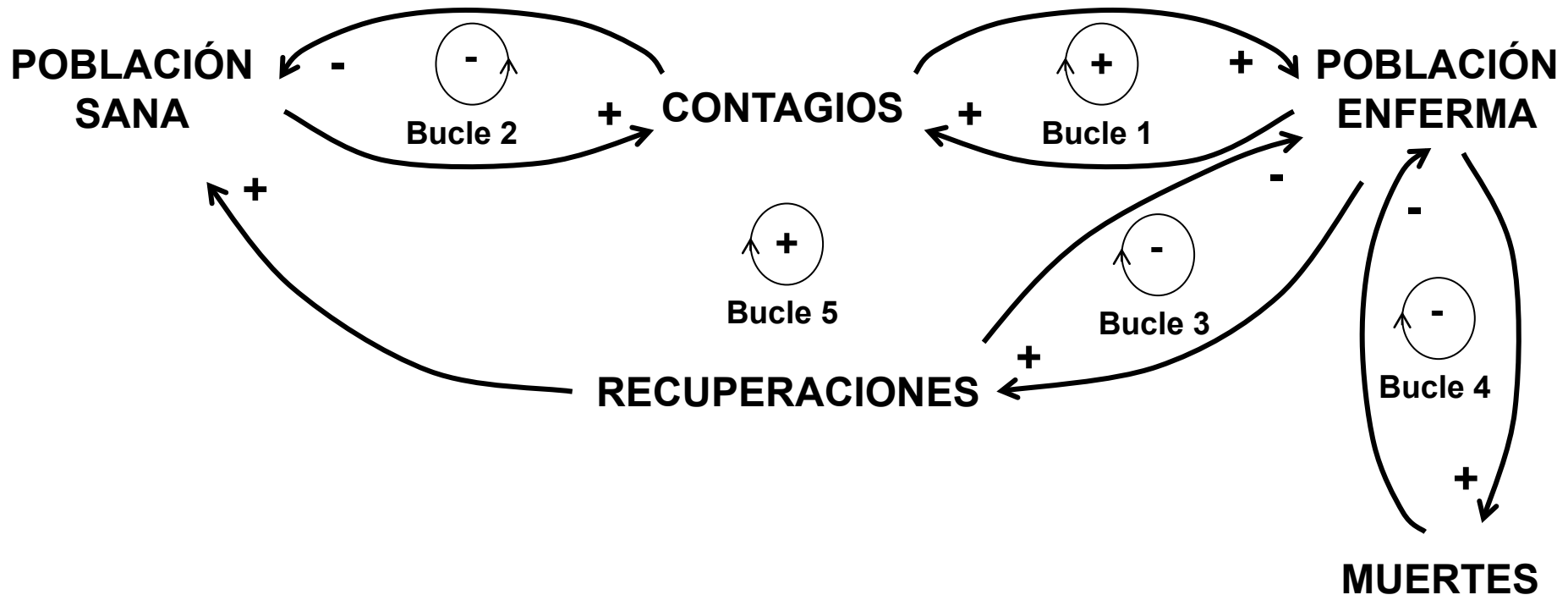


PE : epidemia3 —————
PS : epidemia3 —————
FC : epidemia3 —————

- Extinción: la enfermedad acaba con la población en aproximadamente 180 días

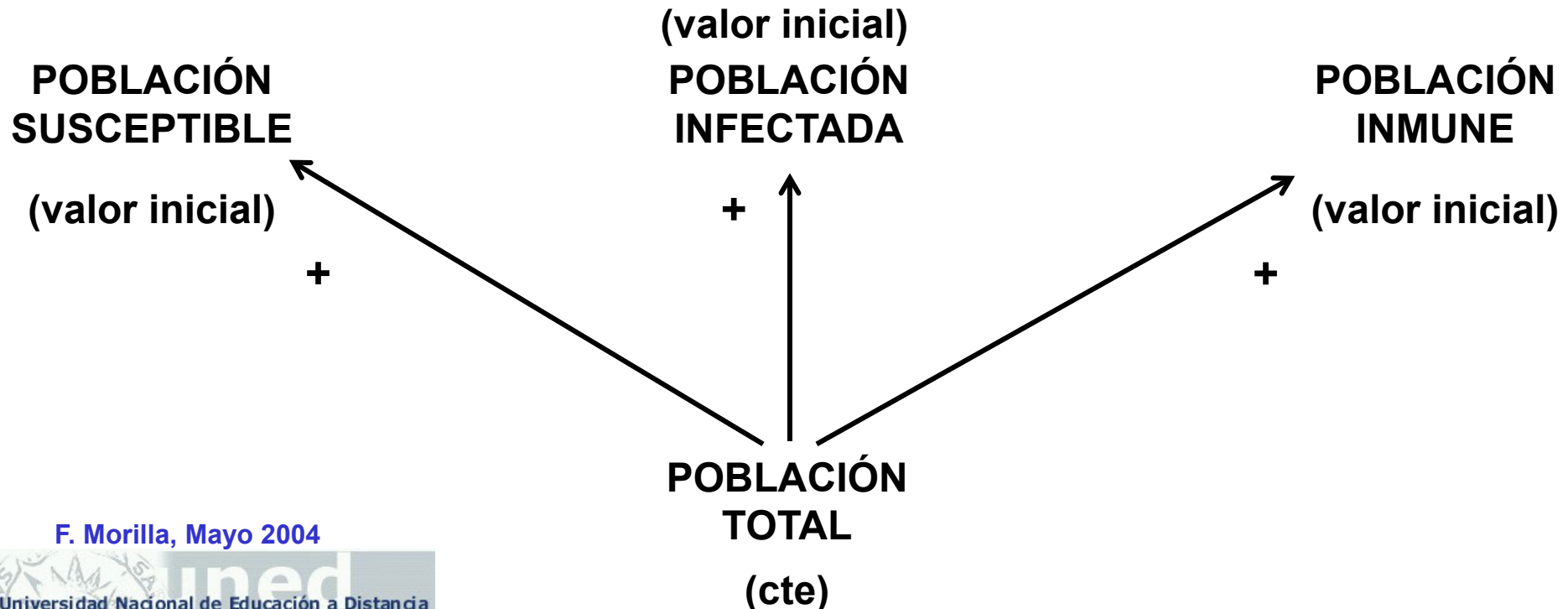
Propagación de enfermedades infecciosas (dos grupos de población)

- RESUMEN

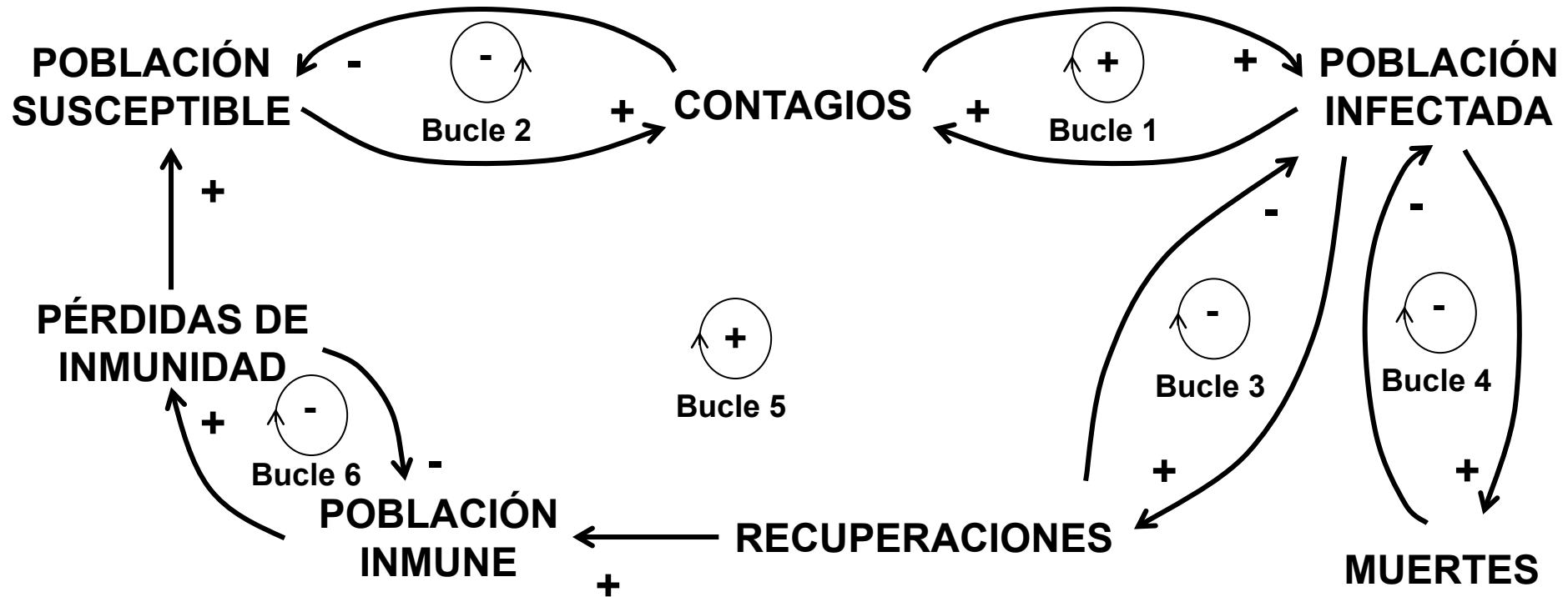


Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

- **Ampliación:** Las personas que enferman pasan un periodo de infección durante el cual pueden contagiar, pero luego mueren como consecuencia de la enfermedad o se vuelven inmunes. La inmunidad puede ser permanente o transitoria, en este segundo caso la población inmune vuelve a ser susceptible de contagio.



Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)



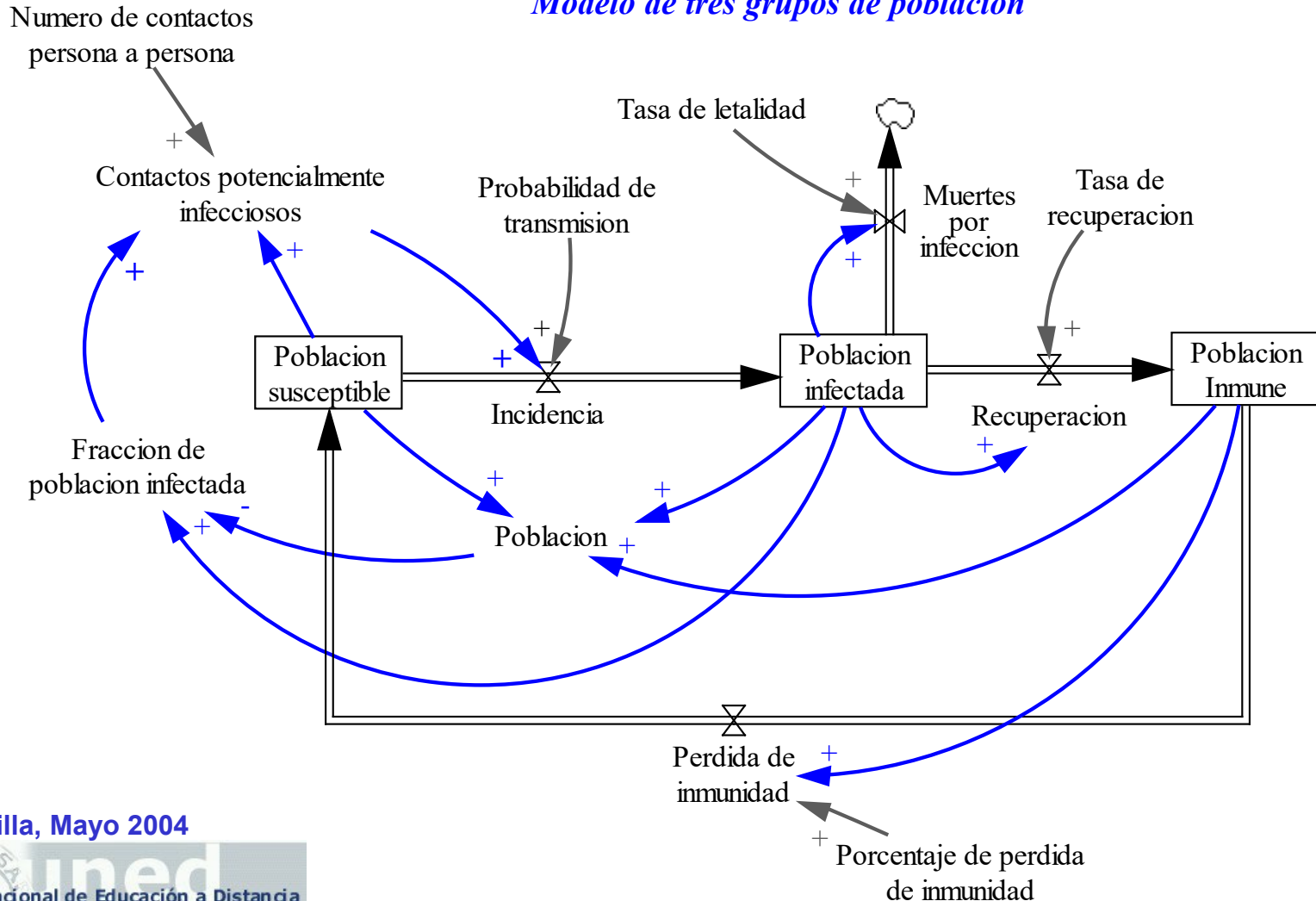
Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

- **Ejercicio 3.** Programar en Vensim el modelo de epidemia con tres grupos de población utilizando el siguiente conjunto de variables (ver esquema), datos y parámetros:
 - Susceptibles iniciales (500000)
 - Infectados iniciales (12)
 - Número de contactos persona a persona (10)
 - Probabilidad de transmisión (0.1)
 - Tasa de letalidad (0, 0.05)
 - Tasa de recuperación (0.2, 0.5)
 - Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%, 50%)

Propagación de enfermedades infecciosas: Ejercicio 3

Dinámica de una epidemia en una población cerrada

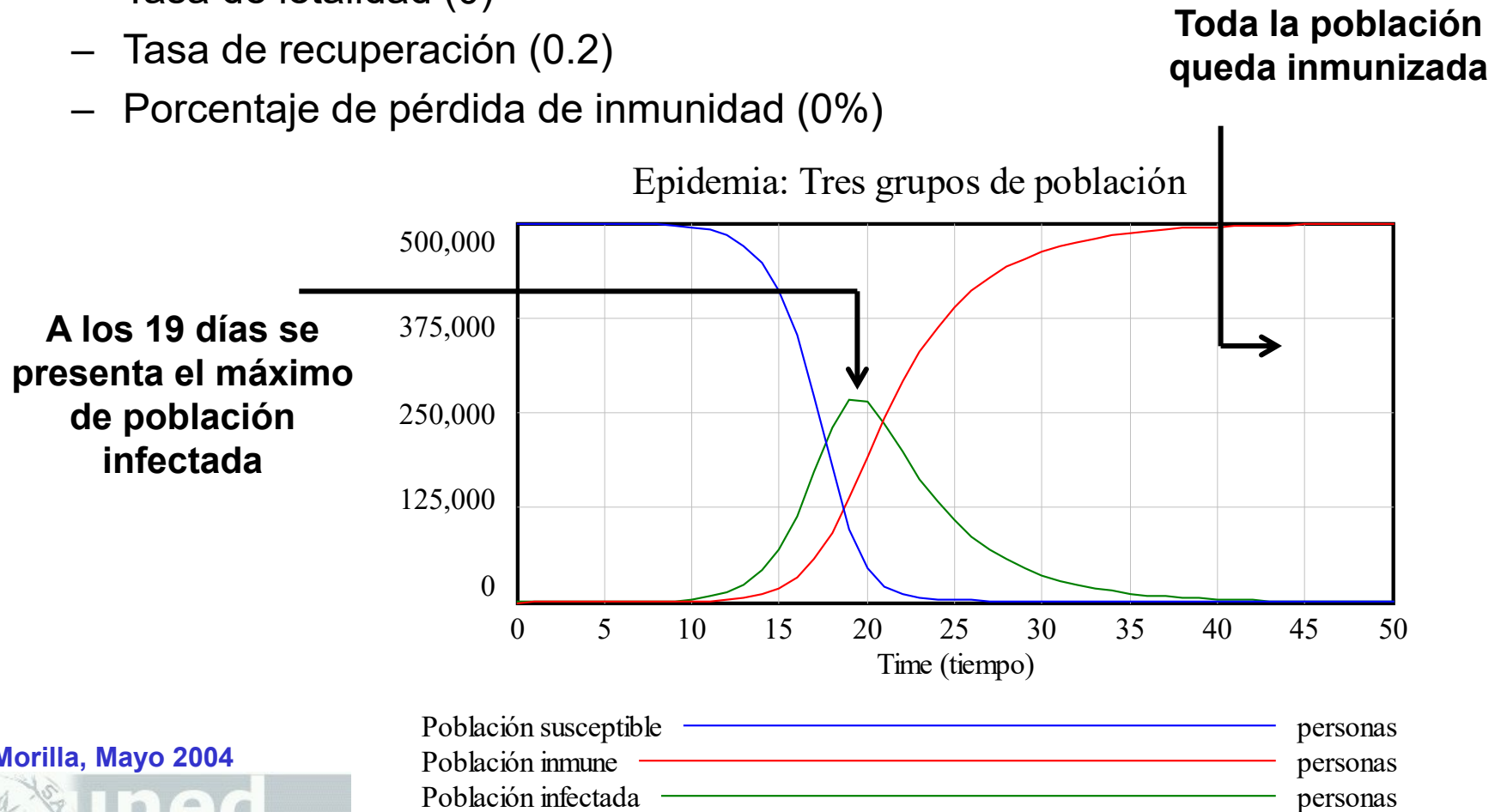
Modelo de tres grupos de población



Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%)



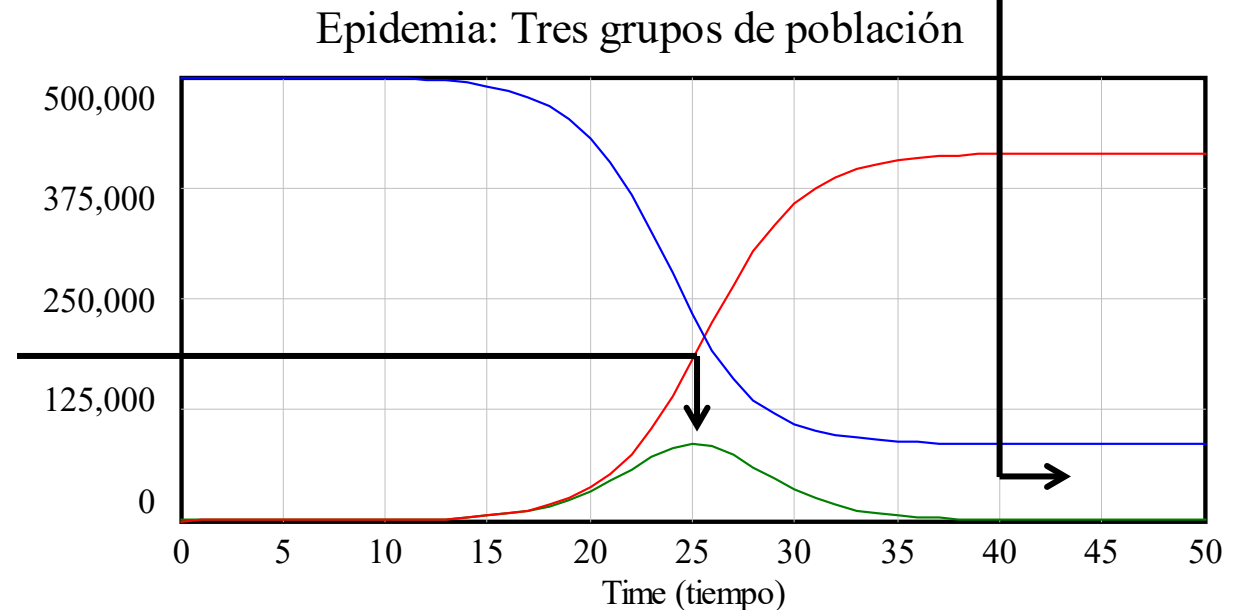
Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.5)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%)

Gran parte de la población queda inmunizada, el resto no ha sido infectada

A los 25 días se presenta el máximo de población infectada, de valor mucho menor que en el caso anterior



Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas

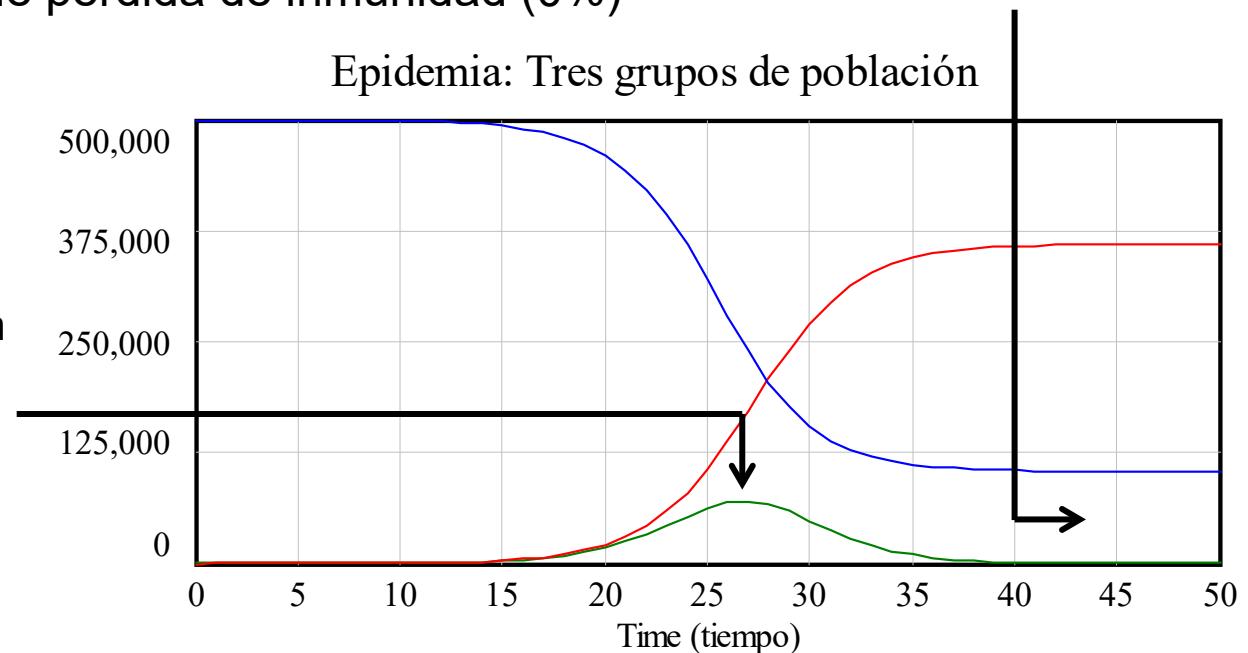
Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0.05)
- Tasa de recuperación (0.5)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%)

Gran parte de la población queda inmunizada, otra parte no ha sido infectada y el resto ha fallecido como consecuencia de la infección

El máximo de población infectada, de valor menor que en el caso anterior, se presenta más tarde



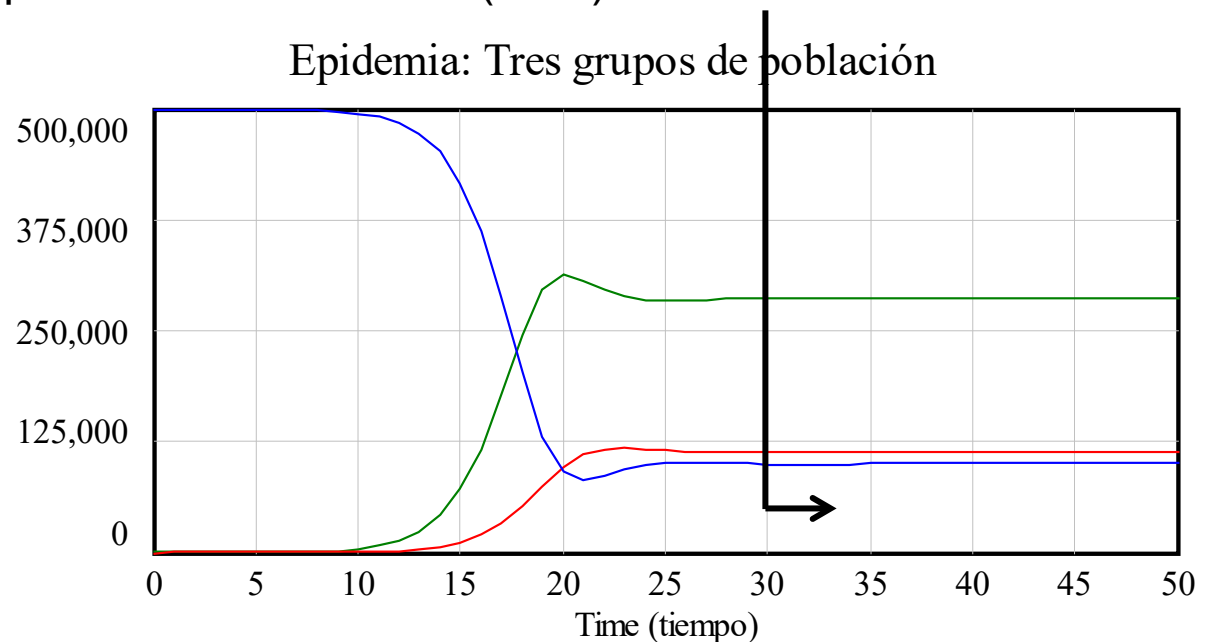
Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (50%)

En 30 días se ha alcanzado una situación endémica: conviven miembros de los tres grupos, estando en mayoría los infectados



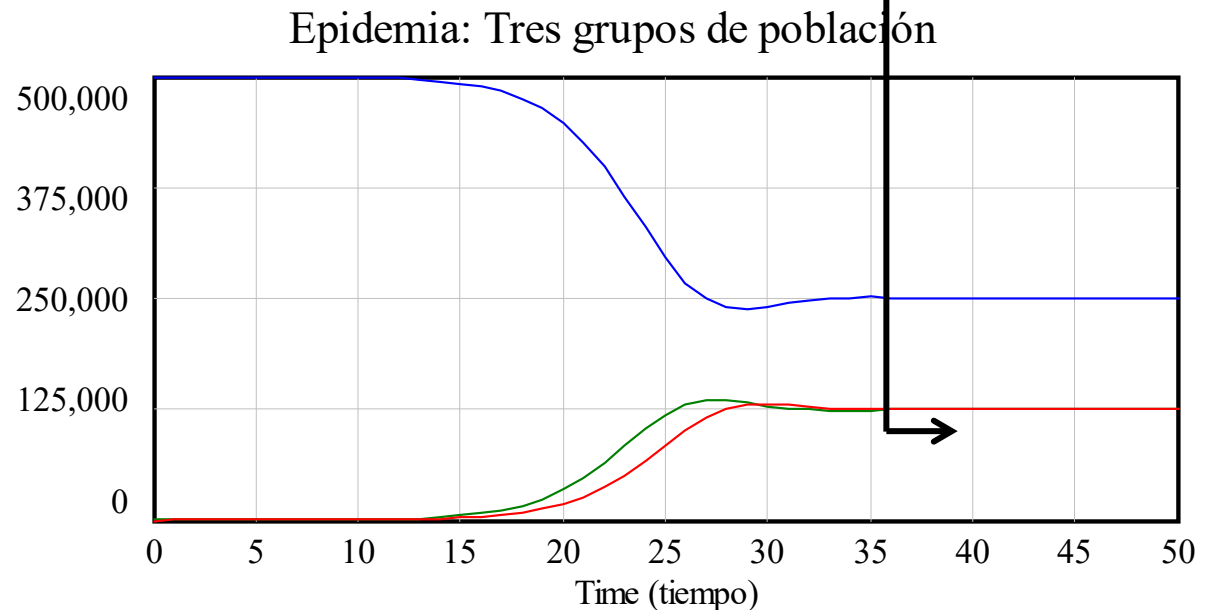
Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.5)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (50%)

La situación endémica tarda más tiempo en alcanzarse, estando en mayoría los susceptibles



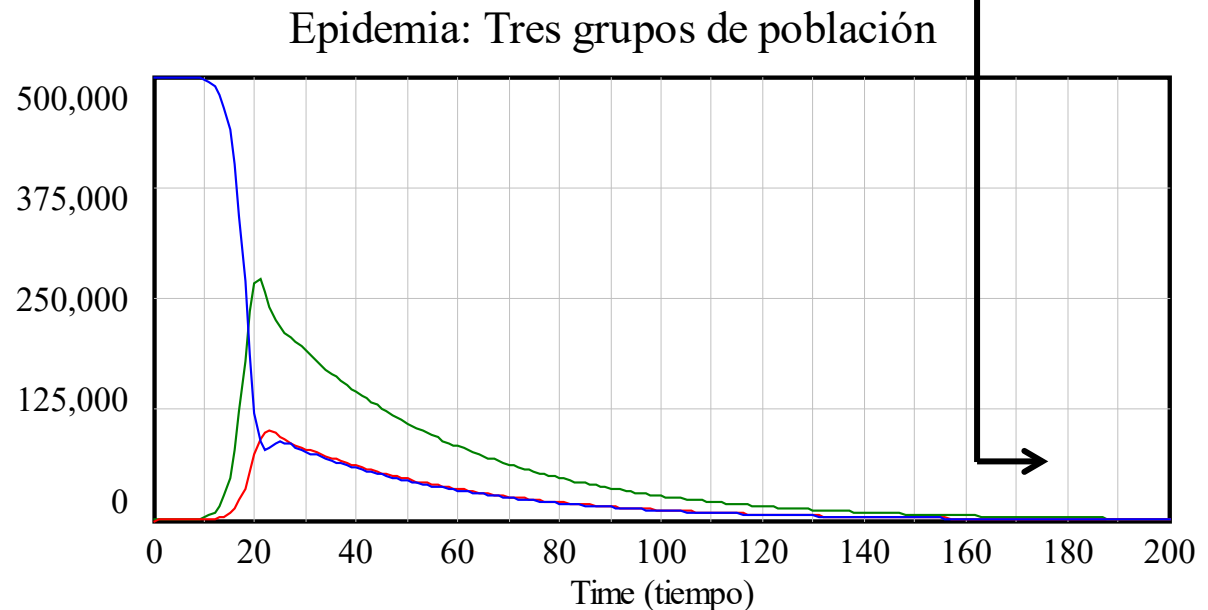
Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

• Ejercicio 3. Resultados con

- Tasa de letalidad (0.05)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (50%)

La infección consigue extinguir a la población



Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (tres grupos de población)

- **Ejercicio 3. Resumen de resultados**

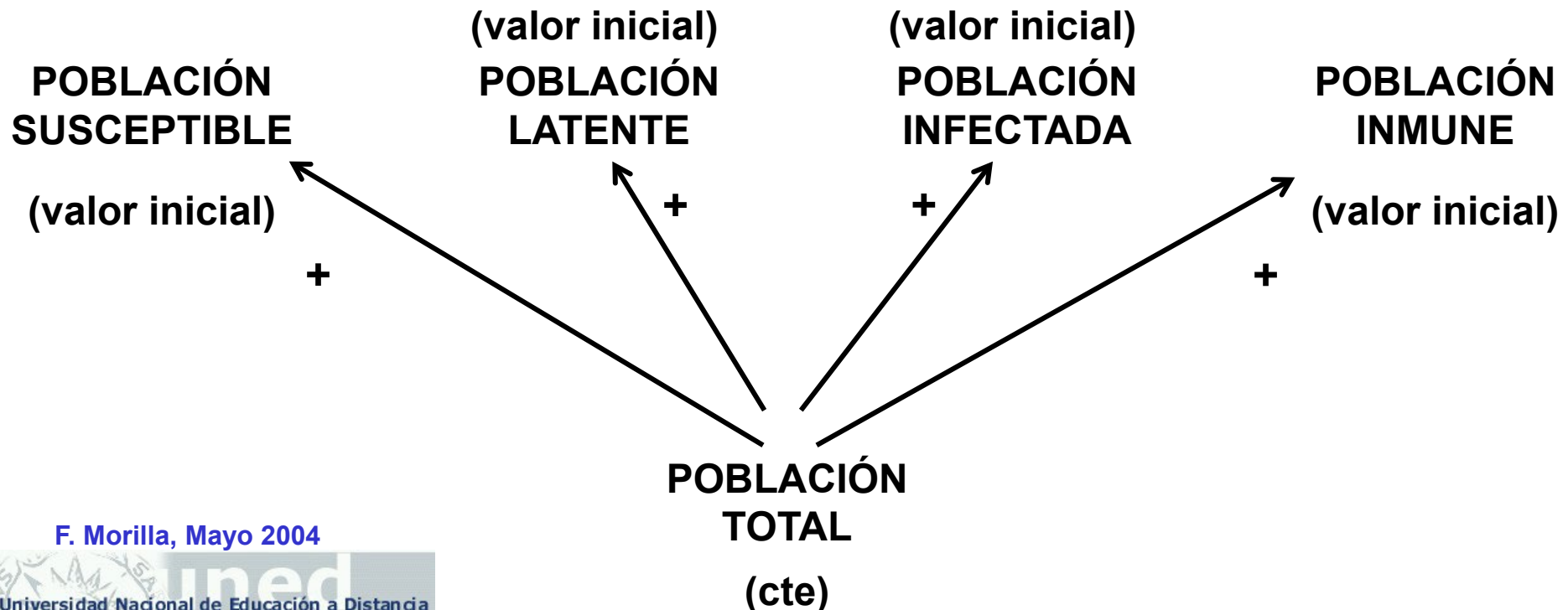
- La propagación de la infección depende del producto de tres parámetros, que se pueden englobar en uno sólo. El factor R_0 : número de casos nuevos por huésped infectado,

$$R_0 = \frac{\text{Número de contactos persona a persona} * \text{Probabilidad de transmisión}}{\text{Tasa de recuperación}}$$

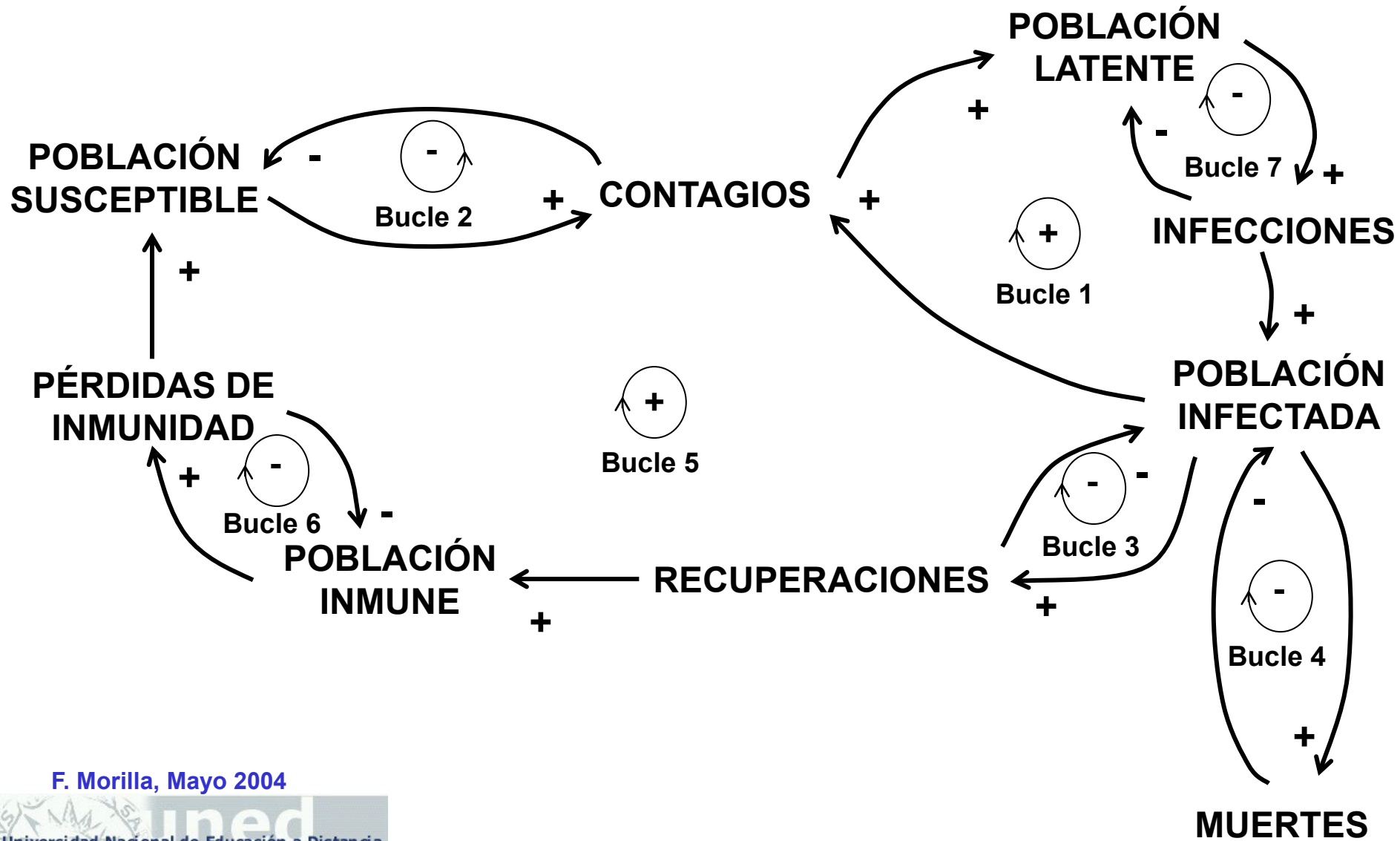
- Cuanto mayor sea el valor de R_0 , más rápida es la propagación y mayor parte de la población susceptible habrá sido infectada. En los casos anteriores tenemos $R_0=5$ y $R_0=2$.
- Si hay pérdida de inmunidad se puede presentar una situación endémica, con predominio de la población infectada si R_0 es alto o de la población susceptible si R_0 es bajo.
- Si además de pérdida de inmunidad hay letalidad, la infección conseguirá extinguir a la población.

Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

- **Nueva ampliación:** La enfermedad se pone de manifiesto después de un periodo de latencia, durante el cual las personas afectadas aún no contagian la enfermedad.



Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)



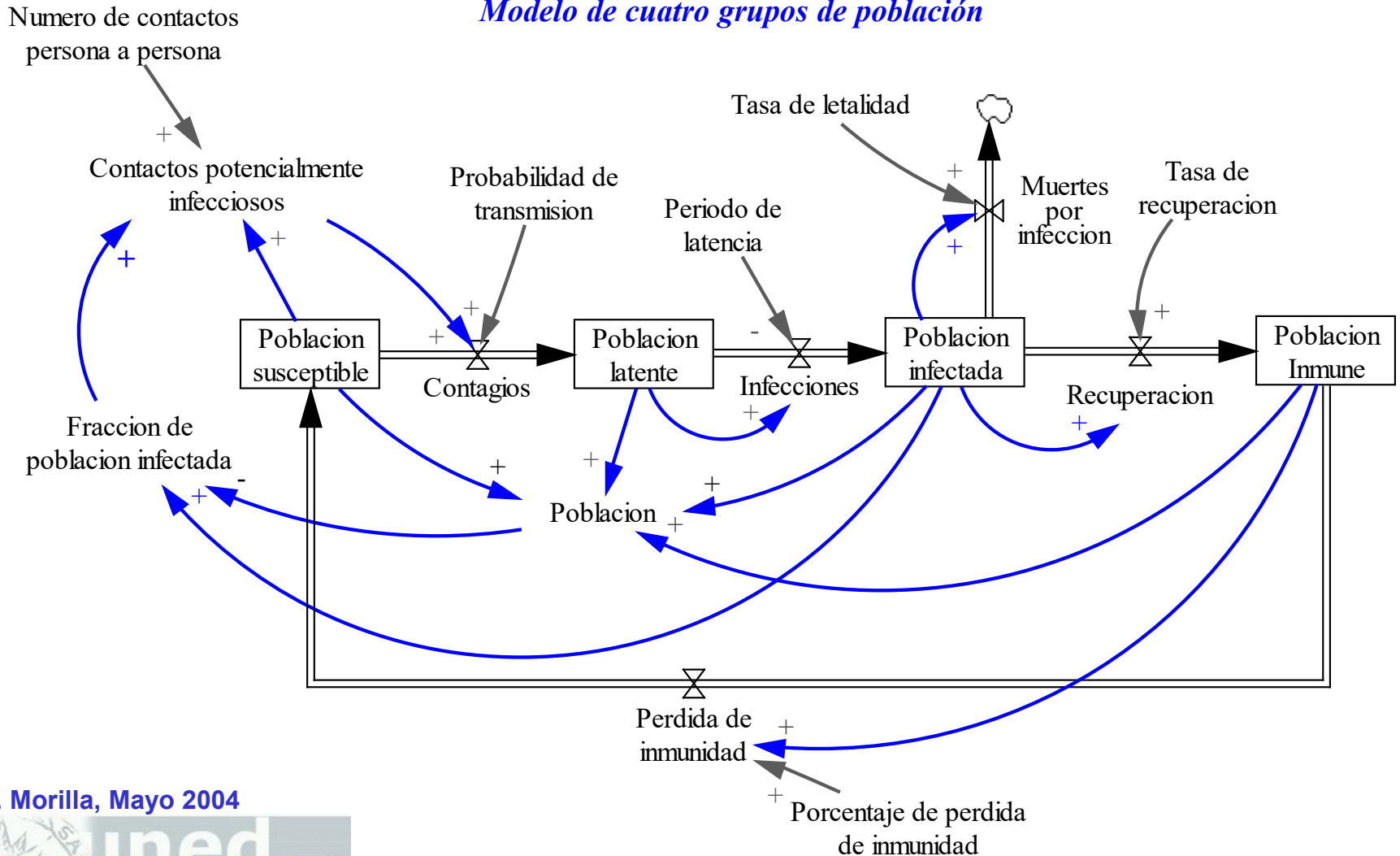
Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

- **Ejercicio 4.** Ampliar el modelo de epidemia en Vensim a cuatro grupos de población utilizando el siguiente conjunto de variables (ver esquema), datos y parámetros:
 - Susceptibles iniciales (500000)
 - Infectados iniciales (12)
 - Número de contactos persona a persona (10)
 - Probabilidad de transmisión (0.1)
 - Tasa de letalidad (0, 0.05)
 - Tasa de recuperación (0.2, 0.5)
 - Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%, 50%)
 - Periodo de latencia (2)

Propagación de enfermedades infecciosas: Ejercicio 4

Dinámica de una epidemia en una población cerrada

Modelo de cuatro grupos de población

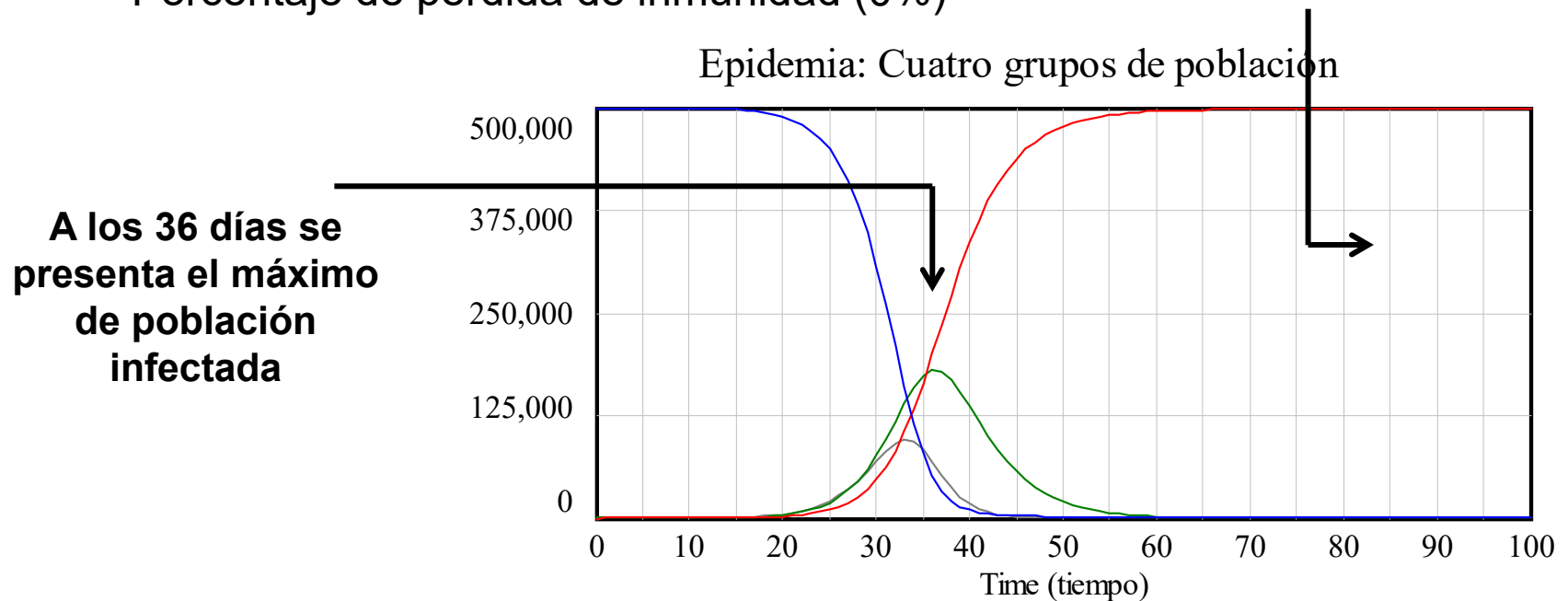


Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

• Ejercicio 4. Resultados con

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (0%)

Toda la población queda inmunizada

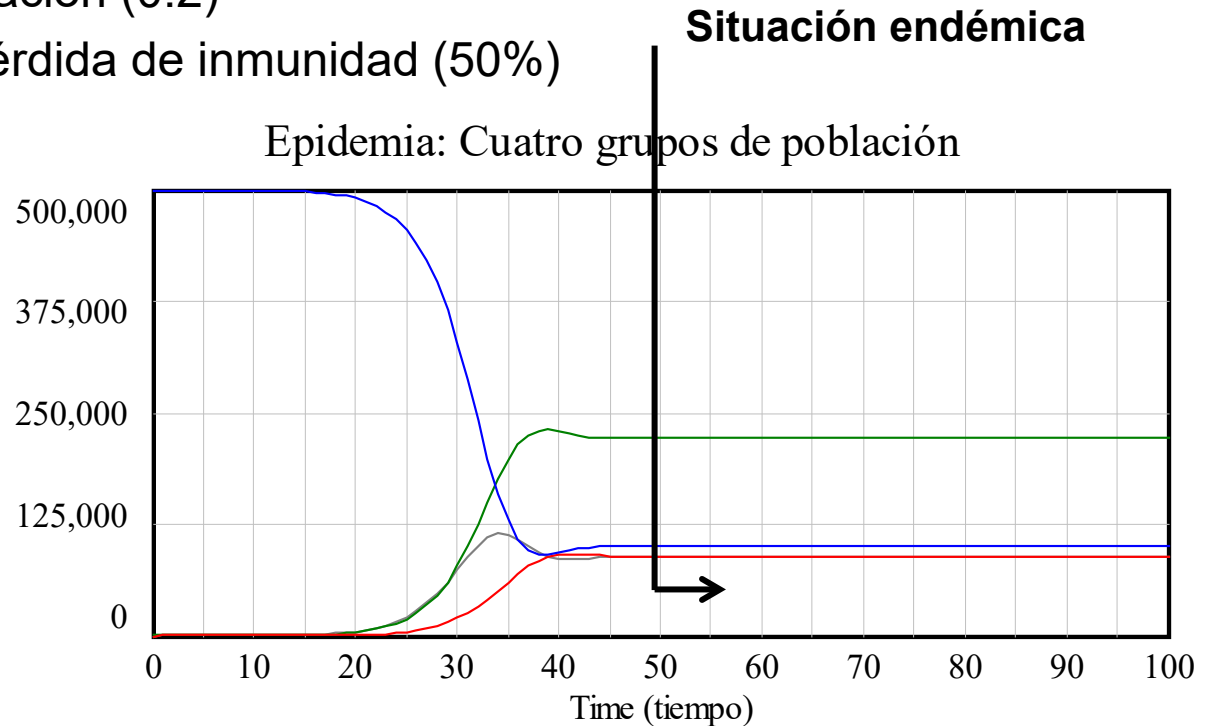


Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas
Población latente ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

- **Ejercicio 4. Resultados con**

- Tasa de letalidad (0)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (50%)



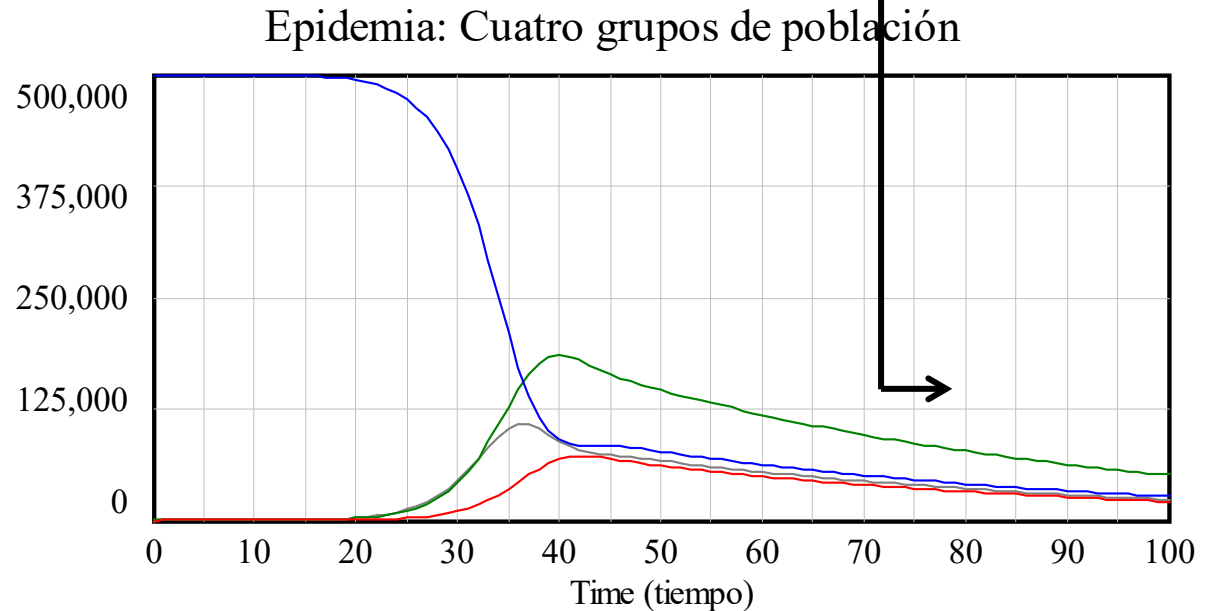
Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas
Población latente ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

- **Ejercicio 4. Resultados con**

- Tasa de letalidad (0.05)
- Tasa de recuperación (0.2)
- Porcentaje de pérdida de inmunidad (50%)

La infección conseguirá extinguir a la población



Población susceptible ————— personas
Población inmune ————— personas
Población infectada ————— personas
Población latente ————— personas

Propagación de enfermedades infecciosas (cuatro grupos de población)

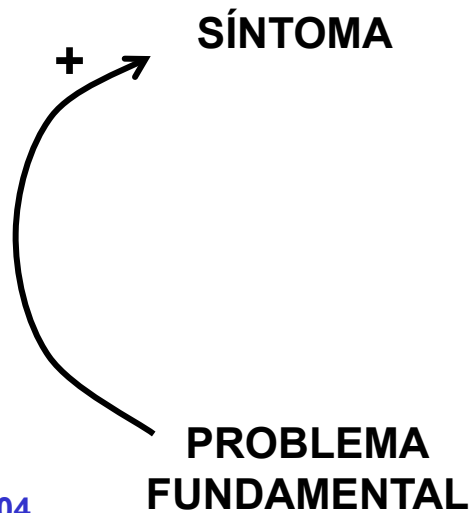
- **Ejercicio 4. Resumen de resultados**
 - La DINÁMICA de la propagación de la infección es similar al modelo de tres grupos de población pero algo más lenta.
 - El factor R_0 influye de la misma forma.
 - Si hay pérdida de inmunidad se puede presentar una situación endémica, con predominio de la población infectada si R_0 es alto o de la población susceptible si R_0 es bajo.
 - Si además de pérdida de inmunidad hay letalidad, la infección conseguirá extinguir a la población.

Adicción a los medicamentos

- Es un caso particular del arquetipo de la adicción
- La adicción se presenta cuando:
 - Hay un síntoma problemático (ej. Estrés) que requiere atención
 - El síntoma esta generado por un problema cuya solución es difícil o no se conoce bien
 - Se tratan los síntomas en lugar del problema
 - Se obtienen éxitos a corto plazo, pero el problema fundamental sigue subyacente

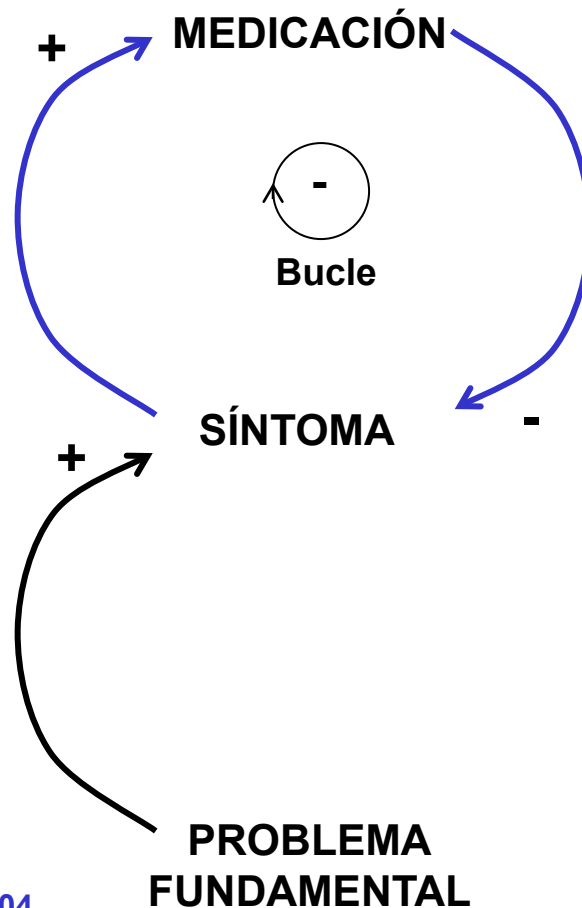
Adicción a los medicamentos

- Problema fundamental y síntoma



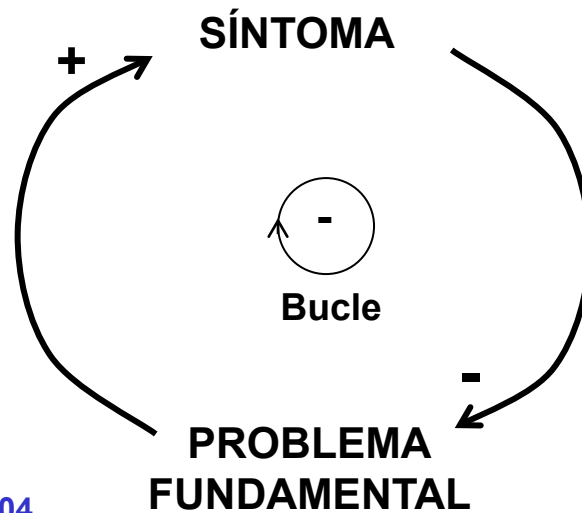
Adicción a los medicamentos

- Solución sintomática



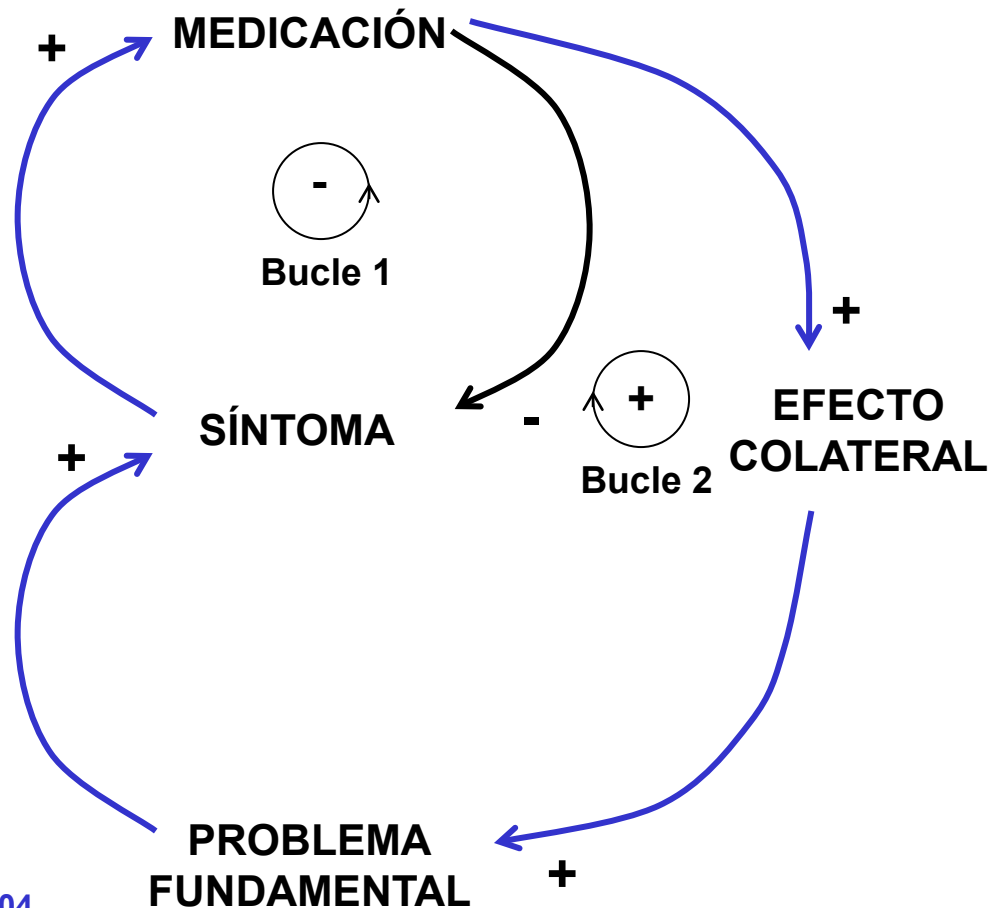
Adicción a los medicamentos

- Solución fundamental



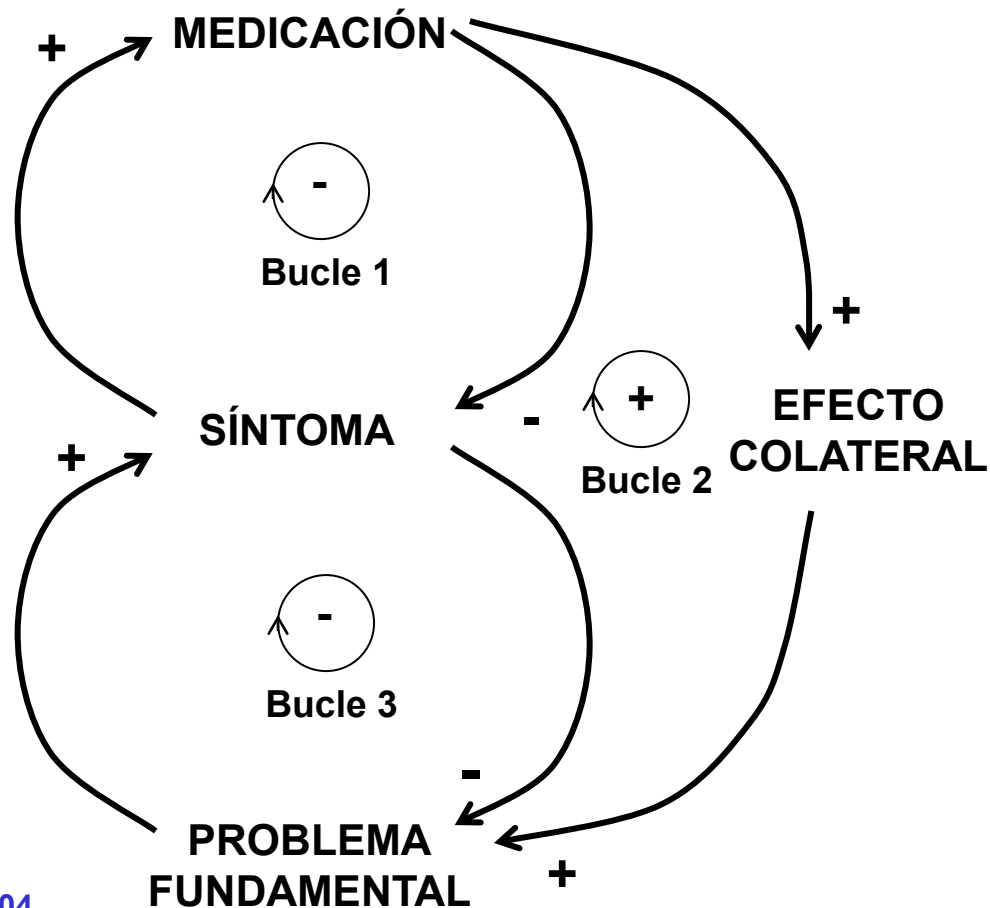
Adicción a los medicamentos

- Efecto colateral



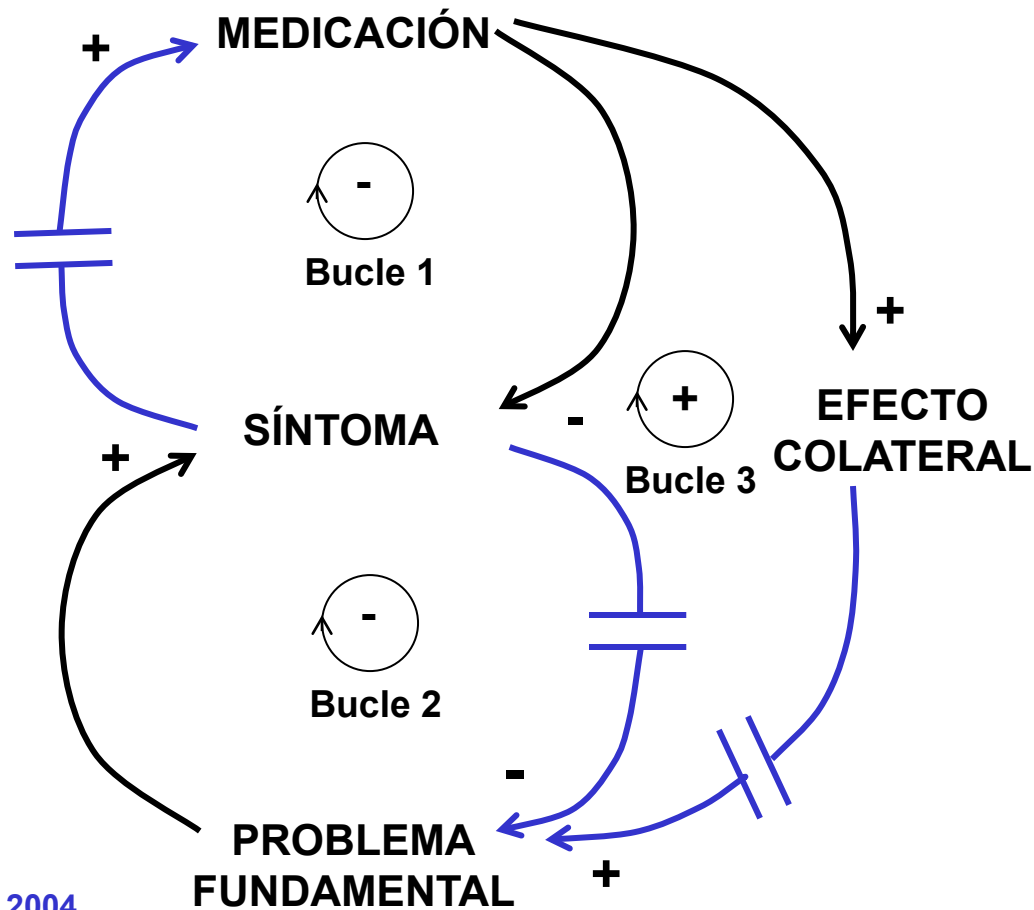
Adicción a los medicamentos

- Diagrama de influencias típico



Adicción a los medicamentos

- Retraso en todas las decisiones



Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Problema fundamental :
 - TRABAJO
- Síntoma :
 - ESTRÉS
- Tratamiento fácil :
 - Ingestión de FÁRMACOS
- Tratamiento adecuado :
 - Reducir el TRABAJO

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 1 basado en las hipótesis:
 - La ingestión de fármacos, que permite reducir el estrés, es proporcional al estrés del día anterior
 - El estrés es directamente proporcional al trabajo, pero sólo se presenta cuando éste supera un cierto umbral
 - El trabajo es una imposición, sobre la que el individuo no tiene poder de decisión

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Formulación matemática del modelo 1

$$\text{FARM}(t) = \text{TIF} \text{ EST}(t-1)$$

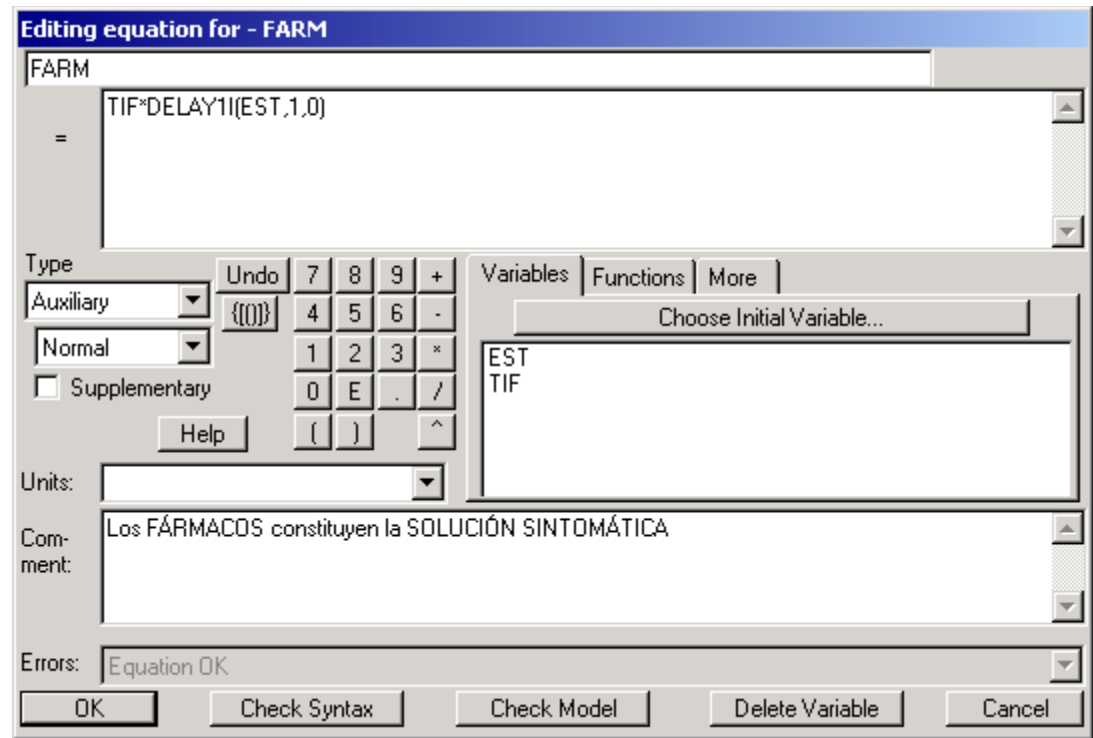
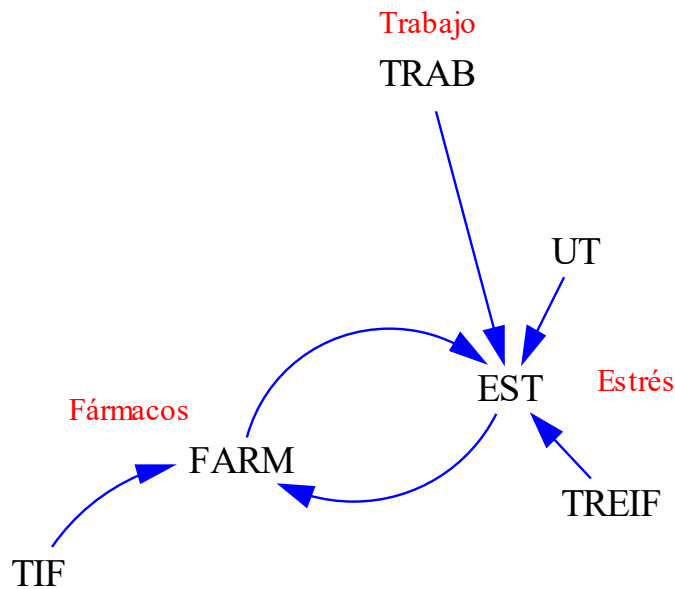
$$\text{EST}(t) = \text{MAX}(\text{TRAB}(t) - \text{UT} - \text{TREIF} \text{ FARM}(t), 0)$$

- Diccionario de variables:

- TRAB : Trabajo
- EST : Estrés
- FARM : Fármacos
- UT : Umbral de trabajo a partir del cual se presenta el estrés
- TIF : Tasa de ingestión de fármacos
- TREIF : Tasa de reducción del estrés por ingestión de fármacos

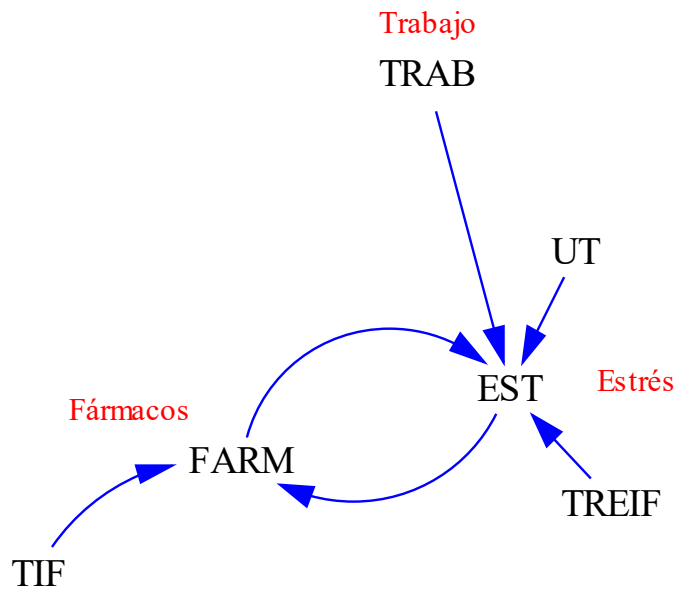
Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 1 (solución sintomática) en Vensim



Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 1 (solución sintomática) en Vensim



Editing equation for - EST

EST

= MAX(TRAB-UT-(TREIF*FARM), 0)

Type: Auxiliary

Normal

Supplementary

Units:

Comment: EI ESTRÉS es el SÍNTOMA

Errors: Equation OK

Buttons: OK, Check Syntax, Check Model, Delete Variable, Cancel

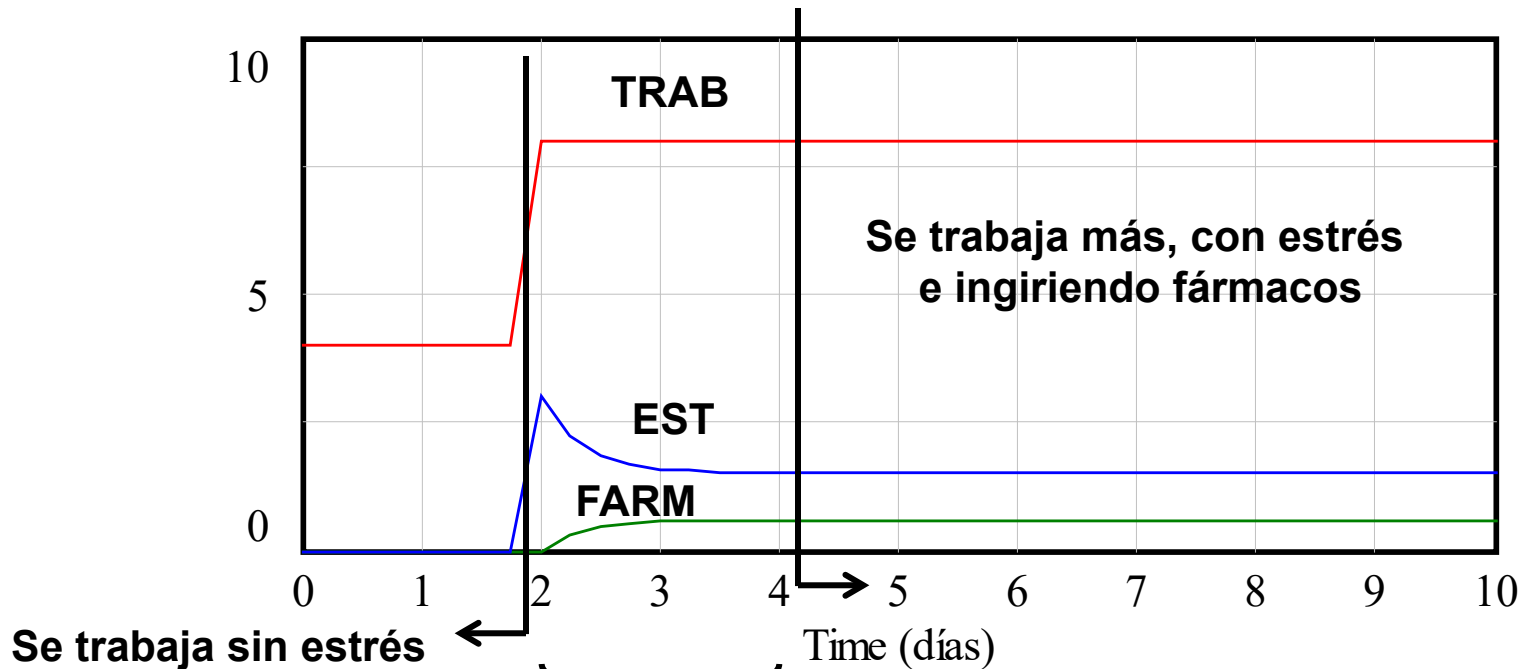
Variables list: FARM, TRAB, TREIF, UT

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Caso concreto con el modelo 1
 - Parámetros del modelo
 - Umbral de trabajo para el estrés: $UT = 5$
 - Tasa de ingestión de fármacos: $TIF = 0.4$
 - Tasa de reducción del estrés por los fármacos: $TREIF = 2.5$
 - El trabajo que inicialmente tiene un valor mantenido de 4 unidades pasa bruscamente a 8 en el segundo día
- Parámetros de simulación
 - Los adecuados para evaluar cuándo se presenta el síntoma, cómo se ha tratado de solucionar y si se ha solucionado

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Resultados con el Modelo 1



EST : TrabEst_1
TRAB : TrabEst_1
FARM : TrabEst_1

Se presenta trabajo adicional, que genera el estrés y éste se intenta paliar con los fármacos

Adicción a los medicamentos: Ejercicio 5

- Reproducir en Vensim el modelo y los resultados del ejemplo de solución sintomática anteriormente comentado

$$\text{FARM}(t) = \text{TIF} \text{ EST}(t-1)$$

$$\text{EST}(t) = \text{MAX}(\text{TRAB}(t) - \text{UT} - \text{TREIF} \text{ FARM}(t), 0)$$

- Probar el modelo en otras condiciones de trabajo o de medicación, interpretando siempre los resultados

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 2, modificación del modelo 1 para incluir:
 - El efecto colateral, debido a que la ingestión de fármacos predispone al individuo a aceptar, pero no de forma inmediata, más trabajo
- Nuevas de variables:
 - FT : Flujo de trabajo
 - CSAT : Capacidad subjetiva para aceptar más trabajo
 - TAT : Tasa para decidir el aumento de trabajo

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 2 (solución sintomática+efecto colateral) formulación matemática:

$$\text{FARM}(t) = \text{TIF} \text{ EST}(t-1)$$

$$\text{EST}(t) = \text{MAX} (\text{TRAB}(t) - \text{UT} - \text{TREIF} \text{ FARM}(t), 0)$$

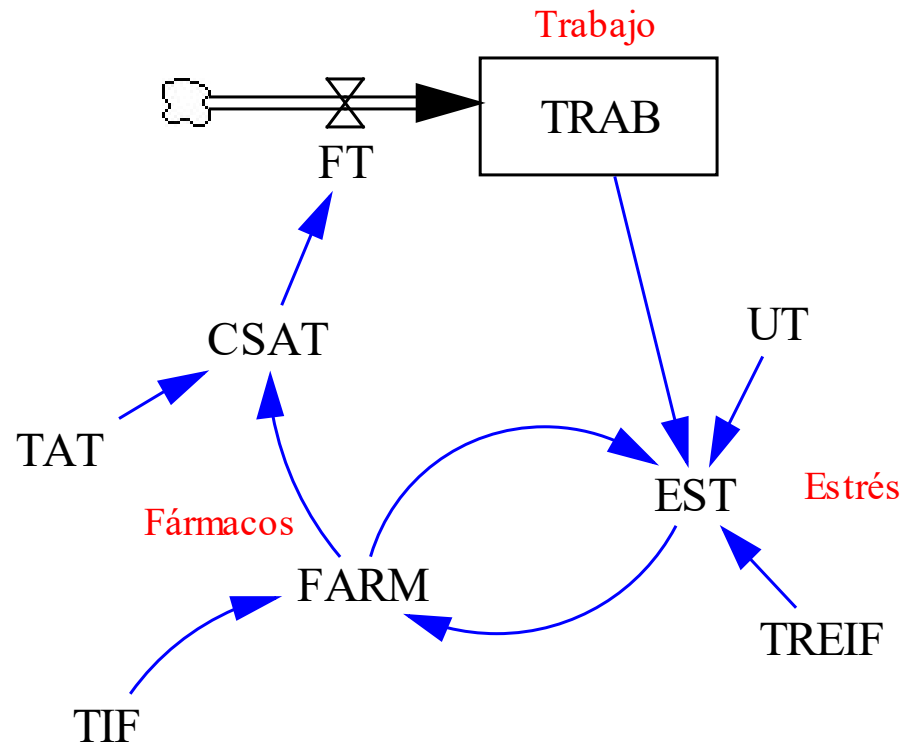
$$\text{CSAT} = \text{TAT} \text{ FARM}(t)$$

$$\text{FT}(t) = \text{CSAT}(t-3)$$

$$\frac{d \text{TRAB}(t)}{dt} = \text{FT}(t)$$

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 2 (solución sintomática+efecto colateral) en Vensim

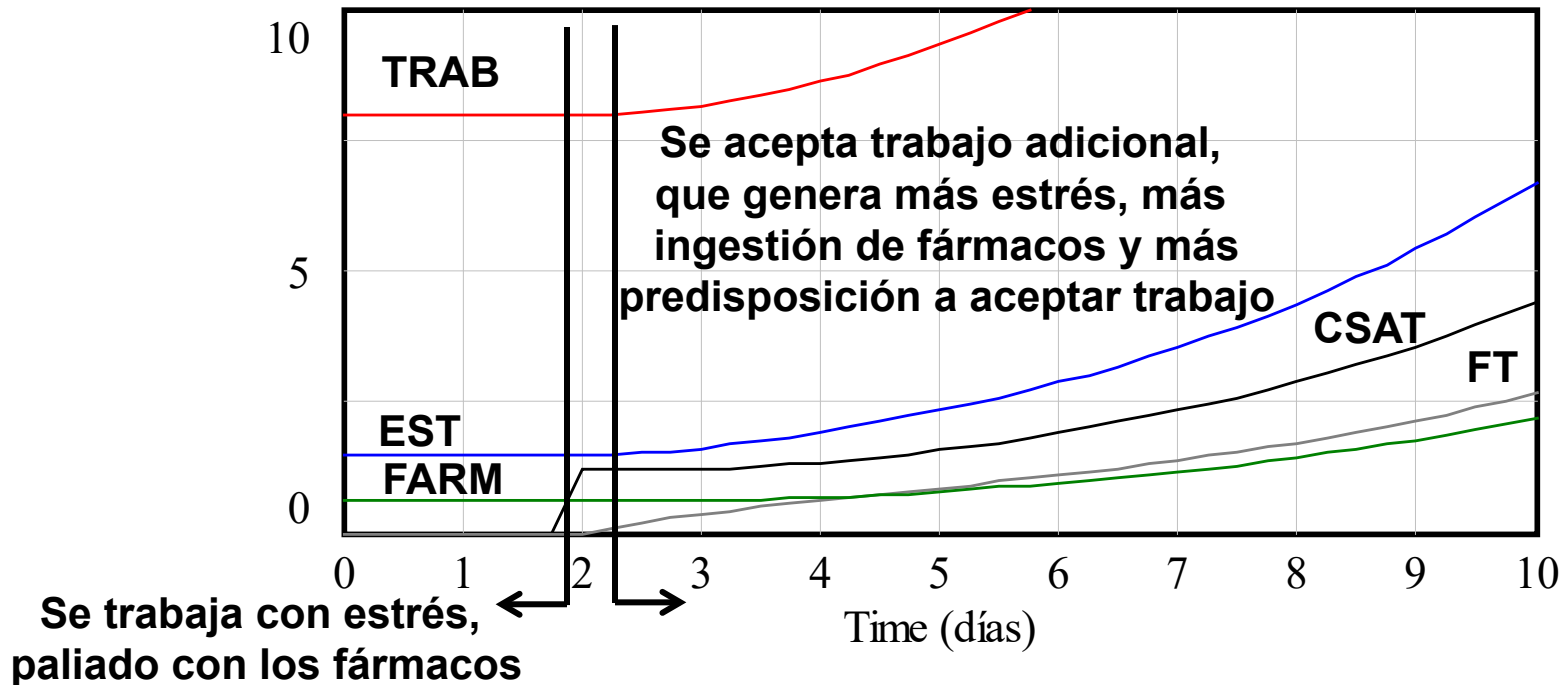


Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Caso concreto con el modelo 2
 - Parámetros del modelo
 - Umbral de trabajo para el estrés: $UT = 5$
 - Tasa de ingestión de fármacos: $TIF = 0.4$
 - Tasa de reducción del estrés por los fármacos: $TREIF = 2.5$
 - El trabajo inicial de 8 unidades que se soporta con 1.5 estrés aliviado por la ingestión de 0.6 fármacos
 - La tasa sobre aumento de trabajo, que inicialmente es nula, pasa bruscamente a valer 2 en el segundo día
- Parámetros de simulación
 - Los adecuados para evaluar cómo evoluciona el síntoma y el problema fundamental

Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Resultados con el Modelo 2



EST : TrabEst_2
TRAB : TrabEst_2
FARM : TrabEst_2
FT : TrabEst_2
CSAT : TrabEst_2

Adicción a los medicamentos: Ejercicio 6

- Reproducir en Vensim el modelo y los resultados del ejemplo de solución sintomática + efecto colateral anteriormente comentado
- Probar el modelo en otras condiciones de trabajo o de medicación, interpretando siempre los resultados

Ejemplo de adicción a los medicamentos

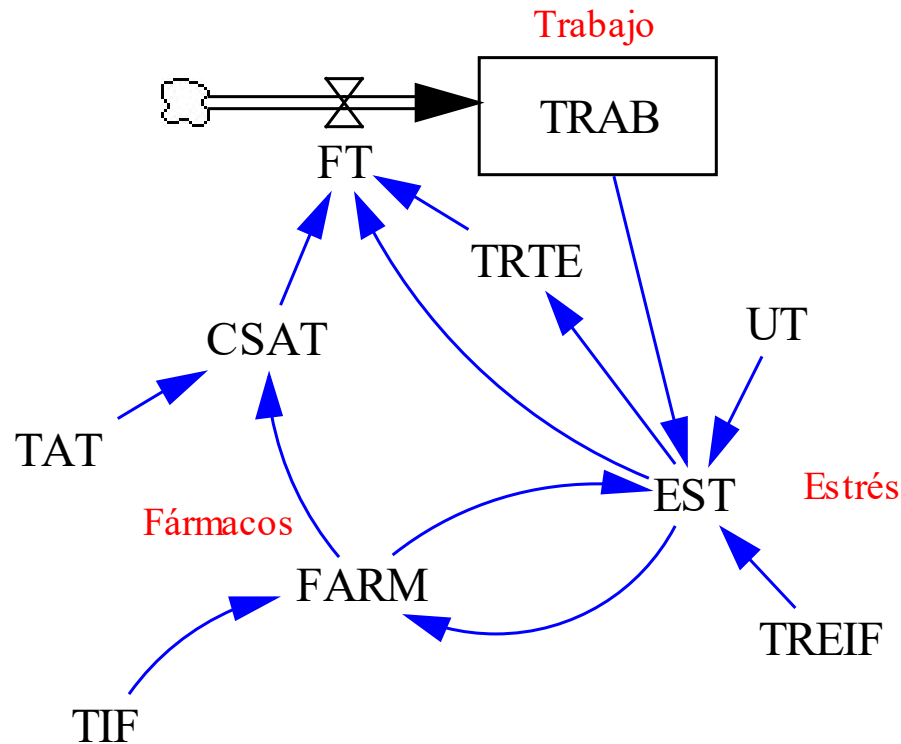
- Modelo 3, modificación del modelo 2 para incluir:
 - La solución fundamental, es decir, la reducción del trabajo en función del estrés
- Nueva variable:
 - TRTE : Tasa de reducción del trabajo en función del estrés
- Nuevas ecuaciones

$$\text{TRTE}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{EST}(t) < 2.5 \\ 4 & \text{si } \text{EST}(t) \geq 2.5 \end{cases}$$

$$\text{FT}(t) = \text{CSAT}(t - 3) - \text{TRTE}(t) \text{EST}(t)$$

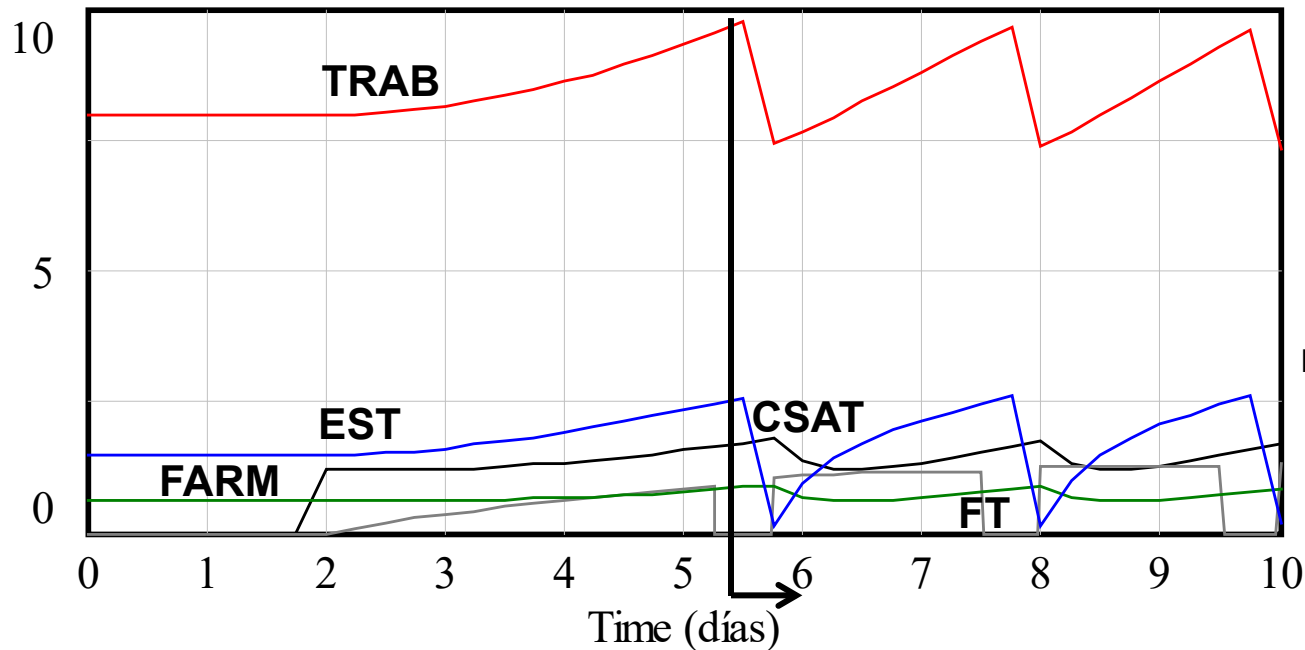
Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Modelo 3 (solución sintomática+efecto colateral+solución fundamental) en Vensim



Ejemplo de adicción a los medicamentos

- Resultados con el Modelo 3



El trabajo se reduce ocasionalmente, y como el problema fundamental no se resuelve totalmente, la situación de estrés se repite cíclicamente

EST : TrabEst_3
TRAB : TrabEst_3
FARM : TrabEst_3
FT : TrabEst_3
CSAT : TrabEst_3

Adicción a los medicamentos: Ejercicio 7

- Reproducir en Vensim el modelo y los resultados del ejemplo de solución sintomática + efecto colateral + solución fundamental anteriormente comentado
- Probar el modelo en otras condiciones de trabajo o de medicación, interpretando siempre los resultados

Modelización de una enfermedad epidémica en dinámica de sistemas

Fernando Morilla

Dpto de Informática y Automática

UNED

Contenido

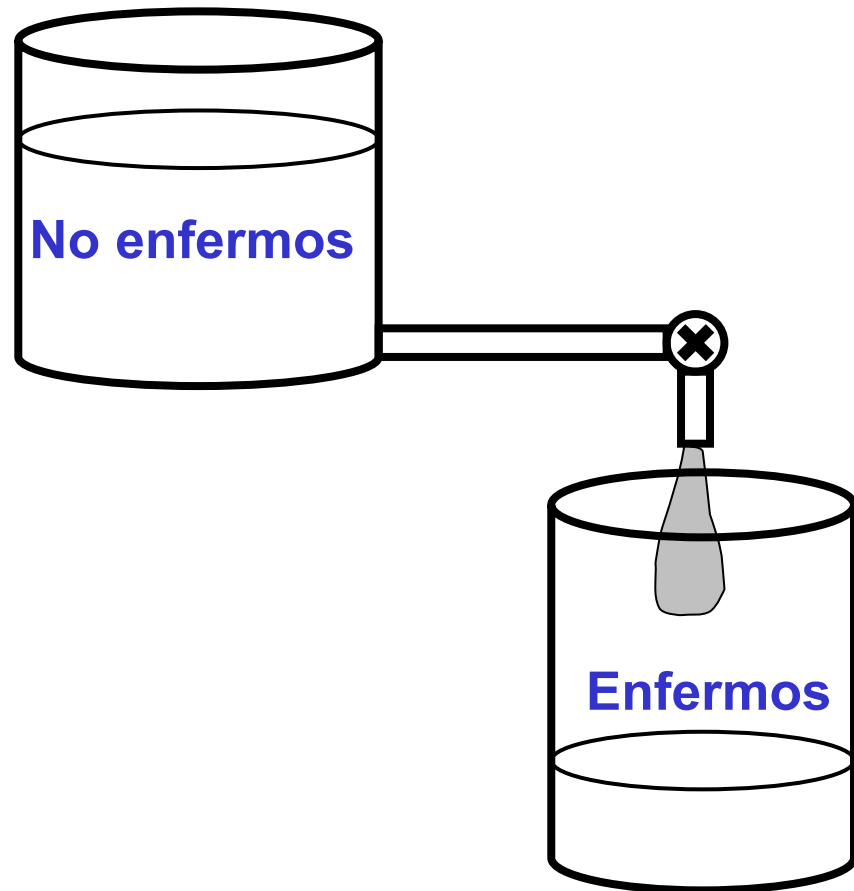
- Adaptación del modelo “Epidemia de gripe con 8 estadios” a la dinámica de sistemas
 - Fuente: Libro de Armando Aguirre Jaime, “Vigilancia Epidemiológica y ordenadores”, pág. 121 a 174
- Pasos previos a la programación en Vensim del modelo
- Ejercicio: Programación y simulación en Vensim de un modelo con 3 estadios
- Presentación y explotación del modelo completo

Interpretación “hidráulica” de una epidemia

La población total se distribuye entre no-enfermos y enfermos.

Mientras dure la enfermedad, se está produciendo un flujo de no-enfermos a enfermos.

Al final, el total de la población habrá enfermado.

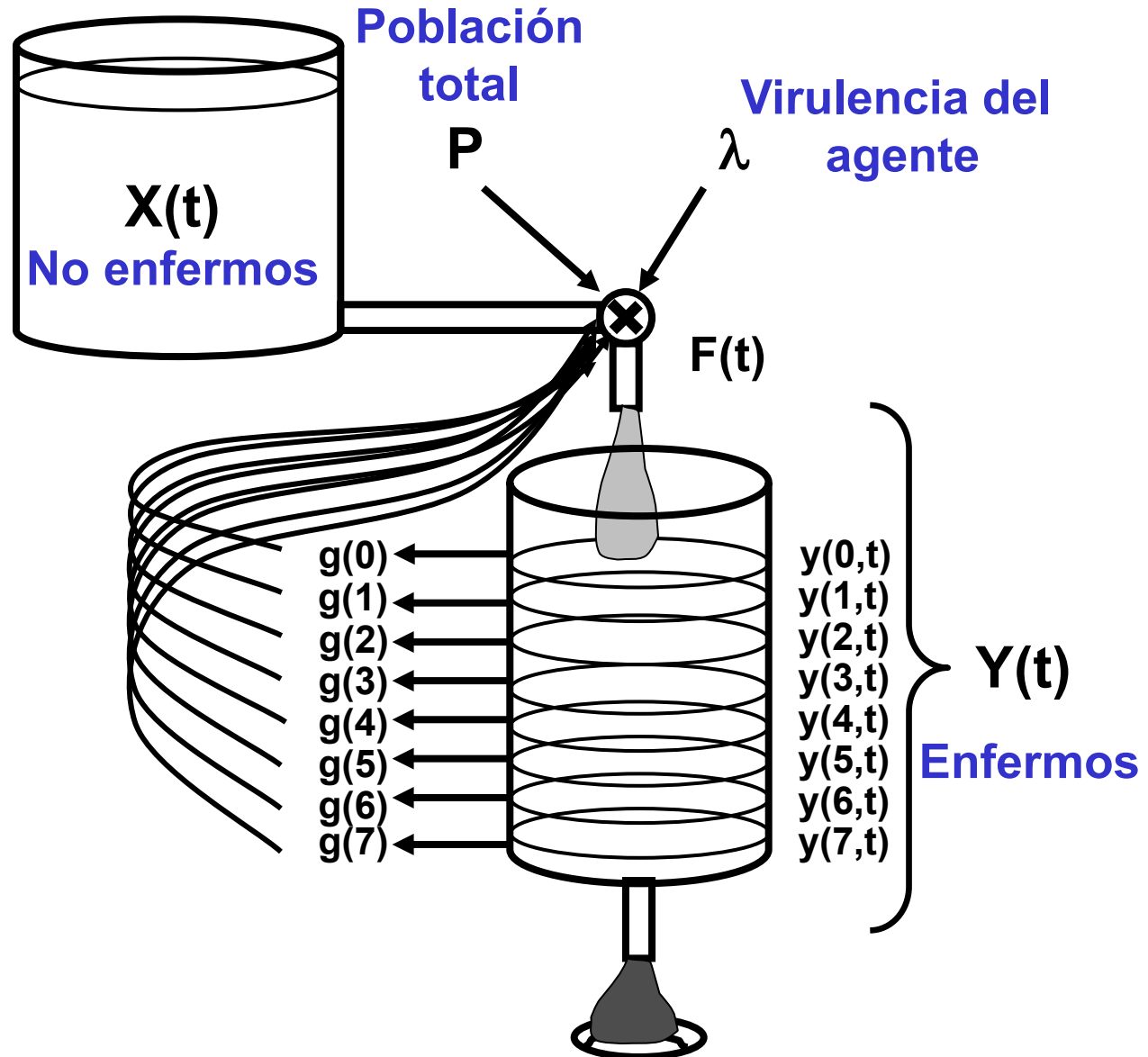


Interpretación “hidráulica” de la epidemia de gripe con 8 estadios

La población total se distribuye entre no-enfermos y enfermos.

Los enfermos se distribuyen entre los 8 estadios de la enfermedad.

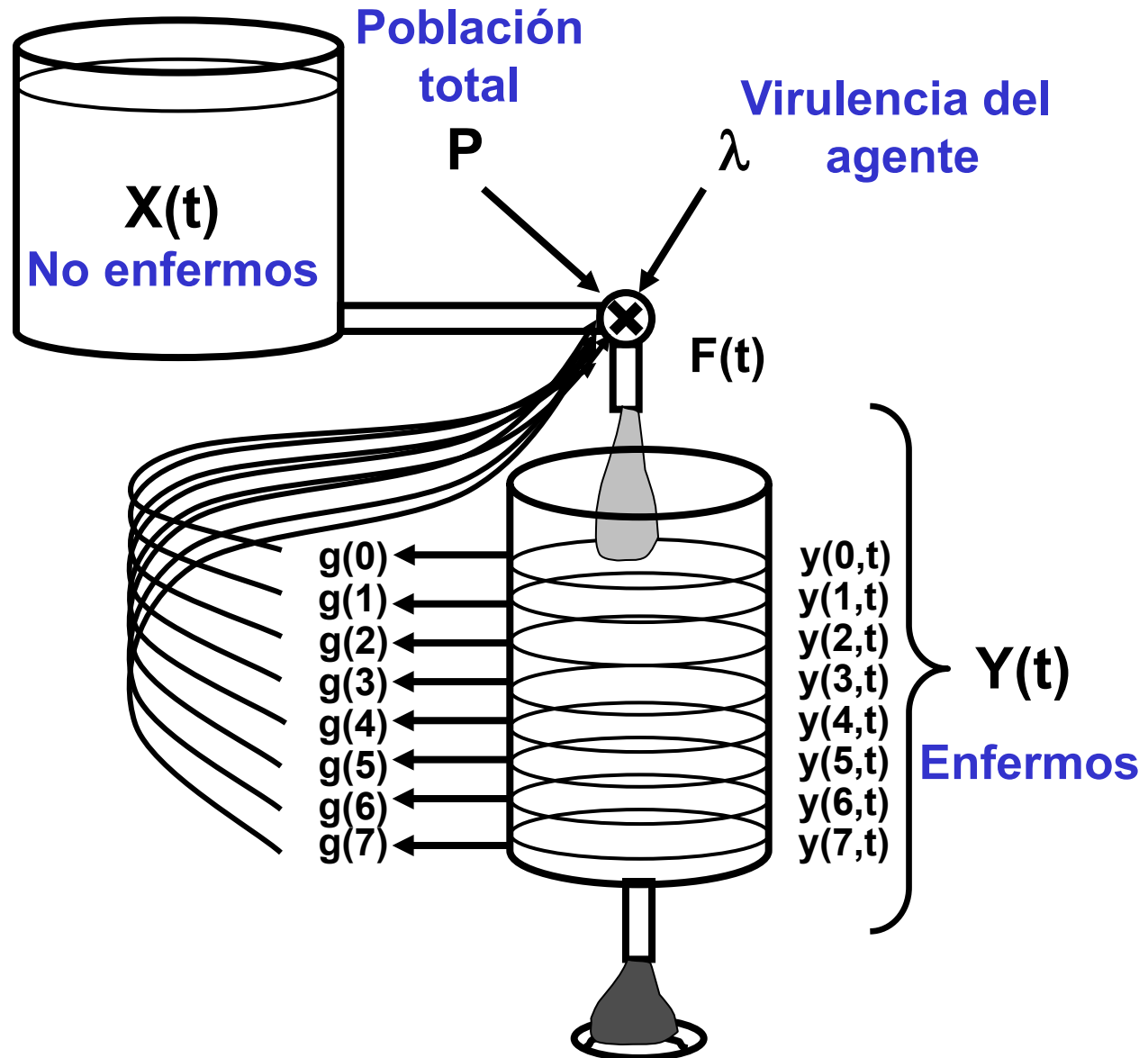
Los enfermos se curan y no vuelven a enfermar



Interpretación “hidráulica” de la epidemia de gripe con 8 estadios

Mientras dure la enfermedad, se está produciendo un flujo de no-enfermos a enfermos. Y flujos de enfermos entre los 8 estadios de la enfermedad.

Al final, habrá parte de la población que no haya enfermado y el resto que sí.



Modelo continuo de una epidemia de gripe con 8 estadios

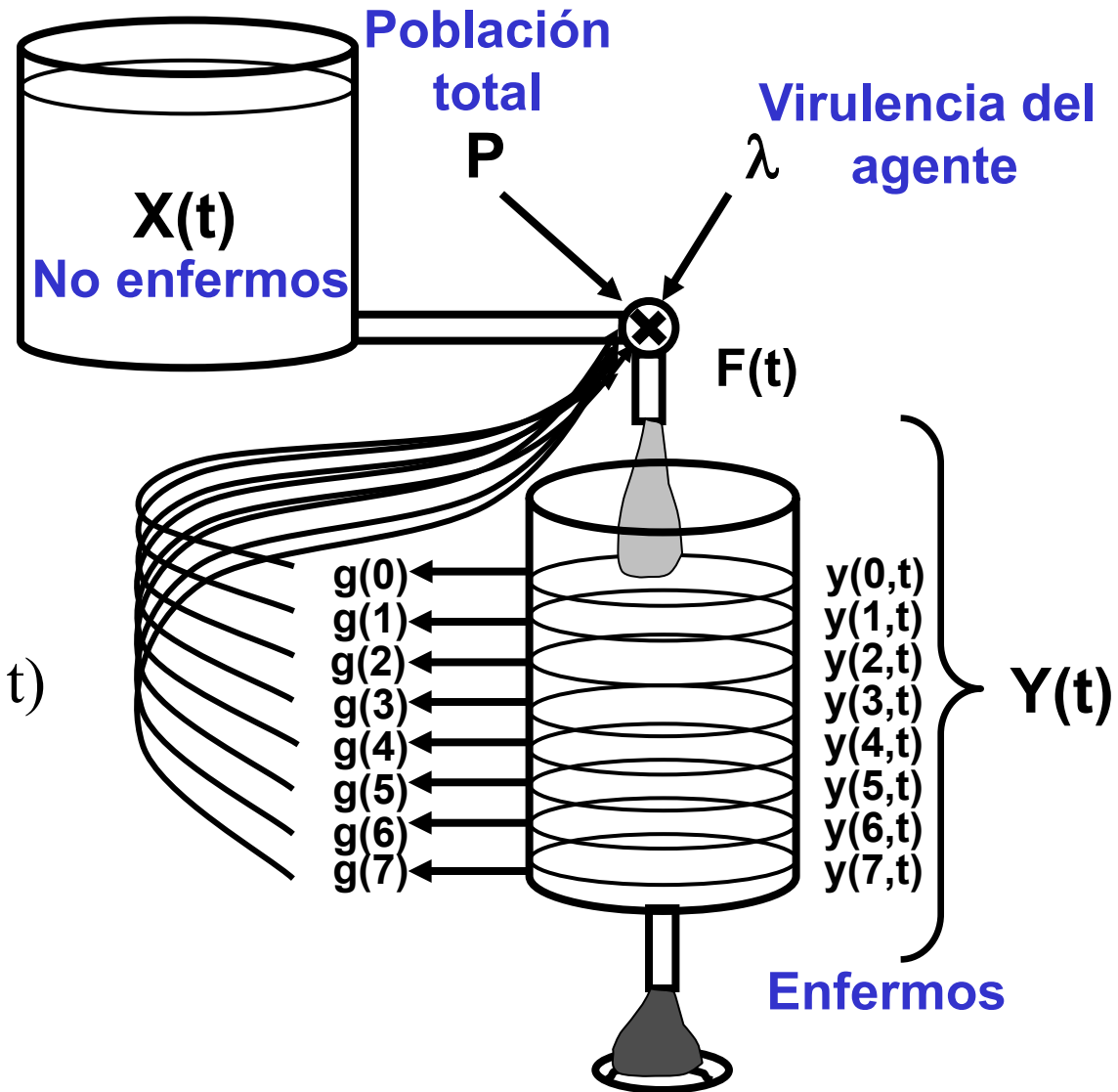
$$F(t) = \frac{\lambda}{P} X(t) \sum_{\tau=0}^7 y(\tau, t) g(\tau)$$

$$\frac{d X(t)}{dt} = - F(t)$$

$$\frac{d y(0, t)}{dt} = F(t) - y(0, t)$$

$$\frac{d y(\tau, t)}{dt} = y(\tau - 1, t) - y(\tau, t)$$

$$\frac{d y(7, t)}{dt} = y(6, t)$$



Programación en Vensim

- 9 estados
 - NE(t) : No enfermos X(t)
 - E1D(t) : Enfermos de 1 día y(0,t)
 - E2D(t) : Enfermos de 2 días y(1,t)
 - E3D(t) : Enfermos de 3 días y(2,t)
 - E4D(t) : Enfermos de 4 días y(3,t)
 - E5D(t) : Enfermos de 5 días y(4,t)
 - E6D(t) : Enfermos de 6 días y(5,t)
 - E7D(t) : Enfermos de 7 días y(6,t)
 - E8DOM(t) : Enfermos de 8 o más días .. y(7,t)

Programación en Vensim

- 8 Flujos entre los nueve estados
 - NEE(t) : No enfermos que enferman F(t)
 - E1DA2D : Enfermos de 1 día a 2 días ... $y(0,t)$
 - E2DA3D : Enfermos de 2 días a 3 días ... $y(1,t)$
 - E3DA4D : Enfermos de 3 días a 4 días ... $y(2,t)$
 - E4DA5D : Enfermos de 4 días a 5 días ... $y(3,t)$
 - E5DA6D : Enfermos de 5 días a 6 días ... $y(4,t)$
 - E6DA7D : Enfermos de 6 días a 7 días ... $y(5,t)$
 - E7DA8D : Enfermos de 7 días a 8 días ... $y(6,t)$

Programación en Vensim

- 9 Parámetros

- Lambda : Virulencia λ
- PT1D : Probabilidad de transmisión del 1^{er} día ... $g(0)$
- PT2D : Probabilidad de transmisión del 2^o día $g(1)$
- PT3D : Probabilidad de transmisión del 3^{er} día ... $g(2)$
- PT4D : Probabilidad de transmisión del 4^o día $g(3)$
- PT5D : Probabilidad de transmisión del 5^o día $g(4)$
- PT6D : Probabilidad de transmisión del 6^o día $g(5)$
- PT7D : Probabilidad de transmisión del 7^o día $g(6)$
- PT8DOM : Probabilidad de transmisión a partir del 8^o día $g(7)$

Programación en Vensim

- Distribución inicial de la población total P
 - NE0 : No enfermos X(0)
 - E1D0 : Enfermos de 1 día y(0,0)
 - E2D0 : Enfermos de 2 días y(1,0)
 - E3D0 : Enfermos de 3 días y(2,0)
 - E4D0 : Enfermos de 4 días y(3,0)
 - E5D0 : Enfermos de 5 días y(4,0)
 - E6D0 : Enfermos de 6 días y(5,0)
 - E7D0 : Enfermos de 7 días y(6,0)
 - E8DOM0 : Enfermos de 8 o más días .. y(7,0)
- Que, como no hay muertes, se mantiene cte.

Ejercicio:

Simular una epidemia con 3 estadios

Modelo matemático

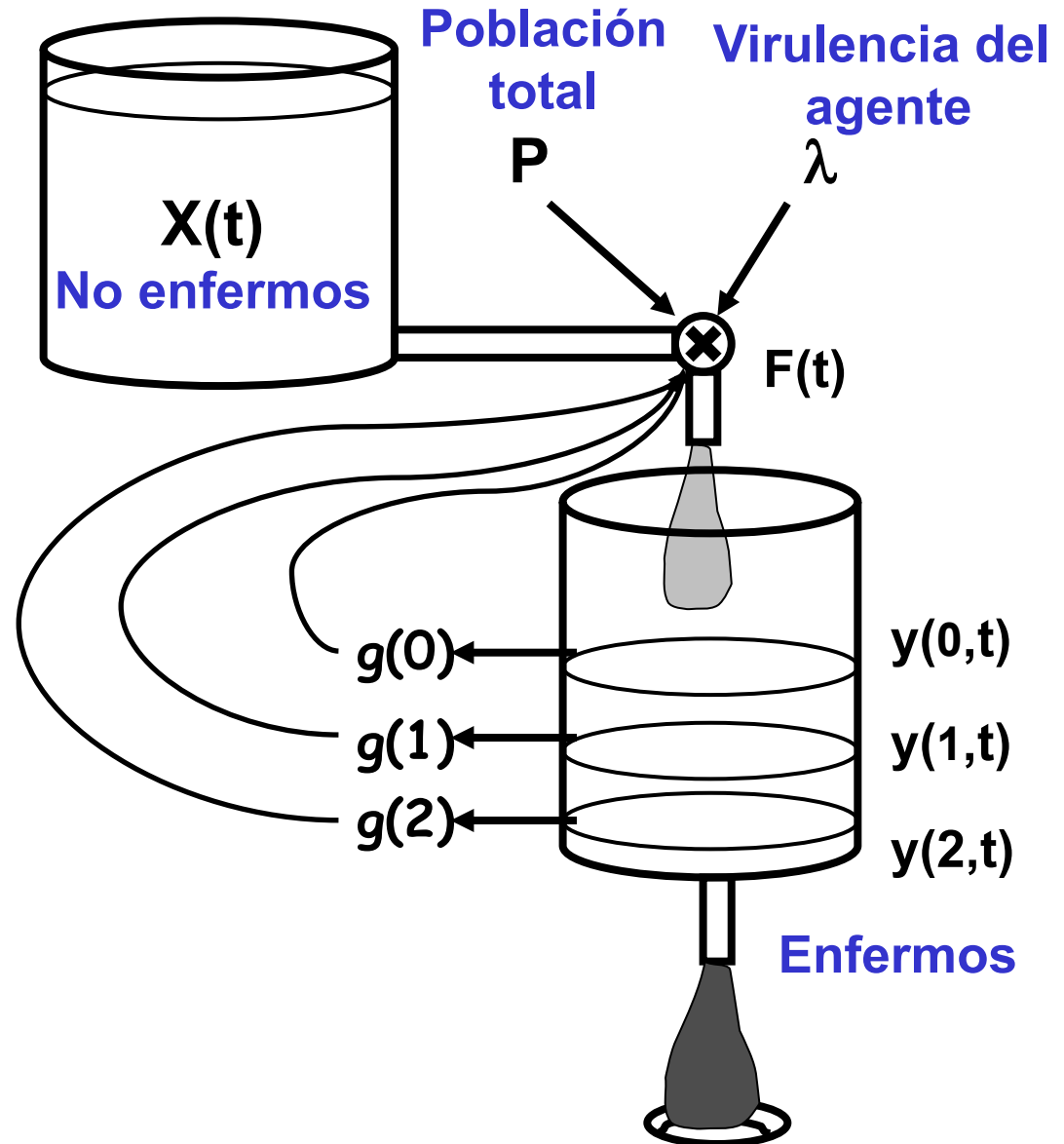
$$F(t) = \frac{\lambda}{P} X(t) \sum_{\tau=0}^2 y(\tau, t) g(\tau)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = -F(t)$$

$$\frac{dy(0,t)}{dt} = F(t) - y(0,t)$$

$$\frac{dy(1,t)}{dt} = y(0,t) - y(1,t)$$

$$\frac{dy(2,t)}{dt} = y(1,t)$$



Ejercicio:

Simular una epidemia con 3 estadios

Parámetros

Virulencia : $\lambda = 1.4$

Probabilidades de transmisión :

$$g(0) = 0.5$$

$$g(1) = 0.9$$

$$g(2) = 0$$

Condiciones de simulación

Valores iniciales:

$$X(0) = 3490 \text{ personas}$$

$$y(0,0) = 20 \text{ personas}$$

$$y(1,0) = 40 \text{ personas}$$

$$y(2,0) = 50 \text{ personas}$$

Unidad de tiempo = día

Paso de integración < 0.25 día

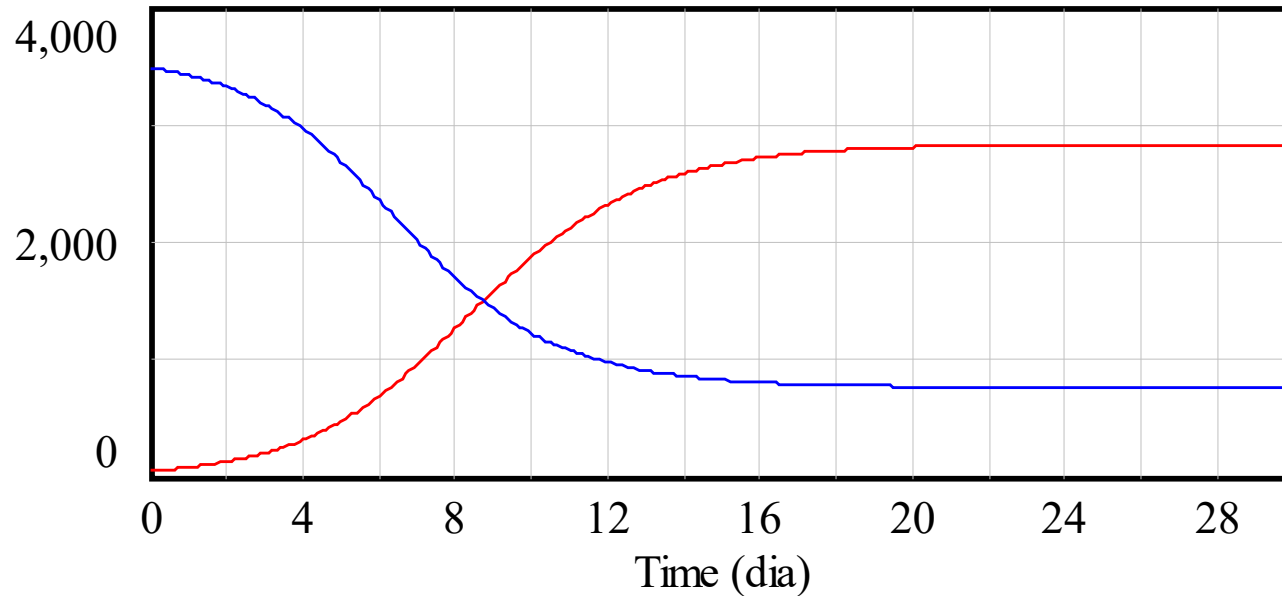
Duración de la simulación = 30 días

Ejercicio:

Simular una epidemia con 3 estadios

Resultados: No enfermos (NE) y enfermos de 3 o más días (E3DOM)

Epidemia de gripe



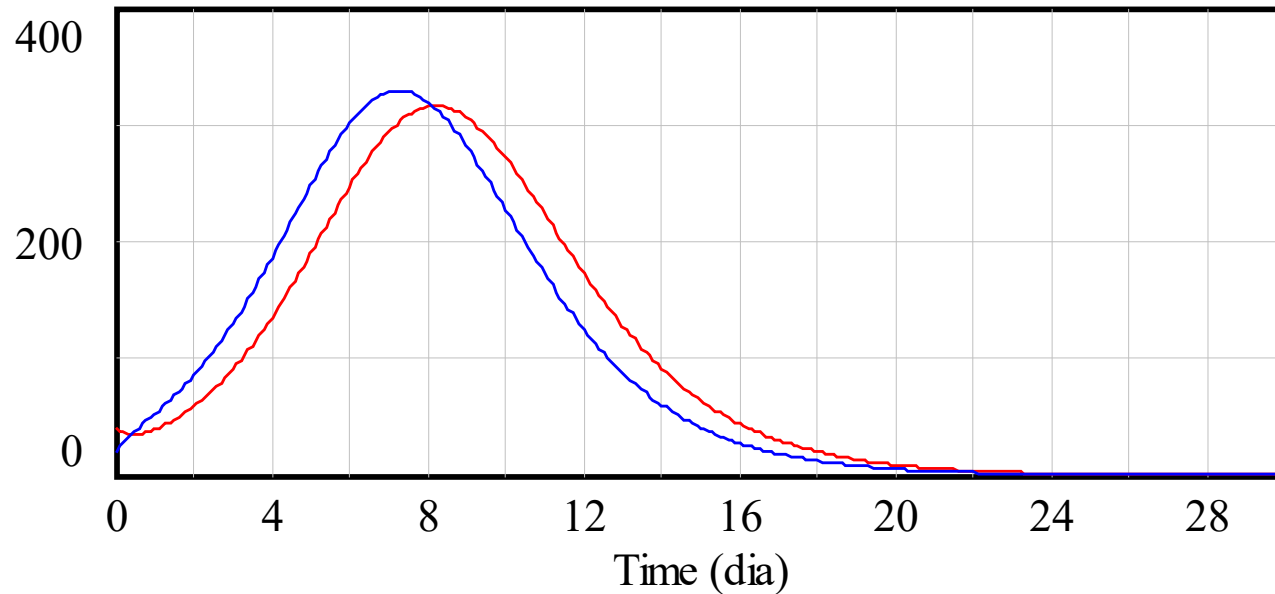
NE : gripe3 ————— personas
E3DOM : gripe3 ————— personas

Ejercicio:

Simular una epidemia con 3 estadios

Resultados: Enfermos de 1 (E1D) y 2 (E2D) días

Primer y segundo estadio



E1D : gripe3 ————— personas
E2D : gripe3 ————— personas

Ejercicio: Explotar el modelo de epidemia con 3 estadios

Simular varias situaciones hipotéticas para:

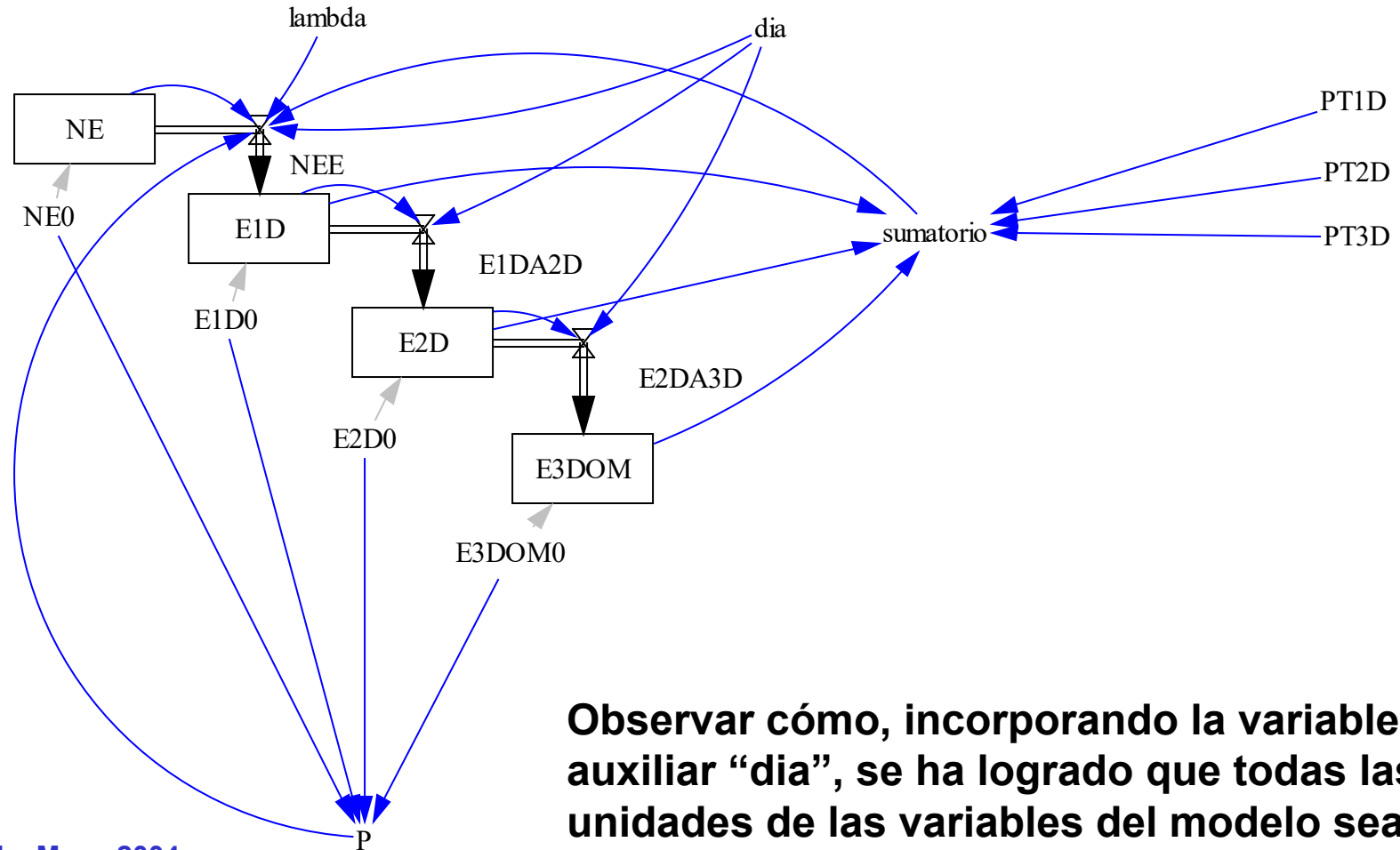
- Otras condiciones iniciales
- Otra virulencia
- Otras probabilidades de transmisión

Programación en Vensim

- Solución al modelo con 3 estadios
(se entregará a lo largo de la clase)
- Solución al modelo con 8 estadios
(se entregará a lo largo de la clase)

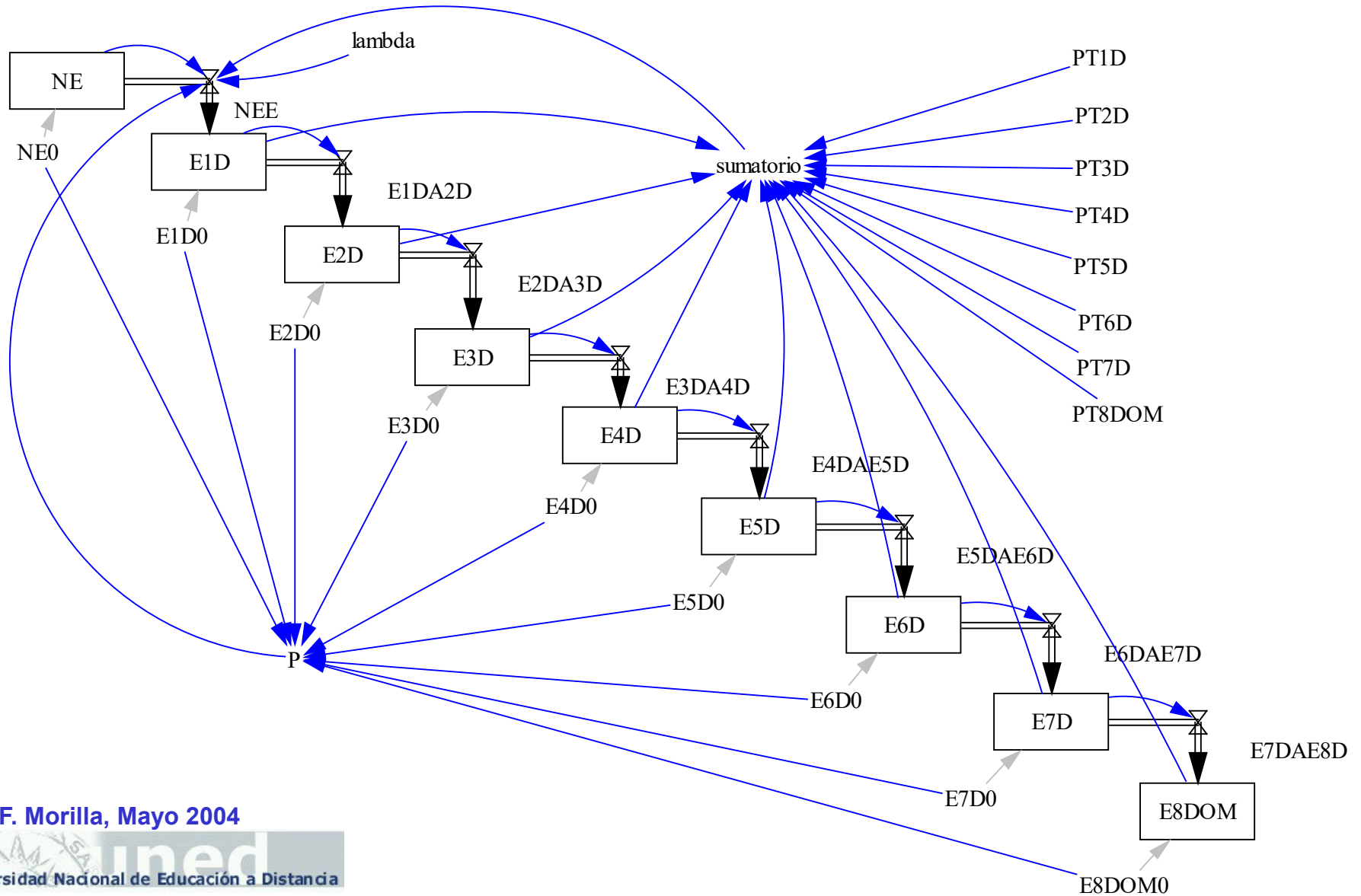
Solución al modelo con 3 estadios

Epidemia de gripe con tres estadios



Observar cómo, incorporando la variable auxiliar "dia", se ha logrado que todas las unidades de las variables del modelo sean coherentes.

Solución al modelo con 8 estadios



F. Morilla, Mayo 2004

Modelo con 8 estadios

Parámetros

Virulencia : $\lambda = 1.4$

Probabilidades de transmisión
Tabla 11 (pag.135):

$$g(0) = 0.00$$

$$g(1) = 1.00$$

$$g(2) = 0.9$$

$$g(3) = 0.55$$

$$g(4) = 0.30$$

$$g(5) = 0.15$$

$$g(6) = 0.05$$

$$g(7) = 0.00$$

Condiciones de simulación

Valores iniciales:

$$X(0) = 2625000 \text{ personas}$$

$$y(0,0) = 390 \text{ personas}$$

$$y(1,0) = 430 \text{ personas}$$

$$y(2,0) = 450 \text{ personas}$$

$$y(3,0) = 610 \text{ personas}$$

$$y(4,0) = 500 \text{ personas}$$

$$y(5,0) = 560 \text{ personas}$$

$$y(6,0) = 450 \text{ personas}$$

$$y(7,0) = 470 \text{ personas}$$

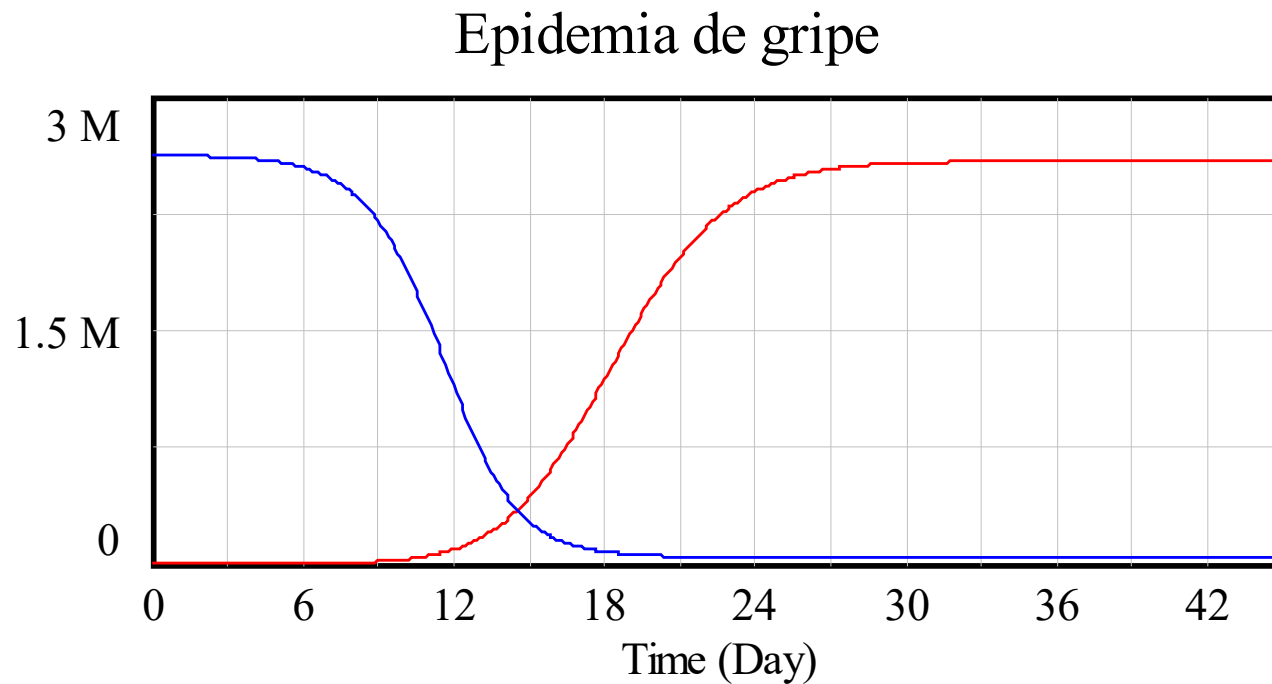
Unidad de tiempo = día

Paso de integración < 0.25 día

Duración de la simulación = 45 días

Modelo con 8 estadios

Resultados: No enfermos (NE) y enfermos de 8 o más días (E8DOM)



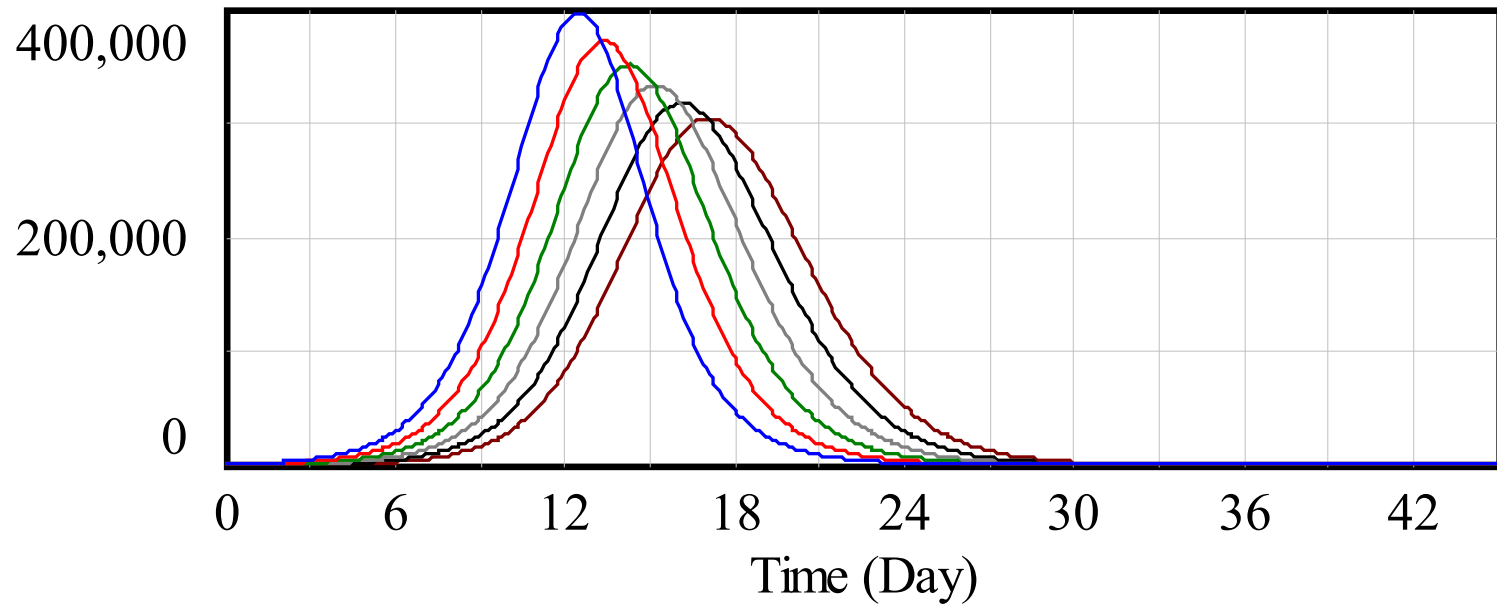
NE : gripe —————

E8DOM : gripe —————

F. Morilla, Mayo 2004

Modelo con 8 estadios

ESTADIOS 1er a 6º día



E1D : gripe

E2D : gripe

E3D : gripe

E4D : gripe

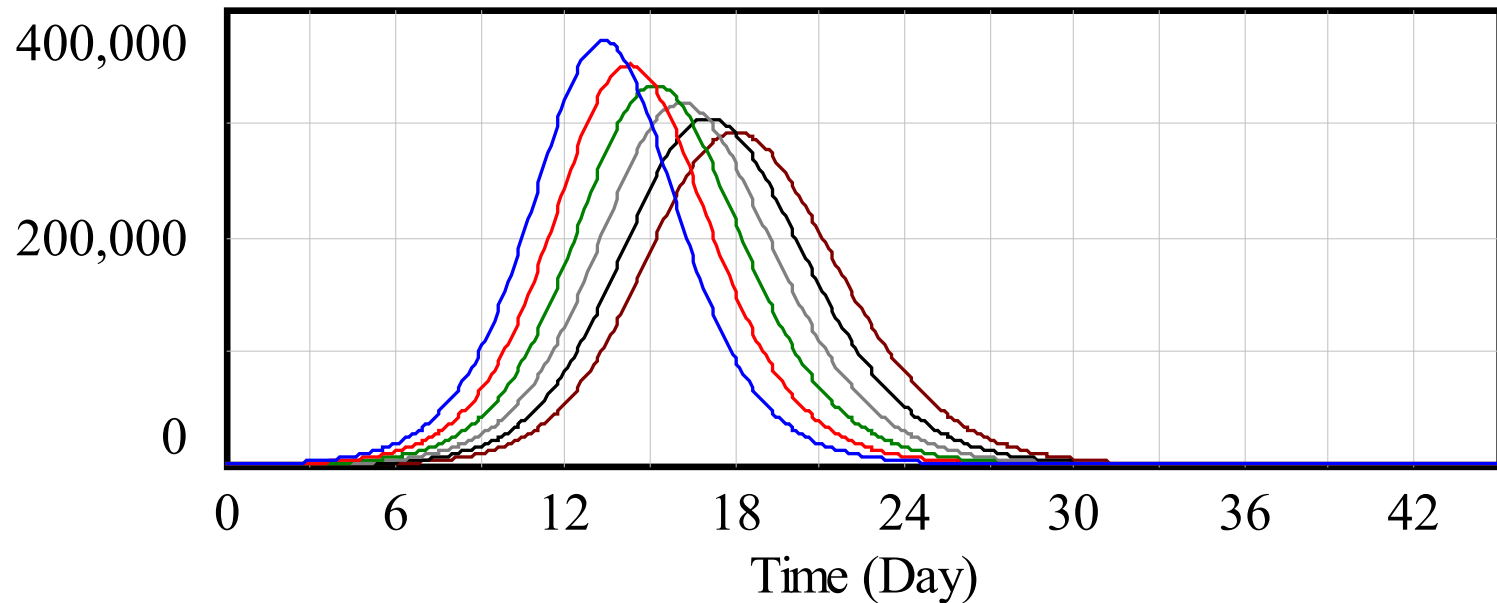
E5D : gripe

E6D : gripe

F. Morilla, Mayo 2004

Modelo con 8 estadios

ESTADIOS 2º al 7º día



E2D : gripe

E3D : gripe

E4D : gripe

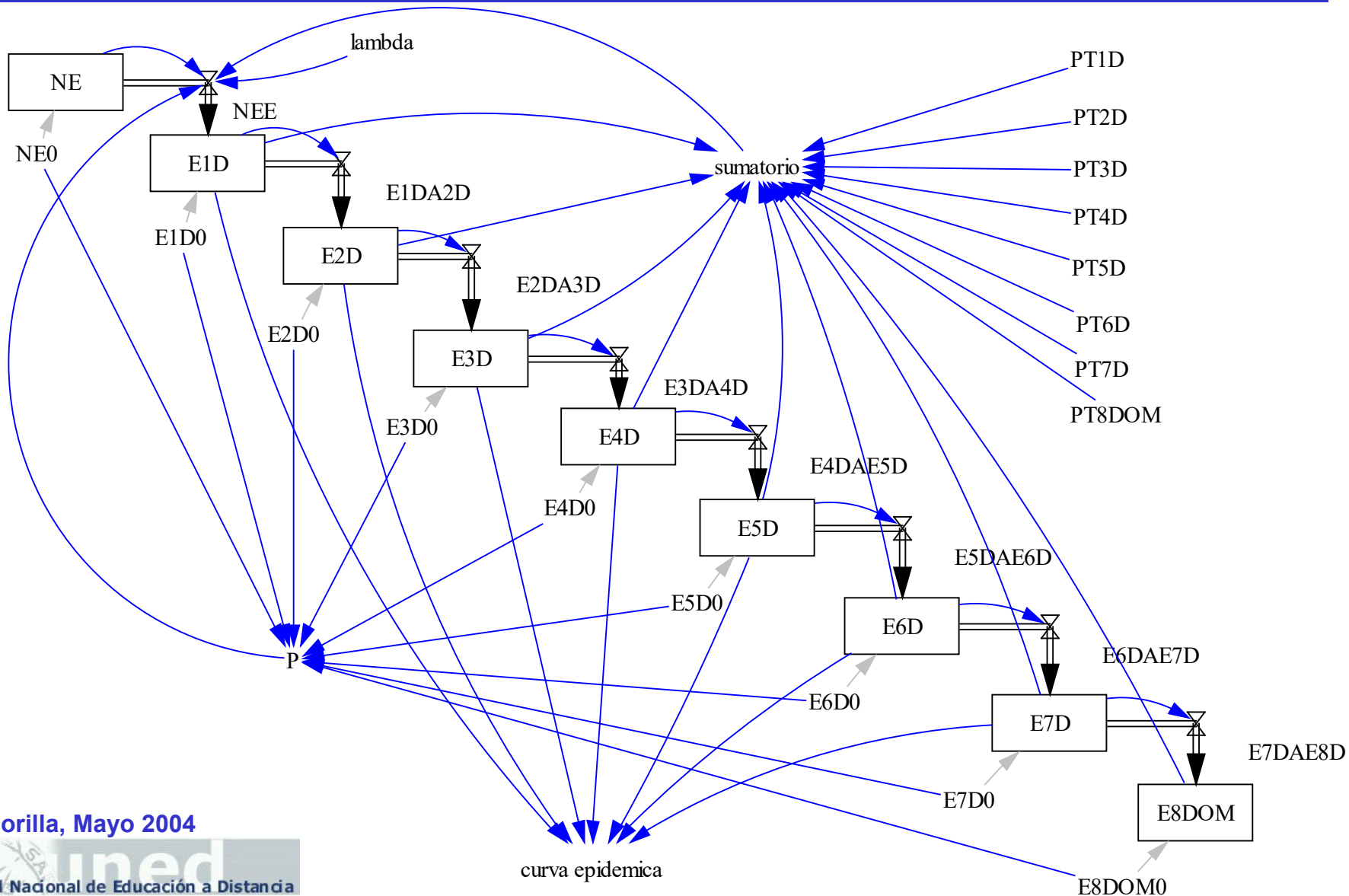
E5D : gripe

E6D : gripe

E7D : gripe

F. Morilla, Mayo 2004

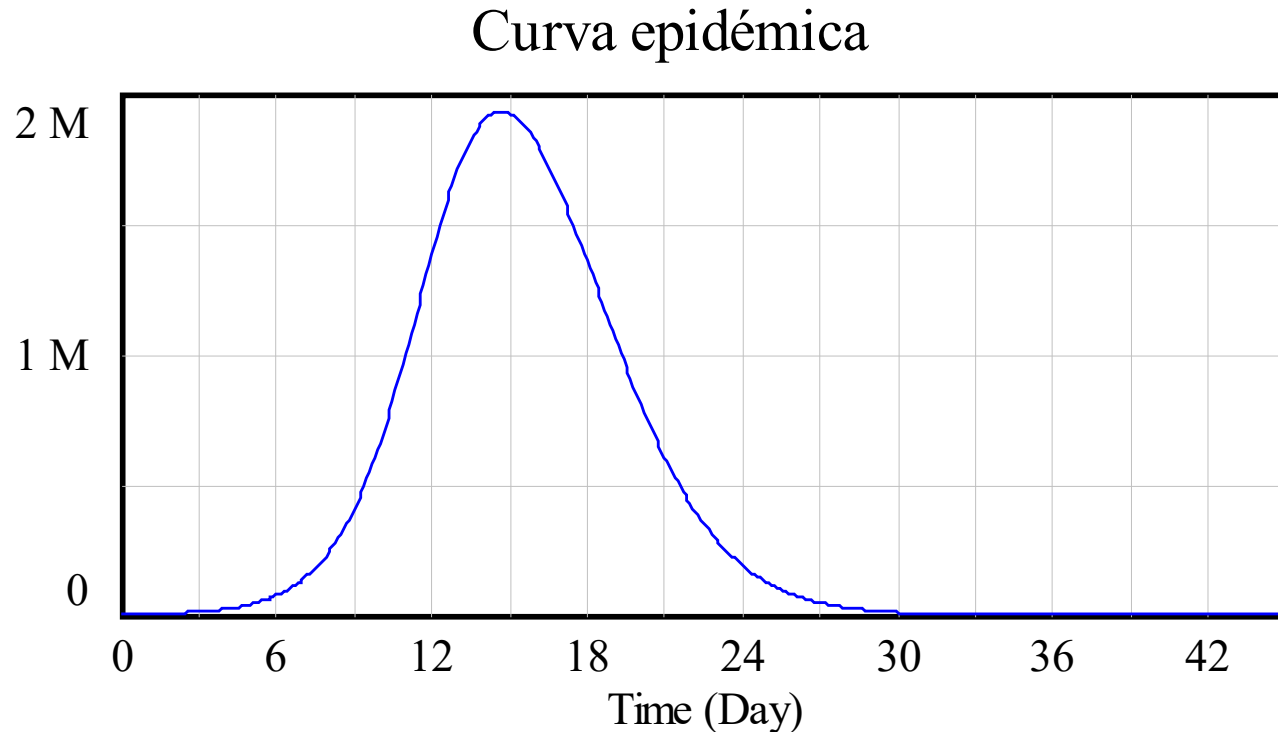
Modelo con 8 estadios y curva epidémica



F. Morilla, Mayo 2004

Modelo con 8 estadios y curva epidémica

Curva epidémica: sumatorio de casos diarios en los siete posibles estadios



curva epidemica : grip_ce

F. Morilla, Mayo 2004